

SGS渦動粘性係数を用いた大阪湾潮流の有限要素法解析

Finite Element Analysis of Tidal Flow

in the Osaka Bay with Subgrid Scale Eddy Coefficient

中辻啓二*・狩野晋一**・栗田秀明***

By Keiji Nakatsuji, Shin-ichi Karino and Hideaki Kurita

The finite element Galerkin procedure is applied to space domain of the depth-integrated shallow water equations using an isoparametric element for accurately representing the complicatedly curved boundaries. Smagorinsky's assumption is used for determining the an eddy viscosity coefficient ν_t which can be made for the SGS Reynolds stresses. Since the value of ν_t is evaluated from the tidal flow field of each time step, it varies in time and in space. The SGS eddy viscosity coefficients in the Osaka Bay are found to be an order of $10^3 - 10^5 \text{ cm}^2/\text{s}$ heavily depending upon the flow intensity.

Keyword: finite element method, eddy viscosity coefficient

1. まえがき

本研究では Large Eddy Simulation で通常用いられる Sub-Grid Scale 渦粘性の概念の潮流場への適用を図り、乱流を考慮した大阪湾潮流の有限要素法解析を試みる。この研究の背景は以下の通りである。

① 著者らは複雑な地形の潮流を計算するために、要素分割が自由であり、また必要に応じて局所的に細分化し精度を上げ得ることから、有限要素法の適用を試みてきた(樫木ら¹⁾、中辻ら²⁾)。大小様々な要素に分割して要素内空間平均を施すことから、空間平均スケールから欠落した乱流運動の空間的なアンバランスが生じる。いままでは Richardson の $4/3$ 乗則にしたがって要素毎に一定値の渦動粘性係数を定めていた。その結果、海峡部の流速が速く、精微に表現すべき領域の渦動粘性係数の値が、湾中央の流速の小さな、かつ流速変動の小さい領域(要素は大きい)のそれと比較して小さくなるという矛盾を含んでいた。Reynolds 方程式の差分計算と同様に渦動粘性係数の合理的な設定法を考える必要がある。

② 藤原・中田³⁾の実測によれば、明石海峡を通過して大阪湾に流入するフロートは 20km/day の速度で移流する。また、海峡部の鉛直流速は最大 $\pm 0.2 \text{ m/s}$ に達する。時間的に一定値の渦動粘性係数を用いた従来の潮流計算ではこのような流動は模擬できない。局所的な乱流運動を表現する方策を検討する必要がある。

LESは計算格子間隔以上の大きな渦乱流(Grid Scale)を Navier-Stokes方程式で直接計算(Direct Simulation)し、計算格子以下の微細渦(Sub-Grid Scale)を局所等方性理論を使ってモデル化する。それは、

* 正会員 工博 大阪大学助教授 工学部土木工学科(〒565 吹田市山田丘2-1)

** 正会員 工修 (株)建設技術研究所 大阪支社技術第三部(〒541 大阪市中央区本町1-4-7)

*** 正会員 工博 (株)建設技術研究所 大阪支社技術第三部(同 上)

コルモゴロフ・スケールとまではいかなくとも、等方性の成り立つ相当小さなスケールの流動までも直接計算する必要がある。したがって、非常に単純化された境界条件の流れに対してのみ演算が可能であり、工学的応用問題への適用例はあまりない。

本研究で対象とする潮流計算の格子間隔は数百mとか数kmのオーダーであり、そのスケールはLESが対象としている流動とあまりにも違い過ぎるが、LESの計算でSGS応力の表現として専ら採用されているSmagorinskyモデル⁴⁾を拡大解釈して、潮流の有限要素法解析への適用を検討する。

2. 基礎方程式と有限要素法

(1) 平面2次元流動の基礎方程式

水深方向に積分した連続方程式、ならびに Reynolds の運動方程式は次式で表される。

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + \frac{\partial \{(h + \zeta) U_i\}}{\partial x_i} = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$\frac{\partial U_i}{\partial t} + U_j \frac{\partial U_i}{\partial x_j} = -g \frac{\partial \zeta}{\partial x_i} - \frac{\gamma_b^2 U_i \sqrt{U_1^2 + U_2^2}}{h + \zeta} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\nu_T \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \right) \quad \dots\dots\dots (2)$$

ここに、 x_i : 直交座標系($i=1,2$), t : 時間, U_i : x_i 方向成分, ζ : 水位変動, h : 水深,

γ_b^2 : 海底摩擦係数, g : 重力加速度, ν_T : 渦動粘性係数

(2) 有限要素法

格子網を任意の大きさの任意形状に選ぶことができるという利点から、重み付き残差法に基づく定式化を採用した。また、屈曲した自然地形形状を平滑に表現するために曲線要素の導入を図り、変数の空間的な離散化に2次多項式であるアイソパラメトリック要素を適用した²⁾。

(3) SGS渦動粘性係数

時間平均操作で現れるレイノルズ応力と同様、空間平均操作から欠落したSGS乱流運動をどの様に扱うかは重要なことである。一般には勾配拡散型モデルの渦粘性の概念を用いて次式のように表現される。

$$\tau_{ij} = -2\nu_T S_{ij} = \nu_T \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \quad \dots\dots\dots (3)$$

潮流の計算では ν_T の値は海峡部で 10^{5-6} cm²/s、内湾部で 10^{4-5} cm²/sが経験に基づいて用いられる。あるいはRichardsonの4/3乗則に基づいて、 $\nu_T = \alpha \Delta^{4/3}$ ($\alpha=0.01 \sim 0.02$, Δ は要素代表長さ)が用いられる。しかし、このように決まる渦動粘性係数はまえがきで述べたような矛盾点を含んでいる。

LESで用いられているSmagorinskyモデルは要素内の乱流エネルギーの逸散率 ε と関連づけて

$$\nu_T = (c\Delta)^2 \left[\frac{\partial U_i}{\partial x_j} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \right]^{1/2} \quad \dots\dots\dots (4)$$

と書ける。式(4)中の括弧内はせん断乱流における局所的な流速変形のせん断歪を表すことになる。SGS乱れは等方的と見なせることから、普遍的なモデルを構成し易いことがこれまでのLESの成功と結び付いている。しかし、潮流計算ではそこまで微少な渦運動を対象にして計算をすることは不可能である。

考え方としては、渦動粘性係数の次元は[L² T⁻¹]であることから、長さスケールとして要素の代表長さ Δ を、また速度スケールとしてGS流速場の歪率 $S = (\frac{1}{2} \sum_{i,j} \xi_{ij})^{1/2}$ と Δ の積 $S\Delta$ を採用した結果、分散の表現として式(4)を得たとも拡大解釈できる。定数 c に関しては異論がある。理論的には0.17⁵⁾であるが、Deardroff⁶⁾やLeonard⁷⁾は0.1近傍のもう少し小さな値を採用している。辻⁸⁾は浦賀水道で大潮ピーク前後3時間の多点同時の流速観測から $\nu_T = c^{4/3} \varepsilon^{1/3}$ km^{-4/3} (ここに、 k_m は平均渦径)の関係を求め、 $c=0.12$ を得た。 $k_m=34m, 40m$ に対して、 ν_T の値は650cm²/s, 1,140cm²/sと予想以上に小さい。しかし、著者の知る限り沿岸海域での唯一の実測であるので $c=0.12$ の値を用いることにする。

3. 数値実験の内容

(1) モデル海域

計算対象領域は図-1に示す紀伊水道の北緯33°50'以北、播磨灘の東経134°19'以東の海域であり、大阪湾南部海岸性状調査報告書⁹⁾に倣った。水深は海上保安庁水路部発行の海図から読み取った。要素分割は地形や流況を勘案して慎重に決める必要がある。例えば、図-1に示した現況地形の要素の長さは800mから5,000mの範囲であり、要素数ならびに節点数は583と728である。つまり、節点数の3倍の未知数を持つ2184元連立一次方程式を繰り返して解くことになる。

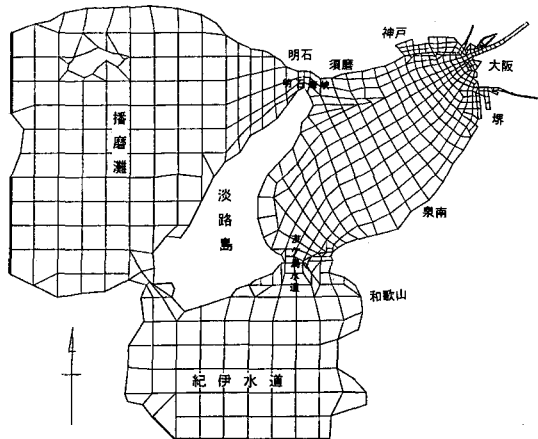


図-1 計算範囲

(2) 計算条件

潮汐は表-1に示す半日周潮の振幅と位相差を有する余弦波を播磨灘西端と紀伊水道南端の開境界の両端で与えた。潮汐周期は便宜的に12時間とした。境界での水位の時間変化は両端点の内挿値を用いた。河川からの流入量は淀川、大和川、神崎川、中島川、武庫川とし、総量は377m³/sである。流速に関する境界条件は開境界で $\partial U_n / \partial n = 0.0$ 、沿岸境界では $U_n = 0.0$ を与えた。海底摩擦係数 γ_s^2 は0.0026を採用した。離散化時間間隔はCFL条件から20分とし、計算の安定性を検証して6潮汐目の計算結果を考察の対象にした。現況の沿岸地形は昭和55年時点での海岸地形⁹⁾を基本とした。

表-1 計算条件

位置		振幅 (cm)	位相 (°)
播磨灘北部	北端	38.0	319.0
	南端	39.1	332.1
播磨灘南端	北端	38.5	324.4
	南端	35.7	333.7
紀伊水道	西端	48.0	172.0
	東端	45.9	174.1

4. 計算結果

明石海峡東流最強時と憩流時の流況及び渦動粘性係数の水平分布を図-2に示す。同図で渦動粘性係数の値はオーダーを示すため常用対数をとった値で示している。東流最強時には明石海峡から流入した流れは湾全域に広がるが、主流は淡路島東岸の深淵を通して友ヶ島水道から流出している。一方、東流から西流への憩流時には明石海峡での流速は東流最強時の1割以下に減速している。

渦動粘性係数の値は、東流最強時に湾奥部で $10^3 \text{ cm}^2/\text{s}$ 以下のオーダー、湾内で $10^4 \text{ cm}^2/\text{s}$ のオーダー、明石海峡から淡路島東岸にかけて最大になり、その値は $10^5 \text{ cm}^2/\text{s}$ のオーダーとなっている。また、憩流時には湾奥部で $10^3 \text{ cm}^2/\text{s}$ 以下のオーダー、湾内で $10^4 \text{ cm}^2/\text{s}$ のオーダーになっている。これらのことから、SGS渦動粘性係数を用いることにより、計算での要素は小さいが流速勾配の大きな場合の明石海峡部の渦動粘性係数の値は、要素が大きく流速・流速変動の小さな湾内部の渦動粘性係数の値より1オーダー大きく表現されていることがわかる。また、これらの値は従来経験的に用いられてきた渦動粘性係数の値にほぼ等しい。

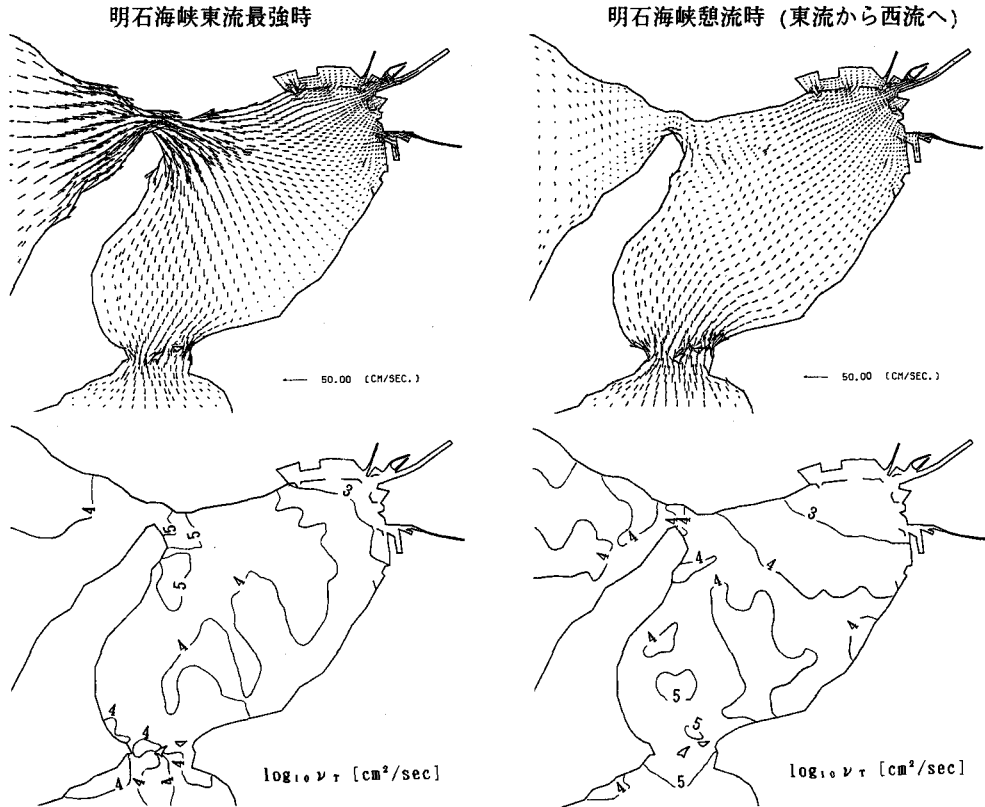


図-2 流速ベクトル図と渦動粘性係数値のオーダーの水平分布

5. おわりに

沿岸域・エスチュアリー水理の研究はいままでは多分に海洋学の分野であったが、現象が明らかになるにつれて工学的な色彩が強くなってきた。例えば、大阪湾の恒流パターンがわずか 2 km 長の防潮堤の建設で大きく変化する事実¹⁰⁾ は確かに工学である。また、開発行為が大規模化するにつれて、複雑な地形形状をより精微に再現でき、さらに乱流までも含んだ数値モデルの開発が必要となる。その手始めとして LES で専ら用いられている SGS 渦動粘性の概念の導入を試みた。今後の発展が期待される。

参 考 文 献

- 1) 榎木 亨・中辻啓二・和手信泰：第24回海岸工学講演会論文集，pp.558-562，1977.
- 2) 中辻啓二・栗田秀明・狩野晋一・村岡浩爾：海岸工学論文集，第38巻，pp.206-210，1991.
- 3) 藤原建紀・中田英昭：海の気象，35巻，5-6号，pp.58-71，1990.
- 4) Smagorinsky, J. : Monthly Weather Review, Vol.91, No.3, pp.99-164, 1963.
- 5) Lilly, D.K. : Proc.IBM Sci.Comput.Symp.Environ.Sci., IBM Data Process.pp.195-210, 1967.
- 6) Deardorff, J.W. : Jour. Comput. Physics, Vol.7, pp.120-133, 1971.
- 7) Leonard, A. : Adv., Geophy., Vol.18A, pp.237-248, 1974.
- 8) 辻 正明：私信，1991.
- 9) 運輸省第三港湾建設局関西空港調査室：大阪湾南部海岸性状調査報告書，pp.276-331，1980.
- 10) 樋端保夫，他：中国工業技術試験所研究報告，8号，p.142，1991.