

洪水流出予測における実際的課題とその解決法

Practical Issues and Their Resolutions in Flood Runoff Prediction

橋本識秀*・兪 朝夫**・星 清***

By Norihide HASHIMOTO, Asao YOO, and Kiyoshi HOSHI

The present paper describes practical issues and their resolutions for increasing predictive capabilities of real-time flood forecasting methods. Special attention is directed to explicit incorporations of the water level-discharge ($H \sim Q$) relationship and rainfall measurements by radar into the filter prediction formulation.

It is well recognized from hydrologic practices that measurement errors involved in the $H \sim Q$ relationship are quite significant in flow and water stage forecasting problems. The current approach proves extremely helpful in assessing the relative importance of modeling and measurement errors, and inaccuracy in rainfall forecasts for flood prediction applications.

For the behavior of watershed response, the present study uses a nonlinear storage routing model converted from the kinematic wave equations where accurate linkages between the parameters for the two approaches are maintained. The proposed algorithms were applied to the river stage forecasts of the 1988 Flood data in the Uryu River, which is a tributary of the Ishikari River.

Keywords: real-time flood forecasting, Schmidt-Kalman filter, radar rainfall information, water level-discharge relationship, storage-routing model

1. まえがき

カルマン・フィルターを用いた流出予測モデルについては、これまで多くの研究がなされている^{1)~4)}最近では、電子計算機や通信機能の目覚ましい発達により、水文情報が実時間で入手できるようになった。このためカルマン・フィルターを用いた流出予測モデルは、現場においてシステム化され、実際に洪水予測に利用されている。北海道開発局においても、石狩川をはじめ十勝川、留萌川等多くの河川でカルマン・フィルターを用いた流出予測モデルがシステム化されている。今後の洪水予測システムの大きな課題は河川情報システム、レーダ雨雪量計システムという水文情報収集システムと流出予測システムをいかに効率的に結びつけるか、また、予測値をどのように表示し、水防活動に結びつけていくかという実務的なものにその力点が移っていくと考えられる。すなわち現在までにカルマン・フィルターを用いた流出予測モデルの方法論については、ほぼ確立されたと言うことができよう。しかしカルマン・フィルターを用いた流出予測モデルを適用する際の残された課題の一つに、誤差項（ノイズ項）の具体的設定方法がある。一般にカルマン・フィルターの適用にあたっては、システムノイズと観測ノイズを与える必要がある。このノイズ項の与え方には、未だ定まった方法論は無く、多分に経験的、恣意的に設定されてきたきらいがある。よって、カルマン・フィルターを用いた流出予測モデルの適用性の向上を図るためには合理的な誤差項の設定方法を、今後確立していく必要がある。本研究はカルマン・フィルターを用いた流出予測モデルの適用性の向上を意図して、水位～流量($H \sim Q$)変換に伴う誤差、予測降雨の誤差の評価方法及びそれら誤差の流出予測モデルにおける取り扱い法を提案するものである。

* 正会員 北海道開発局 旭川開発建設部 (〒070 旭川市8条通12丁目)

** 正会員 工修 ㈱建設技術研究所 東京支社 (〒103 東京都中央区日本橋堀留町1-7-7)

*** 正会員 工博 北海道開発局 開発土木研究所 (〒062 札幌市豊平区平岸1条3丁目)

2. 流出予測モデルにおける誤差

流出予測値に誤差を生じさせる要因としては、①流出モデルの有する誤差、②観測値の有する誤差、③予測降雨の有する誤差が挙げられる。筆者の提案している流出予測モデル⁹⁾では、①～③の誤差をこれまで次のように取り扱ってきた。まず流出モデルの持つ誤差については、これを流出モデル自体の誤差とパラメータの同定誤差に分離し、流出モデル自体の誤差は乗算的ノイズ、すなわち状態量の $\alpha\%$ と表現している。一方パラメータの誤差は形式的にシステム方程式を拡大し、パラメータを状態変量に取り込むことにより流出予測値にその誤差を反映させている（シュミット・カルマンの方法）。また実時間で得られる観測値としては流量 Q を考え、観測誤差もシステムノイズ同様、乗算的ノイズとしている。予測雨量の誤差については考慮していない。

流量 Q は通常、観測水位から $H \sim Q$ 式を用いて変換される。従って流量 Q の誤差は観測水位 H そのものの誤差と $H \sim Q$ 変換の際に生ずる誤差が考えられる。水位観測機器の十分な維持管理さえ行われれば、観測水位そのものの誤差は小さく、流量 Q の誤差の大部分は、 $H \sim Q$ 曲線のあてはめ誤差で構成され则认为て差し支えがないであろう。よって、 $H \sim Q$ 曲線のあてはめ誤差を評価することができれば、合理的に観測誤差を設定できそうである。また、現在の降雨予測の技術水準では、予測雨量の誤差はかなり大きく、流出予測値の誤差のかかなりの部分を構成していると考えられる。またこの誤差は、予測時間が長くなるほど、対象流域が小さくなるほど、大きくなるものである。

以上のような議論を踏まえ、本研究では $H \sim Q$ 変換に伴う誤差及び予測降雨の誤差の評価方法及びそれらの流出予測モデルでの取り扱い方を検討した。なおシステム方程式の入力条件である観測降雨も実は無視し得ない誤差を有すると考えられる。観測降雨の誤差は、主に点雨量から面雨量に変換する際に生じる。この誤差についても今後検討していく必要がある。筆者は観測降雨の誤差の表現方法及びこれの流出予測モデルへの取り込み方法についても、現在研究中である。この成果の発表は別の機会に行いたいと考えている。

3. 水位～流量（ $H \sim Q$ ）関係の誤差

通常、 $H \sim Q$ 関係は $H \sim \sqrt{Q}$ 関係が直線関係にあるとして、 $H \sim \sqrt{Q}$ 関係を観測データから最小2乗法で求めている。回帰式は次式のようになる。

$$\sqrt{Q} = \hat{a}_0 + \hat{a}_1 H \quad \dots\dots (1)$$

ここで、 $\hat{a}_0$, $\hat{a}_1$ は回帰係数の推定値で、以後は推定量を表すものとする。

回帰式から求める $\sqrt{Q}$ の分散推定値は、以下のようになる⁹⁾

$$\begin{aligned} V(\sqrt{Q}) &= \left(\frac{\partial(\sqrt{Q})}{\partial \hat{a}_0} \right)^2 V(\hat{a}_0) + \left(\frac{\partial(\sqrt{Q})}{\partial \hat{a}_1} \right)^2 V(\hat{a}_1) \\ &\quad + 2 \left(\frac{\partial(\sqrt{Q})}{\partial \hat{a}_0} \right) \left(\frac{\partial(\sqrt{Q})}{\partial \hat{a}_1} \right) \text{Cov}(\hat{a}_0, \hat{a}_1) \\ &= V(\hat{a}_0) + H^2 V(\hat{a}_1) + 2H \text{Cov}(\hat{a}_0, \hat{a}_1) \quad \dots (2) \end{aligned}$$

ここで、 $V(x)$ は x の分散の推定値、 $\text{Cov}(x, y)$ は x と y の共分散の推定値を表すものである。

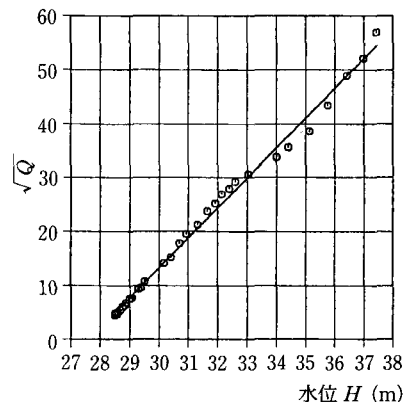
$\hat{a}_0$, $\hat{a}_1$ の分散、共分散は次式で計算できる。

$$V(\hat{a}_0) = \left\{ \frac{1}{n} + \frac{\bar{H}^2}{\sum_{i=1}^n (H_i - \bar{H})^2} \right\} \sigma^2 \quad \dots\dots (3)$$

$$V(\hat{a}_1) = \frac{1}{\sum_{i=1}^n (H_i - \bar{H})^2} \sigma^2 \quad \dots\dots (4)$$

$$\text{Cov}(\hat{a}_0, \hat{a}_1) = -\frac{\bar{H}}{\sum_{i=1}^n (H_i - \bar{H})^2} \sigma^2 \quad \dots\dots (5)$$

ここで $\bar{H}$ は水位データの平均値で $\bar{H} = 1/n \cdot \sum H_i$ である。



図－1 雨電橋地点の $H \sim Q$ 関係図
(昭和63年)

σ^2 は流量データの分散の不偏推定値を表しており

$$\sigma^2 = \frac{1}{n-2} \sum_{i=1}^n (\sqrt{Q_i} - a_0 - a_1 H_i)^2 \quad \cdots \cdots (6)$$

となる。

以上のように(3)～(5)式により回帰係数の a_0, a_1 の分散、共分散を、また(2)式により $\sqrt{Q}$ の分散を求めることが可能となる。

後述するように、本研究で用いた流出予測モデルでは、観測方程式を次の形で与える。

$$H = b_0 + b_1 \sqrt{Q} \quad \cdots \cdots (7)$$

よって $b_0 = -a_0/a_1$ 、 $b_1 = 1/a_1$ となる。新しい回帰係数 b_0, b_1 の分散、共分散は次式で与えられる。

$$Var(b_0) = \left(-\frac{1}{a_1}\right)^2 Var(a_0) + \left(\frac{a_0}{a_1^2}\right)^2 Var(a_1) + 2\left(-\frac{1}{a_1}\right)\left(\frac{a_0}{a_1^2}\right) Cov(a_0, a_1) \quad \cdots \cdots (8)$$

$$Var(b_1) = \left(-\frac{1}{a_1^2}\right)^2 Var(a_1) \quad \cdots \cdots (9)$$

$$Cov(b_0, b_1) = \left(-\frac{a_0}{a_1^2}\right)\left(-\frac{1}{a_1^2}\right) Var(a_1) + \left(-\frac{1}{a_1}\right)\left(-\frac{1}{a_1^2}\right) Cov(a_0, a_1) \quad \cdots \cdots (10)$$

図-1 は石狩川水系雨竜川の雨竜橋地点における昭和63年度の観測データに基づく $H \sim \sqrt{Q}$ 関係を表したものである。また表-1 はこれらのデータに、(2)～(6)式、(8)～(10)式を適用して回帰係数の分散、共分散を求めた結果である。

4. 予測降雨の誤差のモデル化

レーダ雨量計を用いた降雨予測手法は数多く提案されているが、その予測精度が定量的に評価されている例は意外に少ない。吉野ら⁷⁾ は予測雨量と実測雨量の関係を統計的に処理し予測雨量の信頼限界を明らかにしている。また高棹ら⁸⁾ はこれを一歩進め予測値の期待値が真値と一致し、その分散が予測時間 l と真値の2乗に比例すると考えて、次のように予測値の期待値、分散をモデル化した。

$$E(\hat{r}_{k+l}) = r_{k+l} \quad \cdots \cdots (11)$$

$$V(\hat{r}_{k+l}) = S_{k+l}^2 = a_p^2 \cdot l \cdot r_{k+l}^2 \quad \cdots \cdots (12)$$

ここに $E(\cdot)$: 期待値、 $V(\cdot)$: 分散、 $\hat{r}$: 予測雨量、 r : 真値(実測雨量)、 S : 標準偏差、 a_p : パラメータ、 l : 予測時間(リードタイム)、 k : 予測時刻

(11), (12)式は、予測時間が長くなるほど、また、降雨強度が大きくなるほど予測精度が悪くなるという仮定に基づいている。ただし、高棹らの原論文では、(11), (12)式は予測降雨の精度を表すために導入されたものではなく、逆に、実測雨量から予測雨量を、指定された精度で擬似的に作り出すためにモデル化されたものである。本研究でもこの誤差モデルの形式をそのまま採用することにし、降雨予測結果を統計処理し a_p を決定する。降雨予測は石狩川流域を対象に移流モデル⁹⁾を用いて行った。S.63.8.25、S.63.8.28、H.1.9.3の3降雨を対象に、道央レーダ雨雪量計のレーダ雨量を用いて3時間先までの降雨予測を行った。予測雨量を実測雨量と対比しその誤差を統計的に処理することにより $a_p = 0.37$ を得た。図-2 は予測雨量と実測雨量の散布図及び(12)式

表-1 水位～流量曲線定数解析結果(昭和63年)

サンプル数	31
a_0	-152.93
a_1	5.54
$V(a_0)$	6.41
$V(a_1)$	0.006
$Cov(a_0, a_1)$	-0.202
b_0	27.60
b_1	0.180
$V(b_0)$	0.00461
$V(b_1)$	0.000007
$Cov(b_0, b_1)$	-0.000144
適用範囲	$27.73 \leq H \leq 37.63$

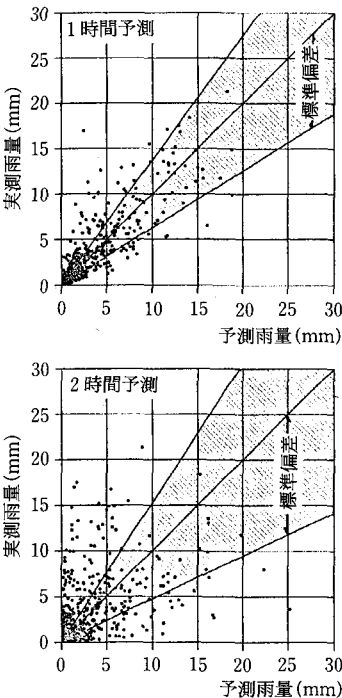


図-2 予測降雨の誤差のモデル化

で表される標準偏差を示したものである。なお、上林は沖縄の八重岳レーダ、中部地方の御在所レーダの雨量を用いて降雨予測を実施し、本研究と同様に a_p の同定を行っている。その結果、それぞれ $a_p = 0.47, 0.41$ を得ている。¹⁰⁾ 今回求めた a_p は 0.37 であり、上林の求めた a_p 値を下回っている。すなわち分散が小さく降雨予測の精度が良いような印象を受けるが、実は本研究と上林の研究では、予測精度を評価する面積が異なり、いちがいに降雨予測の精度について論ずることはできない。上林の論文では評価単位面積が 81km^2 であるのに対し、本研究ではそれが約 $1,000\text{km}^2$ になっており、むしろ評価面積の違いが a_p の差に現れたと考えるべきであろう。

5. 流出予測モデル

流出予測モデルは、次式で示される貯留関数型のモデルを採用する。このモデルは等価粗度モデルの理論解から導出されたものであり、数値的な取り扱いが簡単なうえ適用性も優れている。¹¹⁾

$$s = k_1 q^{p_1} + k_2 \frac{d}{dt} (q^{p_2}) \quad \cdots \cdots (13) \quad \frac{ds}{dt} = fr - q \quad \cdots \cdots (14)$$

ここに、 s ：貯留高、 q ：流出高、 r ：降雨量、 f ：流出率

マニング則による表面流を想定する場合、(13)式のモデル定数は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} k_1 &= 2.823 f_c A^{0.24} & k_2 &= 0.2835 k_1^2 \bar{r}_e^{-0.2648} \\ p_1 &= 0.6 & p_2 &= 0.4648 & f_c &= (n/\sqrt{i})^{0.6} \end{aligned} \quad \cdots \cdots (15)$$

ここに、 A ：流域面積、 n ：等価粗度、 i ：勾配、 $\bar{r}_e$ ：平均有効雨量強度

(13)、(14)式を線形化するため、次式のように変数変換する。

$$x_1 = q^{p_1}, \quad x_2 = \frac{d}{dt} (q^{p_2}) \quad \cdots \cdots (16)$$

(16)式を(13)、(14)式に代入し、これをテイラー展開によって線形化し、かつ差分化すると次式が得られる。

$$X_{k+1} = \Phi_k X_k + \Gamma_k B_k \quad \cdots \cdots (17)$$

ただし、 $X_k^T = [x_1 \ x_2]_k$ である。

(17)式を用いることにより、 $k+1$ 時刻の状態量 X_{k+1} を数値的に求めることができ、かつカルマン・フィルタ理論を適用し、状態量の更新及び状態量の有する誤差を計算することができる。ただし(17)式ではモデル定数、 $H \sim Q$ 変換定数及び予測降雨の誤差を状態量の誤差に反映させることはできない。よって形式上、モデル定数、 $H \sim Q$ 変換定数、予測降雨を状態量に加え、システム方程式を拡大する。すなわち、

$$X^T = [x_1 \ x_2 \ k_1 \ k_2 \ p_1 \ p_2 \ f \ b_0 \ b_1 \ r] \quad \cdots \cdots (18)$$

とする。ただし r は予測雨量であり、 r_k は $k \sim k+1$ 時刻間の予測雨量とする。 m 時間先までの降雨予測を行うとすると予測雨量は $r_k (k=1 \cdots m)$ の m 個となる。よって本来なら、システム方程式には、 m 個すべての予測雨量を状態量として取り込む必要がある。しかしここでは、簡単のためこれら m 個の予測雨量の誤差間に相関はない、すなわち共分散を 0 として定式化を進める。このような仮定に立てば、システム方程式に取り込む予測雨量は、その時点で計算に用いる予測雨量だけで良いことになる。このように状態量を拡大すると(17)式は次のように書き換えられる。

$$X_{k+1} = \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \end{pmatrix}_{k+1} = \begin{pmatrix} \Phi_1 & \Phi_2 & 0 & \Phi_4 \\ 0 & I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \end{pmatrix}_k + \begin{pmatrix} \Gamma_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} (d_2)_k \quad \cdots \cdots (19)$$

ただし $X_1^T = [x_1 \ x_2]$, $X_2^T = [k_1 \ k_2 \ p_1 \ p_2 \ f]$, $X_3^T = [b_0 \ b_1]$, $X_4 = r$ である。

この時、状態量の誤差分散、共分散は次式で表される。

$$P_k = E \left(\begin{bmatrix} \hat{X}_1 \\ \hat{X}_2 \\ \hat{X}_3 \\ \hat{X}_4 \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} \hat{X}_1 & \hat{X}_2 & \hat{X}_3 & \hat{X}_4 \end{bmatrix}_k \right) = \begin{bmatrix} P_{1,k} & P_{2,k} & P_{3,k} & P_{4,k} \\ P_{2,k}^T & U_k & 0 & 0 \\ P_{3,k}^T & 0 & W_k & 0 \\ P_{4,k}^T & 0 & 0 & V_k \end{bmatrix} \quad \dots\dots (20)$$

すなわち、 $E(\hat{X}_2 \hat{X}_3^T) = 0$ 、 $E(\hat{X}_2 \hat{X}_4^T) = 0$ 、 $E(\hat{X}_3 \hat{X}_4^T) = 0$ である。

(20)式において U_k はモデルパラメータの誤差分散・共分散である。 W_k は $H \sim Q$ 変換定数の誤差分散・共分散であり、(8)～(10)式で計算される。また V_k は予測降雨の分散で(12)式で与えられる。

観測値を新たに入手した時の観測更新は、次のように計算できる。観測方程式は、水位 z を観測値として、

$$z = b_0 + b_1 \sqrt{\frac{A}{3.6}} x_1^{1/2 p_2} \quad \dots\dots (21)$$

(21)式を線形化して観測誤差を考慮すれば、(22)式のようになる。

$$z_k = H_k X_k + h_3 + m_k \quad \dots\dots (22)$$

ただし m_k は $H \sim Q$ 変換に伴う誤差だけを考慮することにし、次式で与える。

$$E(m_k) = 0, \quad R = E(m_k^2) = \varepsilon^2 / a_1^2 \quad \dots\dots (23)$$

$$\varepsilon^2 = V(\sqrt{Q}) = V(a_0) + H^2 V(a_1) + 2HCov(a_0, a_1) \quad \dots\dots (24)$$

カルマン・ゲイン K_k は(25)式で、また状態量の更新は(26)式で計算される。

$$K_k = P_k(-) H_k^T [H_k P_k(-) H_k^T + R]^{-1} \quad \dots\dots (25)$$

$$X_{1,k}(+) = X_{1,k}(-) + K_1 \left[z_k - b_0 - b_1 \sqrt{\frac{A}{3.6}} x_{1,k}^{1/2 p_2}(-) \right] \quad \dots\dots (26)$$

ここに K_1 はカルマン・ゲインのうち X_1 に対応する部分行列 (2×1) である。

また誤差分散、共分散行列も観測値の入手に伴い更新されるが、 U_k 、 W_k 、 V_k は更新されない。すなわち、

$$\begin{aligned} U_k(+) &= U_k(-), & W_k(+) &= W_k(-), \\ V_k(+) &= V_k(-) & \dots\dots (27) \end{aligned}$$

(-)、(+)はそれぞれ、新しい観測値が入手される直前と直後の時刻を示す。

なお、予測更新の際には(22)式を出力方程式と考え、状態量 X_1 の分散・共分散を(22)式を介して、出力値、水位の分散・共分散に変換する。

6. 実河川への適用

石狩川の一次右支川雨竜川を対象に、前節で述べた流出予測モデルを適用し、その適用性を検証した。雨竜川は本線 105km 地点で合流する流域面積 1722.3km²、幹線流路延長 177.0km の河川である。シミュレーションを行ったのは S.63.8.25 洪水である。この洪水は、雨竜橋(流域面積 1,660.7km²)で計画高水位を上回った大出水であった。図-3 は実測値と予測値を比較したものである。1時間予測とは、1時間後の予測値を包絡したハイドログラフである。なお、計算条件はまとめて表-2 に示している。図-3 から1時間予測では、十分な精度で流出予測が行われてい

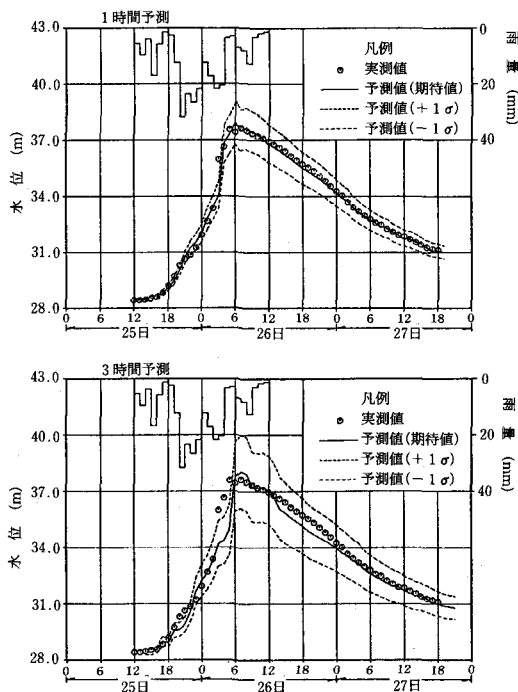


図-3 実測値と予測値の比較ハイドログラフ

ることがわかる。1時間予測の場合のピーク付近の標準偏差は約1m程度である。1時間予測の際の予測降雨誤差は小さいので、この誤差の大部分はシステムノイズで構成されている。3時間予測ではピーク付近の予測精度は良好であるが、ピーク前の急激な上昇は表現し得ていない。これは予測降雨が小さかったためである。今後、更に検討を進めていく必要があるが、システムノイズは若干小さく、また予測降雨のノイズは更に大きく設定する方が妥当と推定される。

表-2 予測計算条件一覧

定 数 値		誤 差 分 散 の 設 定 方 法				
k_1	f	システム	流出定数	$H \sim Q$ 変換定数	観測誤差	予測降雨
29.00	0.50	$(0.1X)^2$	$(0.1C)^2$	(8)~(10)式	(23)(24)式	(12)式

7. おわりに

本研究では、カルマン・フィルターを用いた流出予測モデルの適用性向上を目指して、観測誤差、予測降雨の誤差のモデル化及び流出予測モデルへの取り込み方法について考察した。これを実河川に適用し良好な結果を得たが、次のような課題が残されていると考えられる。

- ① $H \sim Q$ 式の作成及びその評価は、通常、1年に1回行われるので、実際の洪水時には暫定的に昨年の $H \sim Q$ 式を用いている。よって、 $H \sim Q$ 関係のあてはめ誤差は、もっと大きいものになる。今後は $H \sim Q$ 式の作成、評価を迅速に行っていくシステムを確立する必要がある。
- ② 前述したように観測降雨も誤差を有しており、これらは通常システム誤差として表現されている。今後は観測降雨の誤差を明らかにし、システム誤差の設定方法にも合理性を求めていくことが重要と考えられる。

8. 謝 辞

本研究を遂行するにあたり、京都大学椎葉助教授、九州大学河村助手に有益な御助言を頂いた。ここに記して謝意を表する。

参考文献

- 1) 日野幹雄・金治弘：フィルター分離AR法とカルマン・フィルターによる洪水予測法に関する研究、土木学会論文報告集、第351号／II-2、pp.155~162、1984
- 2) 宝馨・高棹琢馬・椎葉充晴：洪水流出の確率予測における実際的手法、第28回水理講演会論文集、pp.415~422、1984
- 3) 砂田憲吾：非定常流出系の実時間洪水流量予測、第26回水理講演会論文集、pp.379~385、1982
- 4) 平野宗夫・森山聡之・河原田寿紀・山下三平：洪水位のオンライン予測に関する研究、土木学会第41回年次学術講演会概要集 II、pp.59~60、1986
- 5) 星清：洪水予測法の実例、第24回水工学に関する夏期研修会講義集、土木学会、pp.A-3-1~20、1988
- 6) 中津川誠、星清：水位-流量関係から推定される流量の精度について(その1)、北海道開発局開発土木研究所月報、No.443、pp.2~8、1990
- 7) 吉野文雄・水野雅光・兪朝夫：雨域追跡法による短時間降雨予測の精度、第31回水理講演会論文集、pp.209~214、1987
- 8) 高棹琢馬・椎葉充晴・宝馨：洪水流出の確率予測におけるモデルと手法、第19回自然災害科学総合シンポジウム、pp.63~66、1982
- 9) 椎葉充晴・高棹琢馬・中北英一：移流モデルによる短時間降雨予測手法の検討、第28回水理講演会論文集、pp.423~428、1984
- 10) 上林好之：レーダ雨量情報を利用した洪水流出予測に関する研究、学位論文、1990
- 11) 星清・山岡勲：雨水流法と貯留関数法との相互関係、第26回水理講演会論文集、pp.273~278、1982