

跳水と境界層の相互干渉 - 三次元波状跳水

Interaction between hydraulic jump and turbulent
boundary layer - Three dimensional undular jump

森明巨*・板倉忠興**・森平宏治***・高田修二****

by Akio MORI, Tadaoki ITAKURA, Kouji MORIHIRA and Shuji TAKADA

The type of hydraulic jump changes according to the Froude number F . When F is less than about 1.2, the water surface is smooth. On the other hand, for a larger F , a series of small rollers develops on the surface of the jump. However, when the influence of side walls is strong enough to affect the flow at the central part of the channel, the jump is smooth and the height of the jump increases appreciably, even if F is fairly larger than 1.2. In this paper, we showed that this phenomenon is caused by an interaction between the jump and the turbulent boundary layer.

Keyword: jump, boundary layer, interaction, breaking

1. はじめに

跳水は上流フルード数 F が限界 $F = F_c$ を越えると碎波する。これ以下では平滑な水面をもつ波状跳水となる。Favre¹⁾ や Binnie-Orkney²⁾ の実験によれば $F_c = 1.21 \sim 1.26$ である。波状跳水を孤立波と考えると(例えば、Benjamin-Lighthill³⁾)、孤立波理論によれば $F_c = 1.25$ であるから上述の実験結果は妥当なものと考えられる。ところが、Chow⁴⁾ によれば $F_c = 1.7$ である。

このような大きな F_c の違いは跳水と境界層との相互干渉を考えれば説明できる。この相互干渉とは、跳水の大きな水深変化が境界層の流れを剥離させ、流れの構造を大きく変える現象である(以下、JBI と略称する)。JBI は、高速空気流における“SBI-衝撃波と境界層との相互干渉”の開水路版である。図-1 に SBI の最も簡単な例を示した。境界層に入射した衝撃波の大きな圧力勾配の影響が上流に伝わって圧縮波を形成し、これが衝撃波を含めて境界層全体を変える。これまで JBI の存在

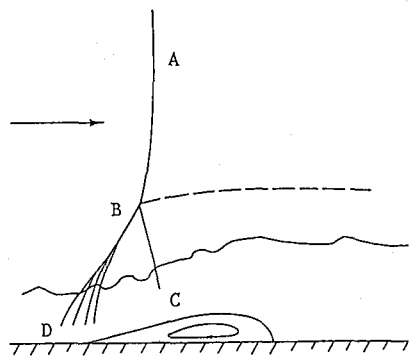


図-1 衝撃波と境界層の相互干渉

- * 正会員 工博 北海道大学助手 工学部土木工学科、 (〒060 札幌市北区北十二条西8丁目)
** 正会員 工博 北海道大学教授 工学部土木工学科、 (同上)
*** 北海道大学大学院 工学研究科土木工学専攻、 (同上)
**** 北海道大学工学部土木工学科、 (同上)

を予想した簡単な記述がいくつか見られるが、直接 J B I を対象とした研究は、極く最近の筆者らのものを除いてないようである。森⁵⁾は、直線流路に蛇行流路が接続した水路での実験結果と浅水流方程式に基づいた線形理論および非線形数値解析との比較から、J B I が流れに大きな影響を与えると結論した。浜中⁶⁾らは、直線水路の流れが側壁 J B I の作用によって強く三次元的になることを示した。跳水 front のクサビ型、これに続く水面波形の流下にもなう横断方向への細分化、また、流れの複雑な三次元的な剥離など基本的な構造が明らかにされている。

浜中らは、この跳水を“弱い跳水”と呼んだが、ここでは三次元波状跳水と呼ぶことにし、J B I 効果が小さい $Fc \approx 1.25$ のものを二次元波状跳水と呼んで、2 つに分けることにする。本研究はこの様な三次元波状跳水の構造の基本的な骨組みを実験的に調べたものである。

表-1 (1)式各項の変化 (単位は cm^2/sec^2)

$x(\text{cm})$	$\partial U^2/\partial x$	$\partial U^2/\partial y$	τ_o/ρ	$gh^2\partial h/\partial x$
-11	187	-325	8.9	129
-9	-291	2	5.9	284
-7	421	-984	4.6	559
-5	-165	-751	3.9	912
-3	-703	-328	2.3	1029
-1	-451	-16	0.7	466
1	437	97	1.3	-535
3	550	539	1.9	-1091
5	-242	1202	4.9	-965
7	-455	1050	8.8	-603
9	-973	1285	10.0	-322

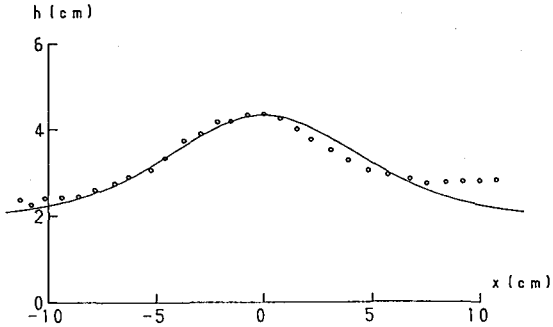


図-2 水路中央の水面形

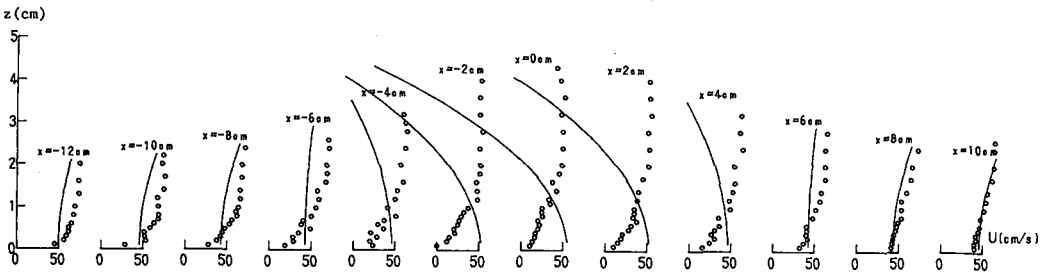


図-3 水路中央の流速分布

2. 流れの三次元性

実験には幅 $B = 28\text{cm}$ 、長さ 4m の直線矩形断面水路を用いた。水力条件は、水路勾配 $I = 1/120$ 、流量 $Q = 3.71/\text{s}$ 、上流水深 $h_o = 1.97\text{cm}$ 、 $F = 1.53$ である。この F は二次元波状跳水の Fc より大きい。

下流端をセキあげて段波を発生させる。段波先端は碎波しているが、下流端から約 1.8m 遡上して停止した後、碎波のない三次元波状跳水へと移行する。

図-2 は、三次元波状跳水第1波の流路中心線上の水面波形の実測値である。図中の実線は Laitone⁷⁾ による孤立波の第二次近似解である。両者はよく似ているが、波高水深比 $H/h_o = 1.2$ で、孤立波の限界値 $H/h_o \approx 0.8$ よりかなり大きい。図-3 に示したよう流路中央の U -分布 (○: 実測値) は孤立波の理論値

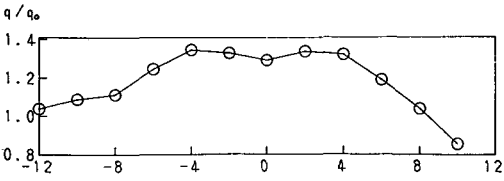


図-4 水路中央部の単位幅流量の変化

(実線)からは相当な変形を受けている. $x=0$ 付近の理論値は $U \ll 0$ で理論的には碎波であるが、実測値は $U \gg 0$ で非碎波である. 表-1は x 方向の運動量方程式(1)の各項の比較である(圧力には静水圧を仮定).

$$\frac{\partial U^2 h}{\partial x} + \frac{\partial UVh}{\partial y} + \frac{\tau_0}{\rho} + gh \frac{\partial \xi}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\tau_0}{\rho} = \left[\frac{1}{a} \left(\frac{z}{\nu} \right)^b u \right] \frac{2}{1+b}, \quad \frac{u}{u_*} = a \left(\frac{u_* z}{\nu} \right)^b \quad (2)$$

ここに、 x, y, z : 流下、横断、水深方向の座標、 U, V : x, y 方向の流速、 u_* : 摩擦速度、 ξ : 水位.

第1、4項は U, ξ の実測値から計算. 河床剪断力 τ_0 の計算式は(2). 流速計算式は $u_* d / \nu = 7 \sim 50$ に対する近似式 ($a=3.7, b=0.36$). これら各項の計算値と(1)式から第2項を計算した. 第2項の大きさが圧力勾配項と同程度の大きさになって、ピークの上流では碎波の発生を抑制し、下流では急激な加速を抑制して高波高の波形を保つように作用している. 流路中央の単位幅流量 q は図-4に示す様に下流に向かって $x = -4$ cmまで増加し、 $x = 2$ cmから減少している ($q_0 = Q/B$).

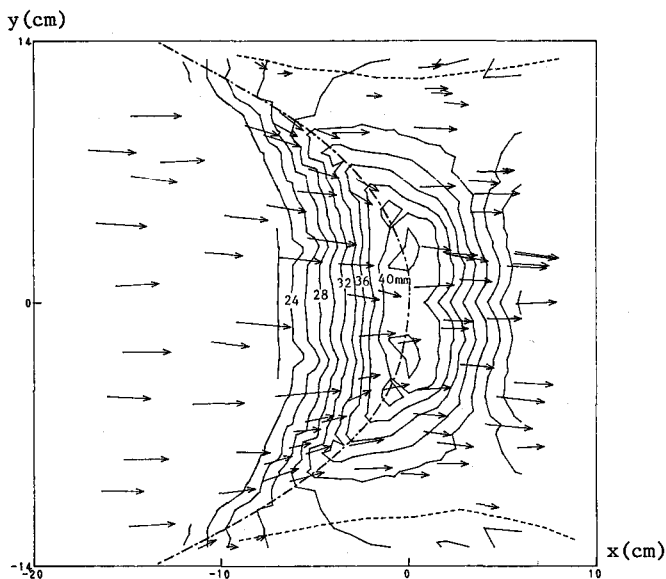


図-5 三次元波状跳水の水位等高線と表面流速のベクトル

図-5は水位コンターに表面流速ベクトルを重ねたものである(水位は $y \geq 0$ のみ測定). 図中の一点鎖線で示した峰線が浜中らのいうクサビ型frontである. このクサビの下流では流速が著しく減少している(次節に述べるS-JBI域である). 流れがこの峰線を通過するとき強く流路中央方向に曲げられ流れが中央部に集中する. これらの測定結果は流れの強い三次元性を示しているが、ここで、山田⁸⁾の理論に従って一次元的考察を行ってみる. 山田らは、一樣幅 B_0 の流路中に幅 B_n の狭窄部があったときに、流れが碎波する条件を(3)式で与えた.

$$\left(\frac{B_n}{B_0} \right)^2 < \frac{27F^2}{8(1+F^2/2)^3} \quad (3)$$

(3)式によれば本実験の非碎波の条件は $B_n/B_0 < 0.88$ である. 図-5中の点線は水面トレーサーから得られた側壁に最も近い流跡線である. これらの内側を有効流幅幅とすると $B_n/B_0 = 0.86$ となり、上記の値と比較すると碎波限界と考えることがで

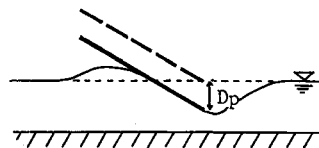


図-6 水面制御板

きる。このときの狭窄部の水深の理論値を波高に換算すると $H/h_0=0.5$ となり、本実験の $H/h_0=1.2$ よりかなり小さい値となった。

以上の検討から流れの強い三次元性が F_c を増加させていると判断できる。

3. C-JBIとS-JBI

JBIを形成する壁面は水路中央部の河床と側壁周辺の2つである。それぞれの壁面のJBIを前者はC-JBI、後者はS-JBIと呼ぶことにする。

図-3の流速分布はKooi⁹⁾の測定した強いSBIを特徴づける分布形を持っている。また、浜中らが示した様に三次元波状跳水の水路中央部では剥離することが多い。本実験でもこの様な剥離を伴った強いC-JBIが発生していると考えられる。

S-JBIの構造は次の様にして調べた。水路中央に幅3.6cmの平板を水路床に対して30度傾けておき、これを低下させて水面を抑える(図-6参照)。水理条件は2節のものと同じである。低下量 D_p を変えると、水面波の峰線は図-7の様に $J1 \rightarrow J2 \rightarrow J3$ と変化する。 $J1$ は D_p = 水位測定可能最小値のときの峰線である。 $J3$ は三次元波状跳水である。

流れは図中の2つの○印間で砕波している。 $J2 \rightarrow J3$ の最終段階を除いて砕波がある。このことは、非砕波である三次元波状跳水は、特別な流れが誘起されたときに始めて形成されるものであることを示している。

図-8に示す様に、砕波の端点A(○印)から一本の峰線(ABC)が側壁に向かう。この峰線がx方向となす角度 α は $J1$ のとき約14度である。この波は(4)式で表される定在波と考えられる。

$$\sin \alpha = \frac{1}{F} \sqrt{\frac{\tanh kh}{kh}}, \quad k: \text{波数} \quad (4)$$

側壁付近は、河床と側壁の境界層が複合しており、また、入射した定在波とその反射波が重複して高水位を作るから比較的強いJBI [S-JBI] が発生する。

壁面への入射点Cの上流に図-1の圧縮波に対応した水面波が発生する[△BCD内]。これらの最上流の峰線はDBである。点Bで屈折して更に下流に連なっている。

図-9は、側壁(実線)と側壁を通して撮影されたB点の上、下流の水面形(点線)であり、 D_p を変えたときの変化をみたものである。図中の一点鎖線は、 $J1$ のときの側壁水深でx座標は適当にずらしている。

D_p を増すと定在波ACの波高が増大してS-JBIが強まる。側壁の水面形は上流側勾配が徐々に増大する。

一方、B点付近の水深は $D_p=14\text{mm}$ 付近から急激に増大する。これは強いS-JBIが形成された結果で、SBIにおける λ footの形成に対応する(図-1参照)。すなわち、衝撃波ACが入射して、SBIによって新たに衝撃波DBが形成され、衝撃波BCは下流側にずれる。B点はこれら衝撃波の分岐点で、衝撃波の一部である。

開水路では、B点は跳水と考えることができる。そうすると、この跳水は非砕波であるから、“局所的な

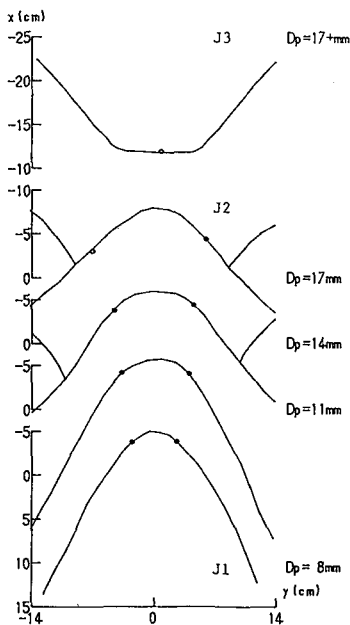


図-7 $J_1 \sim J_3$ における峰線の変化

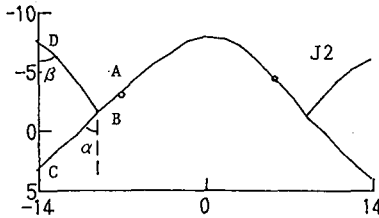


図-8 水面波峰線の説明図

三次元波状跳水”といふことができる。

DBが流下方向となす角度 β は約40度である。これは、(4)式に当てはめると $kh \rightarrow 0$ でマッハ波に相当するが、浜中らの測定によればFによらず $\beta = \text{一定} \approx 40^\circ$ であった。従って、マッハ波ではなくSBIとの類似性からDBは斜め跳水の波面と考えられる。

B点は D_p を増すと α が増大して上流に移動する。

4. 三次元波状跳水の形成機構

J2は1つの限界状態

で、J2よりわずかに

D_p を増すと、峰線は図-10の様に变化して三次元波状跳水J3に移行する。

図-11はJ3の水位コンター図の一部である。図-5と比べると、水位のピーク下流で多少違うところがあるが全体的に類似しており、本研究の目的としては同一現象とみることができる。

J2→J3は次のような過程に分けれる。

1) $t=0 \sim 15\text{sec}$ 。

碎波域が定在波の峰線に沿って広がりつつ横断方向に直線化する。B点は側壁に平行に上流に移動し(従ってS-JBI域も上流に移動)、碎波域が横一直線になったときにA点に一致する。

2) $t=18\text{sec}$ 。

B点(=A点)が水路中央に向かい、碎波域は縮小して、S-JBI域が拡大する。

3) $t=19.5\text{sec}$ 。

碎波が消滅し、同時にBC線も消滅する。

4) $t=21\text{sec}$ 。

B点は更に少し水路

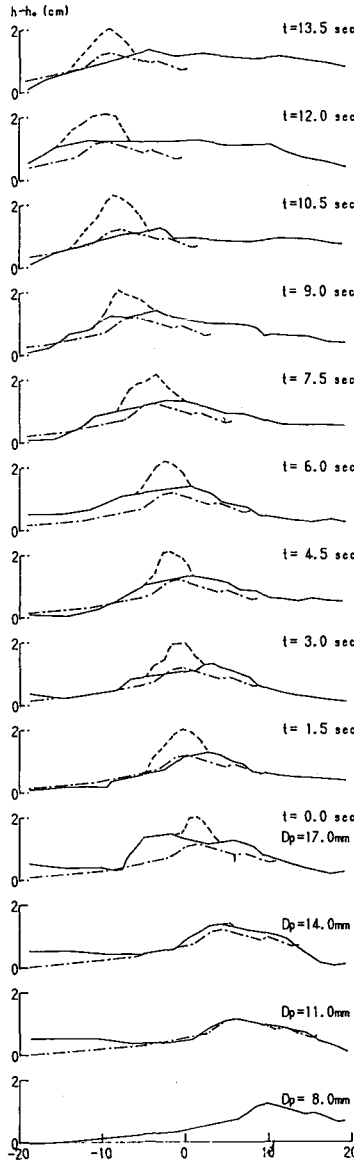


図-9 J₁～J₃における水面形の変化

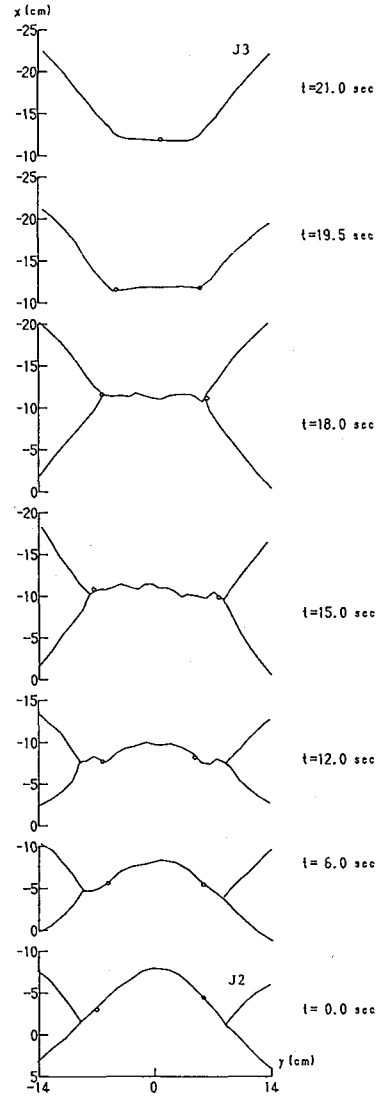


図-10 J₁～J₃における峰線の変化

中央に向かい、クサビ型のfrontが形成される(J3)。

図-9中の上部はJ2→J3における水面変化である。側壁水深は変動が大きいがおおよその傾向はJ1のもの(一点鎖線)と同じである。B点周辺の水深(点線)は、J2のものに比べるとx方向の幅が幾分大きくなっているが最大水深はほぼ同じである。

以上から、J3は“局所的な三次元波状跳水”であるJ2のB点が流路中

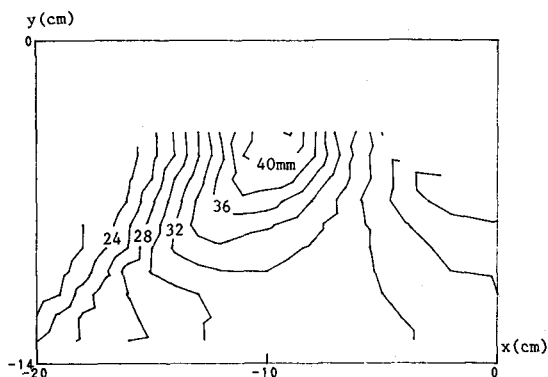


図-11 平板によって形成された跳水の水位等高線

央付近まで移動したものと考えることができる。このとき、S-JBIとC-JBIがB点を通して接続することになる。C-JBIは(x, z)面のJBI、S-JBIは(x, y)面の変化が特徴的なJBIであるからこれらを接続する跳水Bは三次元構造をもつことになる。

5. おわりに

SBIとの類似性に着目して三次元波状跳水の基本的骨組みを示した。この跳水は強いSBIにおけるλ footの分岐点に対応する。λ footの構造説明はその複雑さのためにまだ不十分である。開水路ではC-JBIとS-JBIが複合して更に複雑な現象となっている。非碎波機構そのものの説明はこれからの問題である。

なお、J2はplateによる仕事の段波発生限界で、前節の過程1)はこの限界を越えたために段波の伝播作用によって碎波域が流れに直交する様に拡大したものと考えられる。

J3における平板に働く抗力は小さく、平板をJ1の位置にもどしてもJ3の状態が保たれる。

参考文献

- 1) Favre, H.: Ondes de transition, Paris Dunod, 1934.
- 2) Binnie, A. M. and Orkney J. C.: Experiments on the flow of water from a reservoir through an open horizontal channel II. The formation of hydraulic jumps, Proc. Roy. Soc. Vol. 230, 1955.
- 3) Benjamin T. B. and Lighthill M. J.: On cnoidal waves and bores, Proc. Roy. Soc. Vol. 224, 1954.
- 4) Chow, V. T.: Open-channel Hydraulics, Mc Graw-Hill, 1959.
- 5) 森 明巨: 弯曲流・蛇行流の三次元数値解法と河床変動の数値解法の研究, 1990.
- 6) 浜中 建一郎: 弱い跳水に於ける流れの3次元構造, 土木学会北海道支部論文報告集, 1991.
- 7) E. V. Laitone: The second approximation to cnoidal and solitary waves, J. Fluid Mech., vol. 9, 1961.
- 8) 山田 正: 山地河道の水面形遷移に関する研究, 土木学会北海道支部論文報告集, 1987.
- 9) Kooi, J. W.: Influence of Free-Stream Mach Number on Transonic Shock Wave Boundary Layer Interaction, National Aerospace Laboratory, the Netherlands, Rept. NLR MP 78013 U, 1978.