

開水路側壁に連続して角柱を設置した場合の不等流計算について

Calculation of Water Surface Profile at Non-uniform Flow by Step Method
When Square Post Put Interval on the Side Wall of Open Channel

佐々木牧夫*・三瓶隆雄**

By Makio SASAKI and Takao SANPEI

When square post put an interval on the side wall of open channel, water surface profile is variable by acceleration and deceleration of velocity at continued sudden contraction and sudden enlargement. when waterway is tunnel, flow pattern is changed from open channel to pipe. It has an influence to construction's safety by conveyance and pressure.

In this paper, we watch a separation region formed behind a square post, meet the equation of continuity at outside of a separation region, water surface profile of non-uniform flow was able to calculate easily by step method.

Keywords: surface profile, separation, non-uniform flow, step method,

1. はじめに

水路トンネルの劣化を支保工を用いて補強した場合には、水路側壁に連続した栈粗度的な人工粗度が発生する。栈粗度に関する従来の研究資料^{1) 2) 3)}より粗度設置区間の損失水頭を求めることは可能であるが、粗度設置区間の水面形は、局所的な流速の加減速により複雑な形状を示す。局所的な水面変動により、流れの形態が開水路状態から管路状態へ変化する場合があります。通水能の低下や水路内圧の上昇などが生ずるため、水路トンネルの安全性を的確に判断する上で流れの形態を把握することが必要となる。

栈粗度のように、急縮・急拡が連続する水路の水面形については、急縮・急拡による流速の加減速をエネルギー補正係数として評価し、不等流計算を用いて水面形を求める手法が報告^{4) 5)}されており、ほぼ満足する結果が得られている。しかし、エネルギー補正係数の算出は容易ではない。

著者らは、栈粗度として設置する角柱が単独の場合について、その背後に発生するはく離領域に注目し、はく離境界外で連続の式を満足させながら不等流計算により水面形を簡便に求めることを提案した。⁶⁾本報告では、これを拡張し、角柱が連続して設置される場合について水面形の算出を行ったものである。

* 正会員 東北電力株式会社 電力技術研究所 土木研究室

(〒981 宮城県仙台市青葉区中山7丁目2番1号)

** 正会員 株式会社東北開発コンサルタント 技術開発室 係長

(〒980 宮城県仙台市青葉区上杉2丁目7番20号)

2. 実験装置

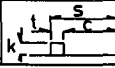
実験装置は、幅40cm・高40cm・延長20mの片側側壁にガラス板を使用した勾配可変式の水路を使用した。角柱には、正方形断面を有するアクリル柱を使用し、貯水槽から水路への流入による影響を考え水路上流端から8mの位置に設置した。角柱は、不透過型で非越流としている。角柱を単独で設置した場合の諸量を表-1に、連続して設置した場合の設置間隔と設置本数を表-2に示す。角柱を連続して設置した場合の諸量は、勾配1/2000でフルード数 $Fr=0.41$ である。流れは、水路末端に位置する角落としにより角柱設置区間下流において等流水深となるように調整している。

流速測定は、正反式プロベラ流速計（計測技研製φ5mm）を用いて、90秒間連続測定の平均値を用いている。水深測定は、ポイントゲージ（計測技研製1/100mm）とサーボ式水位計（計測技研製）を併用している。

表-1 実験条件（単独角柱）

勾配 I	流量 Q (l/s)	角柱 高×長×本数 (cm)
1/10000	7.307	2.0×2.0×1
1/5000	10.334	2.0×2.0×1
1/2000	16.340	2.0×2.0×1
1/1000	23.108	2.0×2.0×1
1/2000	16.340	2.0×2.0×2
1/2000	16.340	4.0×4.0×1

表-2 実験条件（連続角柱）

角柱設置本数		2	3	4	5	7	13	25
s/k	c/k	角柱設置区間 L (m)						
5	4	0.2	0.3	-	0.5	0.7	1.3	2.5
10	9	0.4	0.6	0.8	1.0	1.4	2.6	-
20	19	0.8	1.2	1.6	2.0	2.8	-	-
30	29	1.2	1.8	-	3.0	-	-	-
40	39	1.6	2.4	3.2	-			
60	59	2.4	3.6	-	-			

3. 基礎式

3.1 不等流計算

不等流計算の基礎式は、標準逐次計算法を用いている。

$$h_1 = h_2 + (z_2 - z_1) + \left(\frac{1}{A_2^2} - \frac{1}{A_1^2} \right) \frac{\alpha Q^2}{2g} + h_r \quad (1)$$

ここに h : 水深, z : 基準面から水路底盤までの高さ, A : 流積,

Q : 流量, g : 重力加速度, α : エネルギー補正係数, h_r : 損失水頭

エネルギー補正係数 α は、計算簡略のため $\alpha=1$ としている。一般に、

図-1に示すような場合の2点間の損失水頭は摩擦によるものであり、マンニングの式を適用し2点間の諸量の平均値を用いて表すと(2)式となる。

$$h_r = \left(\frac{1}{R^{2/3} A_2^2} + \frac{1}{R^{2/3} A_1^2} \right) \frac{n^2 Q^2 L}{2} \quad (2)$$

ここに R : 径深, n : マンニングの粗度係数

3.2 損失水頭の評価

水路側壁に角柱が設置された場合には、摩擦による損失の他に角柱による損失が発生する。角柱による損失を h_{sc} と書表し、角柱設置断面で生

ずるものとして模式的に示したのが図-2である。図中の h_f は2点間の摩擦損失であり、図-1の h_r と同じく(2)式で表すことができる。角柱による損失は、形状損失として損失係数を用いて表すのが一般的であるが、角柱による損失は急縮・急拡が連続して発生することとなり、急縮直後の流速分布の変化中にある急拡や角柱が連続した場合の2基目以降の角柱の損失は、一般的に与えられる損失係数で評価するのは妥当でない。角柱が長区間連続して設置された場合の角柱の損失 h_{sc} は、粗度有りの換算粗度 n_{sk} により

$$h_{sc} = \left(\frac{1}{R^{2/3} A_2^2} + \frac{1}{R^{2/3} A_1^2} \right) \frac{(n_{sk}^2 - n^2) Q^2 s}{2} \quad (3)$$

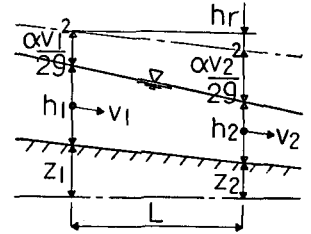


図-1 不等流

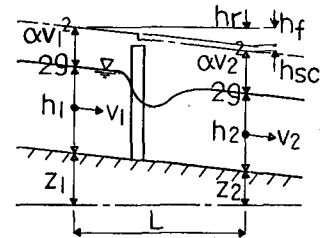


図-2 角柱周辺の不等流

として求めることができる。ここで s は、角柱設置間隔である。 s を単位長さとした全損失は、

$$h_r = h_f + h_{sc} \quad (4)$$

となる。

3. はく離境界流線の定義

角柱背後に形成されるはく離領域の境界流線を (5) 式により求められる点を連ねることにより求める。

$$\int_0^{y_0} v \cdot h \, dy_1 = 0 \quad (5)$$

境界流線の外域では

$$\int_0^{y_0} v \cdot h \, dy_2 = Q \quad (6)$$

を満足する。すなわち、連続の式は

$$Q = Bhv = y_0 h v = \text{constant} \quad (7)$$

となり、はく離領域が発生する断面では、はく離境界流線外域で連続の式が成立する。

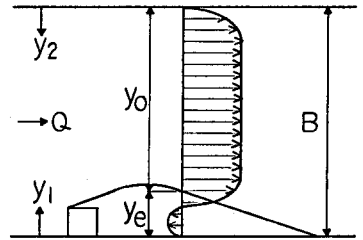


図-3 はく離境界流線の定義

4. 実験結果

4. 1 はく離境界流線

(a) 単独角柱と連続角柱 1 基目の比較

図-4 には、単独角柱の場合のはく離境界流線と連続角柱 ($s/k = 5, 10$) の最上流の角柱背後のはく離境界流線を示している。水路勾配を $1/1000$ とした場合を除いて、その大きさはほぼ等しいものといえる。 $1/1000$ の水路勾配ではフルード数 $Fr = 0.58$ (角柱設置断面ではこれ以上) と比較的大きな流れであり、 Fr 数が比較的小さな範囲内では、 Fr 数によるはく離境界流線の変化は見られない。これは、 Fr 数ははく離境界流線の形状に影響を及ぼさなしいとした細井らの研究⁷⁾ 石井らの研究⁸⁾ の結果を満足するものである。

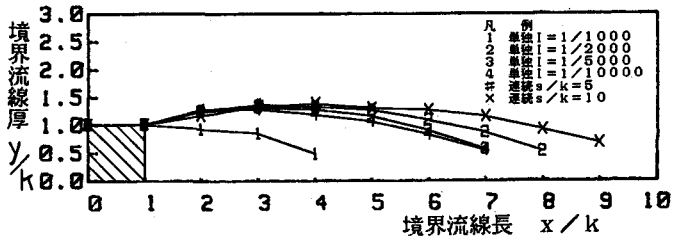


図-4 はく離境界流線 (単独角柱)

(b) 連続角柱の比較

角柱を連続して設置した場合の個々の角柱背後に発生するはく離境界流線を図-5, 6 に示す。角柱を連続して設置した場合には、2 基目以降の角柱背後に発生するはく離境界流線の長さは、1 基目の角柱背後の境界流線に比べ、角柱の高さ k の $5 \sim 6$ 倍程度であり、単独角柱の場合の 60% 程度の長さとなっている。これは、1 基目の角柱による壁面近傍の

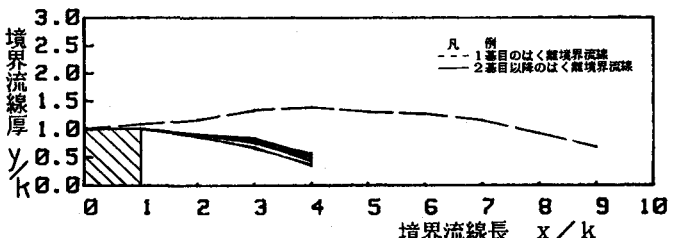


図-5 はく離境界流線 (連続角柱 $s/k = 10$)

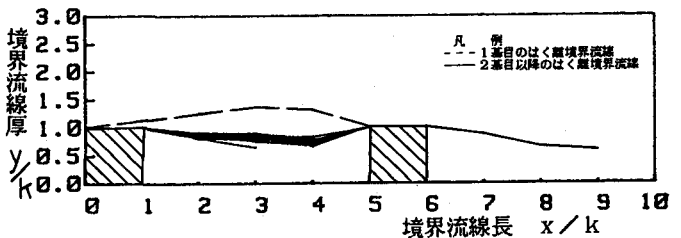


図-6 はく離境界流線 (連続角柱 $s/k = 5$)

流速分布の欠損によるものと考えられ、角柱背後に形成されるはく離領域は、角柱前面の流速分布の影響を受けるものといえる。

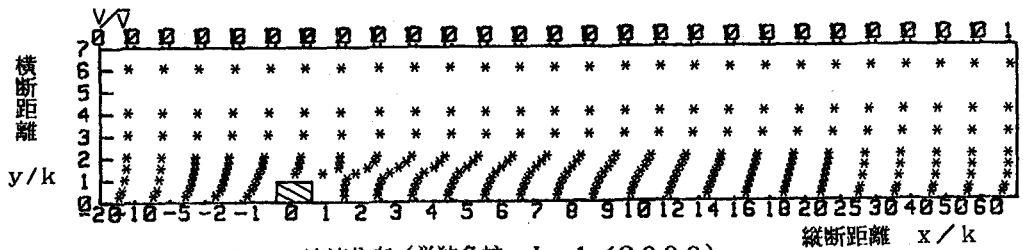


図-7 流速分布 (単独角柱 $I = 1/2000$)

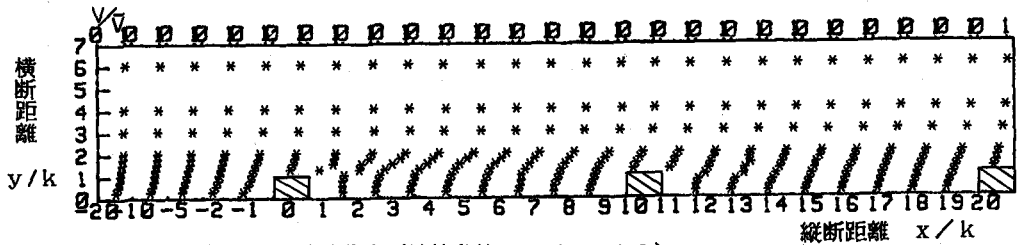


図-8 流速分布 (連続角柱 $s/k = 10$)

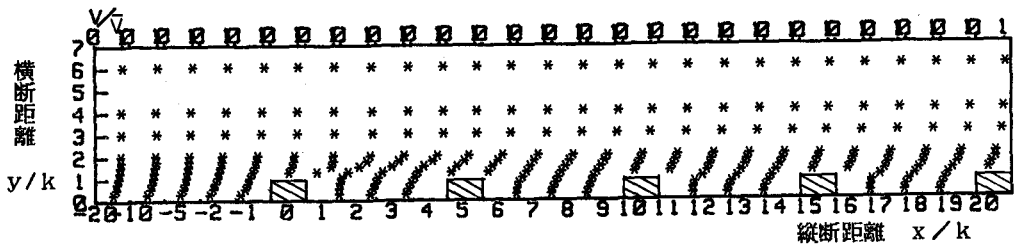


図-9 流速分布 (連続角柱 $s/k = 5$)

角柱設置壁面側の流速分布は、図-7～9に示すとおりである。単独角柱の場合は、角柱設置位置の10倍（角柱の高さ k に対して）上流位置からその影響が現われ流速分布が変化し始めている。角柱背後では、逆流域が発生している。逆流域下流では、はく離境界流線の壁面への再附着により、壁面近傍の流速分布は徐々に回復し、角柱の下流30倍付近で流速分布は完全に回復している。角柱による流速分布への影響は、上下流合わせて40倍程度と考えられる。図-5、6に示した境界流線が最上流の場合に比較して2基目以降の場合に小さくなるのは、角柱の設置間隔が短いためと考えられ、角柱の設置間隔 s/k を5、10とした今回の条件では、角柱設置区間全域で流速分布の欠損による影響が見られる。

(c) はく離境界流線の近似形状

角柱背後に形成されるはく離境界流線の形状を直線的に近似する。前述のとおり、角柱を連続して設置した場合には、最上流の角柱と2基目以降の角柱によるはく離境界流線は大きく異なるため、これらを分離して考え、1基目の角柱による境界流線を図-10に示す台形状に、2基目以降の境界流線を図-11に示す三角形形状に近似する。

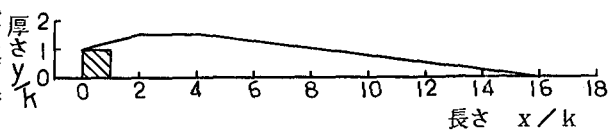


図-10 近似形状1

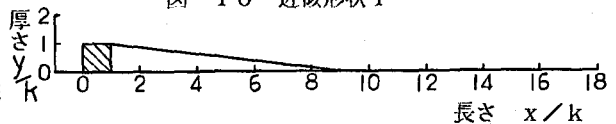


図-11 近似形状2

4. 2形状損失の評価

角柱による損失水頭をこれと等価の角柱設置区間の摩擦損失として考え、換算粗度 $n s k$ として置き換え

る。角柱設置区間 L は角柱の本数 N と設置間隔 s の積として

$$L = N \times s \quad (8)$$

とする。

図-12は、角柱の設置本数と設置間隔を変化させた場合の換算粗度を示したものである。換算粗度は、角柱設置区間が長くなると設置間隔毎にほぼ一定の値を示している。その境界は、 $L/k = 40$ 付近である。角柱設置間隔毎の代表値を $L/k > 40$ の平均値を用いて表したのが表-3および図-13である。表-3中の角柱粗度係数 n_{sw} は、角柱設置壁面だけの粗度係数を意味しており、各辺の潤辺 P_i とその潤辺粗度 n_i を用いて(9)式により求めている。

$$n = \left(\frac{\sum (P_i n_i^{3/2})}{\sum P_i} \right)^{2/3} \quad (9)$$

図-13は、角柱設置壁面の粗度係数 n_{sw} を、角柱を設置しない場合の水路断面の粗度係数 n_o に対する比率として示している。角柱の設置間隔 $s/k = 10$ で流水抵抗が最大となる傾向を示しており、従来の棧粗度に関する研究^{1) 2) 3)}と同じ結果である。図中の曲線は、 $s/k = 1$ (角柱が隣接する状態)で $n_{sw} = n_o$ 、 $s/k = \infty$ で $n_{sw} = n_o$ を境界条件として回帰したもので(10)式で表される。

$$\frac{n_{sw}}{n_o} = 26.650 \left[\frac{1}{105\sqrt{2\pi}} \left\{ 7L \log_{10} \frac{s}{k} \right\}^{3.5} e^{(-7L \log_{10} s/k)/2} \right] + 1 \quad (10)$$

※ [] 内は自由度9のカイ2乗分布曲線で回帰

なお、図中 $s/k = 160$ は、単独角柱の結果であり、角柱の抗力係数 C_D が $s/k > 160$ でほぼ一定の値となる¹⁾ことから、その仮想間隔を $s/k = 160$ として評価したものである。

4. 3不等流計算による水面形

角柱が連続して設置された場合の水面形を逐次計算法による不等流計算で求める。用いる基礎式は前述のとおりであるが、角柱設置区間の粗度係数には、角柱による形状損失を考慮して、角柱設置区間の断面の換算粗度 n_{sk} を用いる。又、連続の式を満足させるために水路幅からはく離境界流線の近似形状を差し引き

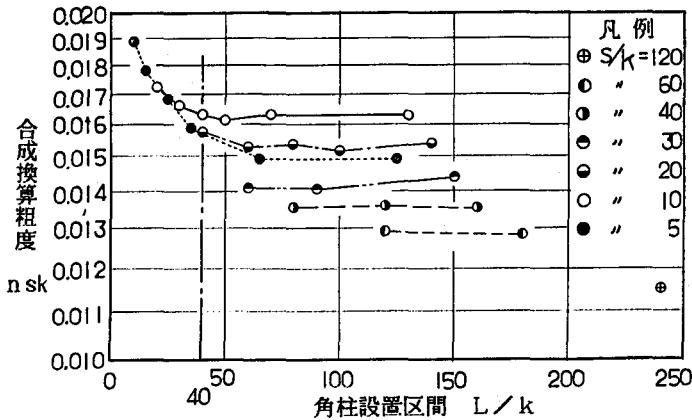


図-12 角柱設置区間の粗度係数

表-3 解析結果

設置間隔 S/K	合成換算粗度 n_{sk}	水深 $h(m)$	角柱粗度係数 n_{sw}	角柱相当粗度 $K_{sw}(m)$	K_{sw}/K	Re数
5	0.0149	0.0999	0.0327	0.1143	5.71	2.1×10^5
10	0.0162	0.0999	0.0379	0.1835	9.18	
20	0.0154	0.0998	0.0347	0.1396	6.98	3.5×10^5
30	0.0142	0.0996	0.0299	0.0829	4.14	
40	0.0136	0.0996	0.0274	0.0594	2.97	
60	0.0129	0.0996	0.0243	0.0368	1.84	
120	0.0115	0.1003	0.0180	0.0086	0.43	
160	0.0110	0.0988	0.0155	0.0037	0.19	

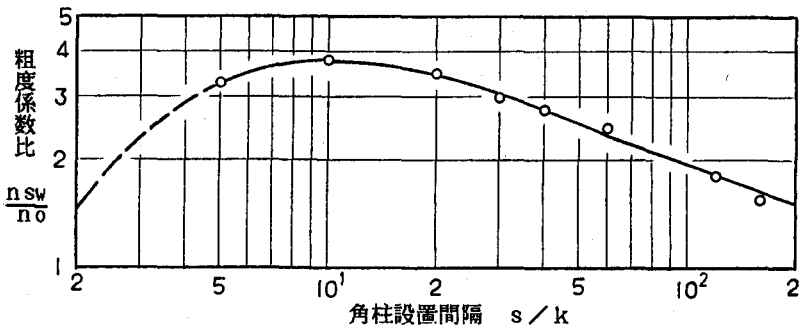


図-13 角柱設置壁面の粗度係数

て、仮想の水路幅を使用するが角柱前面に形成される corner eddyにより上流の角柱によるはく離境界流線が角柱の先端に接続するものとして、境界流線の近似形状を連続させている。不等流計算による結果を図-14～16に示す。なお、図中に示した実験値は、流速分布から求められるはく離域を除いた水路幅の測定水位を平均したものである。図-14は、単独角柱（勾配1/2000）の場合であり、角柱周辺の水面変動を良く再現している。図-15、16は、連続角柱の場合であるが、角柱設置区間で水面をやや高く評価するものの水面変動をほぼ再現していると考えられる。

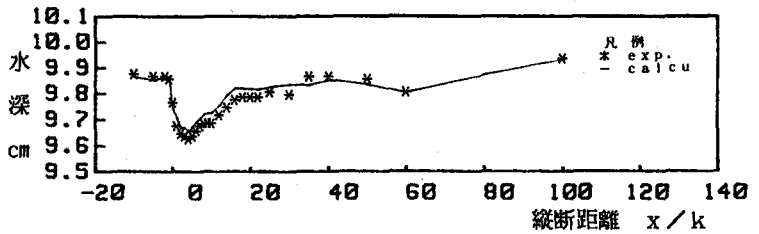


図-14 不等流計算による水面形（単独角柱）

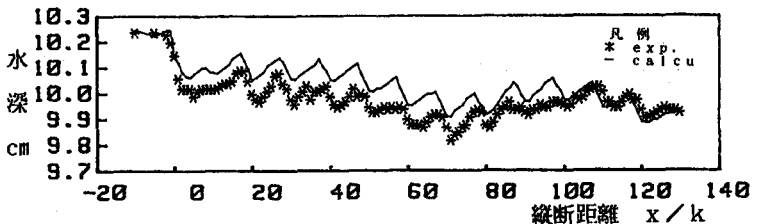


図-15 不等流計算による水面形（連続角柱 $s/k = 10$ ）

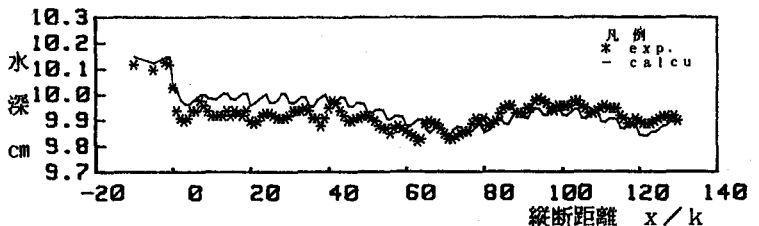


図-16 不等流計算による水面形（連続角柱 $s/k = 5$ ）

5. おわりに

角柱周辺の水面変動を角柱背後に形成されるはく離境界流線と角柱設置壁面の換算粗度を用いることにより、不等流計算により簡便に求めることができた。結果を下記に要約する。

- (a) 角柱背後のはく離境界流線は、1基目と2基目以降では大きく異なり、2基目以降は1基目の角柱による流速分布の欠損の影響を受けて60%程度の長さに小さくなる。
- (b) 角柱設置壁面の換算粗度係数は、設置間隔 $s/k = 10$ で最大となる。
- (c) 角柱周辺の水面形は、角柱背後のはく離境界流線で近似した仮想水路幅と換算粗度係数を用いることにより不等流計算で簡便に求めることができる。

参 考 文 献

- 1) 足立昭平：人工粗度の実験的研究，土木学会論文集第104号，昭和39年
- 2) Johnson, J.W.: Rectangular artificial roughness in open channels. Trans. Amer. Geophys. Union, Hydrology Section, 1944, pp906~914
- 3) Powell, R.W.: Flow in a channel of definite roughness. Trans. A.S.C.E., vol111, 1946, pp531~566
- 4) 玉井信行・三国史雄：開水路の水面形方程式における不等流効果，第30回年講，1975，pp374~375
- 5) 浅野富夫・福岡捷二・加賀谷均・林正男：狹障部が連続した河道の不等流計算，第41回年講，1986，pp443~444
- 6) 佐々木牧夫・三瓶隆雄：開水路側壁に小さな凸部がある場合の不等流計算の一例について，昭和63年度土木学会東北支部研究発表会
- 7) 細井正延・杉山錦雄・小沢克之：水制の水理に関する研究（Ⅱ），第23回年講，1968，pp301~304
- 8) 石井千万太郎・岸力：開水路側壁におかれた垂直平板背後のはく離領域の水理特性について，第26回水理講演会，1982，pp667~672