

氾濫水の地下空間への浸入過程に係る水理現象について —管路・開水路流れ境界面の伝播解析—

Intrusion Process of Flood Water into Underground Space

細田 尚*・井上 和也**・岩佐 義明***

By Takashi HOSODA, Kazuya INOUE and Yoshiaki IWASA

This paper deals with the propagation of the interface between the open channel flow with free surface and the pressurized pipe flow, which is related to the flood and storm water intrusion into the underground space such as a sewer network, a subway system and a underground market. The fundamental phenomena are reproduced numerically by using the simulation model developed in the paper. The basic equations are composed of the continuity and momentum equations for both water and air flows under the assumption of incompressible flow. Numerical procedures with the treatment of the propagation of interface are shown in detail and applied for the typical flows which may occur in the underground space. It will be pointed out from the comparison between the calculated and experimental results that it is necessary to take account of the effect of the air pressure in the model.

Keywords: unsteady flow, numerical analysis, air cavity

1. はじめに

本研究は、氾濫水および雨水の地下空間（下水道網・地下鉄道網・地下街など）への浸入過程に係る基本的な水理現象として、管路流れと開水路流れの境界面の移動を伴う非定常流を取りあげ、現象を再現するための数値解析モデルについて考察したものである。

氾濫水の地下空間への浸入過程に関して、従来次のような研究が行われてきた。高橋・中川 [1] は、地下街を対象として、氾濫水の地上からの流入形態を平面2次元氾濫解析モデルに組み込んだ数値解析を行い、実際に予想される浸水の状況を再現している。さらに、従来の氾濫解析モデル [2] では考慮されていなかった自由表面が地下空間の天端に着水した状態（以後、管路状態という。）を伴う流れを再現できる平面2次元モデルも開発されている [3]。ただし、そのモデルでは、氾濫水の浸入に伴う空気圧の変化を無視しているため、Benjamin [4] が取り扱ったような、境界面が流れの方向と反対に移動する現象を十分に再現できない。本研究では、水の流れに伴う空気の流れを考慮した氾濫解析モデルを考え、境界面の移動を伴う基本的な現象に適用し、実験結果および従来の研究成果と比較することによりモデルの適用性を検証する。

2. 管路・開水路流れ境界面の伝播解析法（伝播と流れの方向が一致する場合）

境界面を伴う非定常流には、境界面が流れと同一の方向に伝播する場合と逆方向に伝播する場合がある。この両者に対して用いられる解析法は、境界面近傍の流速分布が定性的に異なるため、境界面近傍の圧力の取り扱いに多少の違いがあるものの、ほとんど同一である。まず、伝播と流れの方向が一致する場合の例として図-1に示

* 正会員 工博 京都大学助手 工学部土木工学教室
(〒606 京都市左京区吉田本町)

** 正会員 工博 京都大学助教授 *** 正会員 工博 京都大学教授

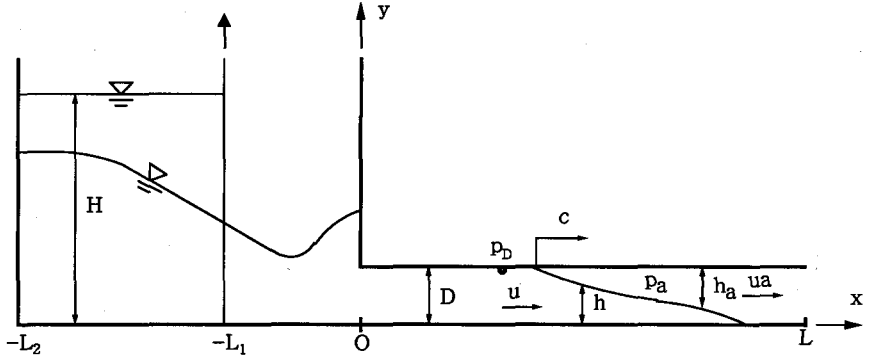


図-1 座標系と流れの概念図

した流れを取りあげ、用いられる基礎式および解析の手順を示す。

2.1 基礎式

基礎式は、非圧縮性および静水圧分布の仮定のもとに、水と空気の流れの連続式および運動方程式で構成され、図-1に示した座標系のもとで次のように書き表される。ただし、簡単のため単位幅当たりの基礎式を考えている。

水の流れ：

$$(\text{開水路状態}) \quad \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial M}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial M}{\partial t} + \frac{\partial uM}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{gh^2}{2} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(h \frac{p_a}{\rho} \right) - \frac{p_a}{\rho} \frac{\partial h}{\partial x} = - \frac{\tau_{bx}}{\rho} \quad (2)$$

$$(\text{管路状態}) \quad \frac{\partial M}{\partial x} = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial M}{\partial t} + \frac{\partial uM}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{gD^2}{2} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(D \frac{p_D}{\rho} \right) = - 2 \frac{\tau_{bx}}{\rho} \quad (4)$$

空気の流れ：

$$\frac{\partial h_a}{\partial t} + \frac{\partial M_a}{\partial x} = 0 \quad (5)$$

$$\frac{\partial M_a}{\partial t} + \frac{\partial u_a M_a}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(h_a \frac{p_a}{\rho_a} \right) + \frac{p_a}{\rho_a} \frac{\partial h}{\partial x} = 0 \quad (6)$$

ここに、 x ：空間座標、 t ：時間、 h ：水深、 M ：水の単位幅流量フラックス、 u ：水の流速、 ρ ：水の密度、 p_D ：管路状態の天端($y=D$)の圧力、 h_a ：空気流の厚さ、 M_a ：空気流の単位幅流量フラックス、 u_a ：空気の流速、 p_a ：空気の圧力、 ρ_a ：空気の密度、 τ_{bx} ：水流による底面せん断応力でマニング則で評価する。

上式では、空気圧は y 方向に一樣と仮定しているとともに、空気流による水面、路床および天端に作用するせん断応力を無視している。また、 D が一定の場合、(4)式左辺第3項は0になる。

(1)式と(5)式の和をとれば、 $h + h_a = D$ を考慮して、混相流の連続式

$$\frac{\partial M}{\partial x} + \frac{\partial M_a}{\partial x} = 0 \quad \text{または} \quad M + M_a = M_0 \quad (M_0: \text{点Oの流量}) \quad (7)$$

が得られる。また、(2)式と(6)式の和をとれば、混相流の運動方程式

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho M + \rho_a M_a) + \frac{\partial}{\partial x} (\rho u M + \rho_a u_a M_a) + \rho \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{gh^2}{2} \right) + \frac{\partial}{\partial x} (D p_a) = - \tau_{bx} \quad (8)$$

となる。上式を x から L まで積分することにより、空気圧 p_a の計算に用いられる次式が得られる。ただし、下流

端では $p_a = 0$ (大気圧) とした。

$$D \cdot p_a = \frac{\partial}{\partial t} \int_x^L (\rho M + \rho_a M_a) dx + \left[(\rho u M + \rho_a u_a M_a)_L - (\rho u M + \rho_a u_a M_a)_x \right] + \rho \frac{g}{2} (h^2_L - h^2_x) + \int_x^L \tau_{bx} dx \quad (9)$$

2.2 数値解析法

数値解析は、2.1 に示した (1)、(2) 式または (3)、(4) 式および (7)、(8) 式と $h + h_a = D$ を離散化して行うことができる。解析の手順を簡条書きにして示せば次のようになる。

- ① 時刻 $t = n \cdot \Delta t$ の M^n , M_a^n 、および $t = (n+1/2) \cdot \Delta t$ の $h^{n+1/2}$, $h_a^{n+1/2}$, $p_a^{n+1/2}$, $p_D^{n+1/2}$ を既知とする。また、 $t = (n+1/2) \cdot \Delta t$ の境界面の位置を i_B とする (図-2 参照)。

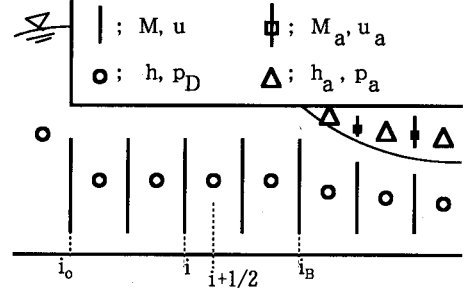


図-2 物理量の定義位置

- ② $t = (n+1) \cdot \Delta t$ の開水路流れの領域の M^{n+1} を次式で求める。

$$\frac{M_i^{n+1} - M_i^n}{\Delta t} + \frac{u_{i+1/2}^n M_{i+a}^n - u_{i-1/2}^n M_{i-1+b}^n}{\Delta x} + \frac{g}{2} \frac{(h_{i+1/2}^{n+1/2})^2 - (h_{i-1/2}^{n+1/2})^2}{\Delta x} + \frac{h_{i+1/2}^{n+1/2} + h_{i-1/2}^{n+1/2}}{2} \frac{p_{ai+1/2}^{n+1/2} - p_{ai-1/2}^{n+1/2}}{\rho \Delta x} = - \left(\frac{\tau_{bx}}{\rho} \right)_i^n \quad (10)$$

$$a = \begin{cases} 1 & ; u_{i+1/2}^n \leq 0 \\ 0 & ; u_{i+1/2}^n > 0 \end{cases} \quad u_{i+1/2}^n \equiv \frac{u_{i+1}^n + u_i^n}{2} \quad (b \text{ および } u_{i-1/2}^n \text{ も同様に定義される。})$$

$$u_i^n = \begin{cases} M_i^n / h_{i-1/2}^{n+1/2} & ; M_i^n > 0 \\ M_i^n / h_{i+1/2}^{n+1/2} & ; M_i^n \leq 0 \end{cases}$$

- ③ 管路流れの領域の M^{n+1} を以下の手順で求める。

- i. M_i^* を次式で計算する。(初回の p_D^* は $p_D^{n+1/2}$ とおく。)

$$i < i_B : \frac{M_i^* - M_i^n}{\Delta t} + \frac{u_{i+1/2}^n M_{i+a}^n - u_{i-1/2}^n M_{i-1+b}^n}{\Delta x} + D \frac{p_{Di+1/2}^* - p_{Di-1/2}^*}{\rho \Delta x} = - 2 \left(\frac{\tau_{bx}}{\rho} \right)_i^n \quad (11-a)$$

$$i = i_B : \frac{M_i^* - M_i^n}{\Delta t} + \frac{u_{i+1/2}^n M_{i+a}^n - u_{i-1/2}^n M_{i-1+b}^n}{\Delta x} + \frac{g}{2} \frac{(h_{i+1/2}^{n+1/2})^2 - D^2}{\Delta x} + D \frac{p_{ai+1/2}^{n+1/2} - p_{Di-1/2}^*}{\rho \Delta x} = - \frac{3}{2} \left(\frac{\tau_{bx}}{\rho} \right)_i^n \quad (11-b)$$

- ii. M_i^* を用いて連続式に関する誤差 $er_{i+1/2}$ を次式で計算する。

$$er_{i+1/2} = \frac{M_{i+1}^* - M_i^*}{\Delta x}$$

- iii. 誤差 er の絶対値 $|er|$ が基準値 ε (> 0) より小さければ、 M_i^* および $p_{Di+1/2}^*$ を各々 $t = (n+1) \cdot \Delta t$ および $(n+3/2) \cdot \Delta t$ の値とする。 $|er| > \varepsilon$ であれば、 $p_{Di+1/2}^*$ を次のように修正し i. に戻る。ただし、 $i_B - 1/2$ (境界面に接している格子) では、 $er > 0$ ならば $p_{Di-1/2}^* = p_{ai-1/2}^{n+1/2}$ とおく。

$$p_{Di+1/2}^* \rightarrow p_{Di+1/2}^* + \delta p_{Di+1/2}^*, \quad \delta p_{Di+1/2}^* = - \frac{\rho \omega er_{i+1/2} \Delta x^2}{2D \Delta t} \quad (\omega = 0.5) \quad (12)$$

- iv. i ~ iii を、設定した誤差の範囲で M^* が連続式を満足するようになるまで繰り返す。

- ④ M^{n+1} を用いて $t = (n+3/2) \cdot \Delta t$ の $h^{n+3/2}$ を求める。 $h_{i_B+1/2}^{n+3/2} \geq D$ であれば境界の位置を $i_B + 1$ に、 $h_{i_B-1/2}^{n+3/2} < D$ であれば、 $i_B - 1$ に移動させる。
- ⑤ M^{n+1} , $h^{n+3/2}$ を (7) 式と $h + h_a = D$ に代入し、開水路流れの領域の $h_a^{n+3/2}$, M_a^{n+1} を計算する。
- ⑥ $t = (n+3/2) \cdot \Delta t$ の p_a を (9) 式を用いて計算する。
- ⑦ 所定の時刻まで①~⑥を繰り返す。

2.3 計算結果と実験結果の比較

図-1に示した流れに関する水理実験を、長さ2m、幅15cmおよび高さ 貯水部30cm・水路部1.5cmの亚克力製水槽を用いて行った。貯水部に隔壁を設けて湛水し、隔壁を瞬間的に引き上げることでダム破壊流れを発生させ、その後の水面形をビデオ撮影により追跡した。さらに、実験の条件に合わせて数値解析を実施し、両者の結果を比較することにより解析法の検証を試みた。実験および計算の条件を表-1に示す。

まず、水面形を図-3に示した。流れの水路部への浸入とともに水面が天端に着水し、境界面が伝播するとともに水路部入口直上流で急激な水深の上昇が見られる。計算結果は、この水面形の変化および境界面の伝播過程をほぼ再現している。ただし、境界面から浸入水先端までの形は十分に再現されておらず、Wilkinson [5] が、3.で述べる空気泡の浸入解析において考慮している境界面近傍の表面張力効果などを考慮する必要があると思われる。

図-4には、水路部の水面形と空気圧 p_a の分布形および $p_a = 0$ (大気圧) とおいた場合の水面形を示した。空気圧の変化を考慮した場合としない場合では、水面形状および境界面の位置に多少の差が生じている。本研究のみで結論づけることはできないが、境界面の伝播と流れの方向が一致する場合においても、空気圧の変化が水面形状にある程度影響している可能性が示唆される。

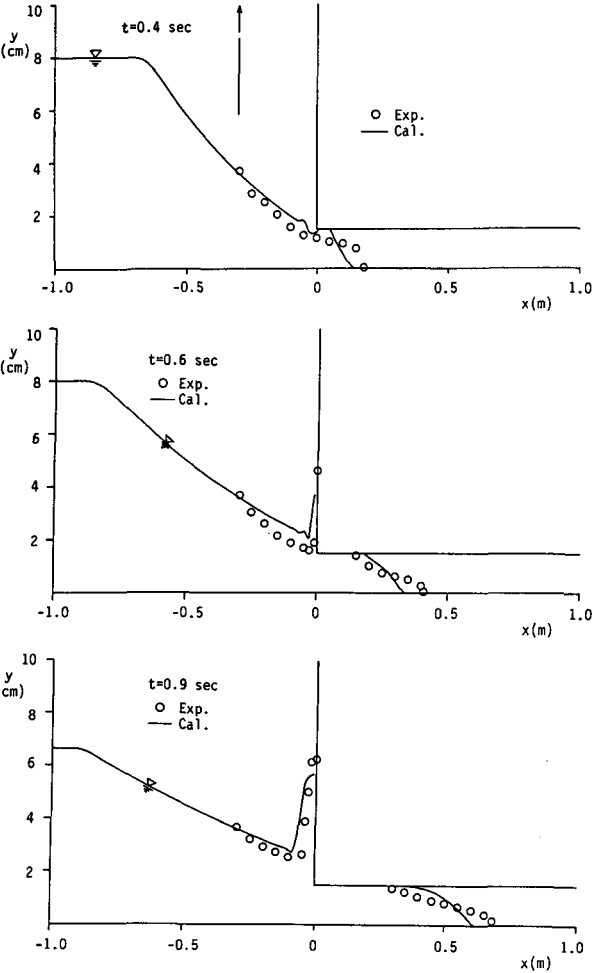


図-3 境界面の発生と伝播
(計算結果と実験結果の比較)

表-1 実験および計算の条件

H (cm)	D (cm)	L (cm)	L ₁ (cm)	L ₂ (cm)	粗度係数
8	1.5	100	30	100	0.01

$\Delta x = 2 \text{ (cm)}, \Delta t = 1/300 \text{ (sec)}$

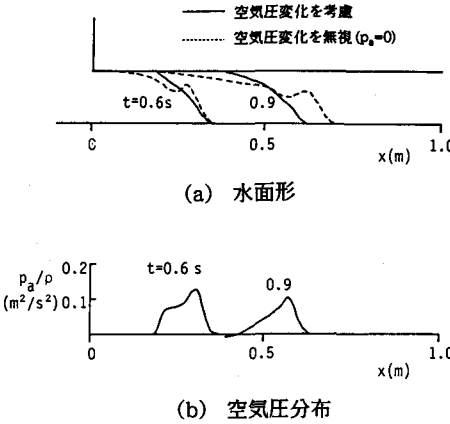


図-4 水路内の水面形と空気圧分布

3. 空気泡の浸入過程（境界面の伝播と流れの方向が反対の場合）

次に、2.に示した解析法を図-5に示したような空気泡の浸入を伴う流れに適用する。このような流れは、河川の水位低下に伴う下水道網内の流れや、地下空間に浸入した氾濫水の排水過程に係る流れを単純化したものと考えられる。Benjamin [4] はこの流れを理論的に取り扱い、理想化された条件のもとで空気泡浸入速度（境界面の伝播速度）および境界面を挟む上下流の水深の関係を導いた。その後、Benjaminの理論はWilkinson [5] などにより改良されるとともに、実験的に検証されてきた。また、安川・宇井 [6] は、Benjaminの理論を応用した境界面の移動を伴うゲート急開時の流れの解析法を提案している。ただし、従来の理論解析は、いずれも空気泡形状が変化することなしに一定速度で伝播することを前提としている。本研究では、2.に示した空気圧の変化を考慮した解析法を用いて、空気泡形状の非定常変化過程の再現を試みる。

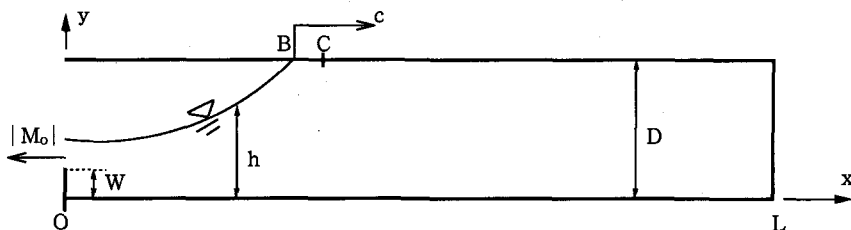


図-5 座標系と流れの概念図

3.1 解析法

解析法は、2.2に示した方法と同一である。ただし、境界B近傍の点Cの圧力を評価するために、Benjaminが用いた関係式を解析法に組み込む必要がある。すなわち、点BとCの圧力の関係式として、境界面の定常伝播速度cで移動する座標系のもとで成立するベルヌーイの式

$$\frac{p_B}{\rho} = \frac{p_C}{\rho} + \frac{c^2}{2} \quad (c; \text{境界面の速度})$$

が用いられているが、本研究では水理量の定義位置を示す図-6を参照して、次式で点Dの圧力を評価した。

$$\frac{p_A}{\rho} = \frac{p_C}{\rho} + \alpha \frac{u_A^2}{2} \quad (13)$$

ここに、 α はパラメータで、3.0を用いた。

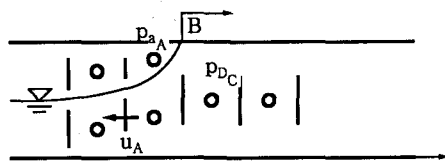


図-6 境界面近傍の圧力の取扱い

3.2 計算結果の考察

表-2に示す条件のもとで、数値計算を行った。

図-5の点Oの流出量 $|M_0|$ は次式で与えた。

$$|M_0| = \sqrt{g \left(\frac{2}{3} (h_0 - W) \right)^3} \quad (14)$$

まず、 W/D をパラメータとして水面形の時間変化を

図-7に示した。 W/D の値にかかわらず、水深の極小値はほぼ $0.5 \cdot D$ となり、Benjaminの理論と一致している。 W/D の増加とともに、水面形は波状を呈するようになる。これは、境界面とともに移動する座標系のもとで、点O付近のFroude数が1より小さくなるためと考えられる。境界面の無次元移動速度を図-8に示した。 W/D の値にかかわらずほぼ0.5となり、Benjaminの理論と一致している。このように、本解析法を用いて空気泡の浸入過程を概ね再現することができる。ただし、境界面のごく近傍の形は十分再現されておらず、Wilkinson [5] が考慮しているような表面張力の効果などを考慮する必要性が示唆される。

図-9には $W/D = 0.3$ の場合の水面形と空気圧分布を示した。両者は逆位相であり、空気圧分布が波状の水面

表-2 計算の条件

D (m)	L (m)	W/D	Δx (m)	Δt (s)
1	6	0~0.3	0.05	0.001

形の増幅機構に関与しているように思われる。

図-10には、空気圧を0とおいた計算結果を示した。境界面の伝播速度および水深の極小値とともに理論値と一致せず、空気圧分布を考慮する必要性が確かめられた。

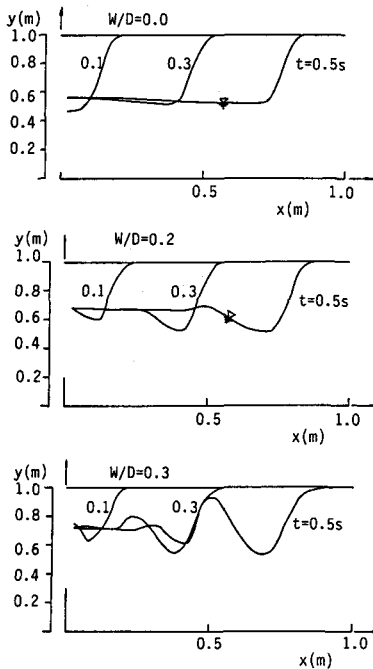


図-7 水面形の時間変化

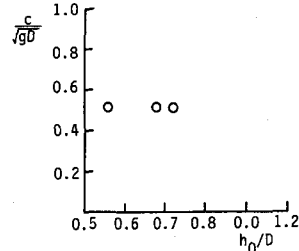


図-8 境界面の伝播速度

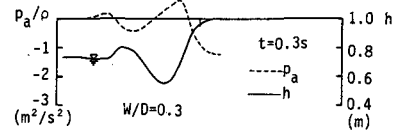


図-9 水面形と空気圧分布

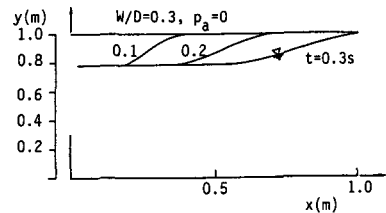


図-10 空気圧変化を考慮しない場合の計算結果

4. おわりに

本研究は、氾濫水の地下空間への浸入過程にかかわる水理現象として、管路・開水路流れの境界面を伴う非定常流を取りあげ、空気圧分布を考慮した解析法を示すとともに、実験結果および従来の理論的研究成果と比較することにより解析法の検証を試みたものである。今後、境界面近傍において表面張力の効果を考慮するなど解析法の改良に努めるとともに、平面2次元場への拡張を行いたい。

参考文献

- [1] 高橋 保・中川 一：洪水氾濫に伴う地下街浸水のシミュレーション，京都大学防災研究所年報，第33号 B-2，1990，pp.427-442.
- [2] 井上和也：開水路非定常流の数値計算法とその水工学への応用に関する研究，京都大学学位論文，1986.
- [3] 細田 尚・小出 元・岩佐義明：2次元管・開水路境界面の伝播解析法，土木学会第46回年次学術講演会講演概要集，II-251，1991，pp.542-543
- [4] Benjamin, T.B.: Gravity Current and Related Phenomena, J. Fluid Mech, Vol.31, 1968, pp.209-248.
- [5] Wilkinson, D.L.: Motion of Air Cavities in Long Horizontal Ducts, J. Fluid Mech., Vol.118, 1982, pp.109-122.
- [6] Kawaguchi, S., Yasukawa, H. and Ui, M.: On the Characteristics of the Unsteady Flow Generated by a Sudden Removal of a Vertical Barrier Separating Full/Partly-Full Flow Region in a Horizontal Circular Conduit, Proc. 3rd Int'l Symp. on Refined Flow Modelling, 1988, pp. 845-852.