

側岸に沿って植生群落のある流路での水面変動を伴う横断混合

Transverse Mixing Associated with Surface Wave in Open-Channel Flow
with Longitudinal Zone of Vegetation

辻本哲郎*・北村忠紀**

By Tetsuro TSUJIMOTO and Tadanori KITAMURA

Appreciable surface waves appear for flow in an open channel with longitudinal zone of vegetation and they are expected to play an important role for transverse mixing. By flume experiments of flow with model vegetation, the characteristics of surface wave and the correlation properties between waves and velocity fluctuations are investigated to confirm that they contribute the transverse momentum mixing. By treating vegetated and non-vegetated zones as respectively one-dimensionalized channels but with boundary shear and transpiration through the boundary, the correlation properties are interpreted. Furthermore such a modelling of flow leads a linear instability analysis of water surface fluctuation of flow in vegetation zone.

Keywords: *Open-channel flow, flow with vegetated zone, instability analysis, surface waves, organized motion, transverse mixing*

1. まえがき

近年河川を自然に近い状態のまま整備しようとする機運にあるが、植生群落のある流路での水理現象についての研究はようやく活発になってきたばかりである¹⁾。河川の側岸に沿って植生群落(カワヤナギ、アキグミ、ヨシその他)が形成されている状態はよく見られるところであるが、水路片側に円柱群や超多孔体を配したときに移流される組織的な(低周波の)水面変動が水路実験で観察され、これがこうした流路での横断混合に大きな役割を果たしているだろうことが指摘されている(福岡・藤田²⁾、北村・辻本³⁾、太田・池田・長谷川⁴⁾)。著者ら³⁾・⁵⁾はこうした水面変動を植生域と非植生域に分けて1次元的に扱って水面変動の特性や境界面せん断力の発生を論じようとしており、一方Chuら⁶⁾や池田ら⁴⁾は横断方向のせん断乱流の流速分布の不安定性という観点から周期(組織的)変動が出現するものと考えた解析を行なっている。

本研究では著者らのこれまでの研究³⁾・⁵⁾を踏まえ、とくに水面変動、植生境界での横断方向流速、混合域での主流速変動の相互相関(各量の相互相関及び空間的相互相関)を詳しく検討できるよう計測を工夫して実験を行なうとともに、植生域と非植生域のそれぞれを1次元的に扱える領域とした解析からこうした相関構造の理論的解釈を行なう。さらにその解析モデルから水面変動の不安定性を線形近似のもとで解析した。これによってChuら⁶⁾や池田ら⁴⁾の解析に比べ開水路流れの特性である水面変動の介在を強調した形で組織

* 正会員 工博 金沢大学助教授 工学部土木建設工学科
(〒920 金沢市小立野2-40-20)

** 学生会員 金沢大学大学院 工学研究科修士課程土木建設工学専攻

的変動の出現の説明を試みた。

2. 実験方法・実験条件

実験は長さ12m, 幅0.4mの勾配可変水路(水路底はアクリル樹脂板)で3種類の植生群落モデルを水路片側に一定幅(B_v)で配置し(7.5m区間), 充分発達して縦断方向に変わらない状態となった区間で流速・水面変動を計測した。植生モデルは, (A) 直径(D)が1.5mmの竹製円柱を間隔(s) 2.82cmで正方形の配置としたもの, (B) 間隔を2cmとしたもの, (C) 直径0.02cmの塩化ビニール樹脂棒を1cm間隔で4本ずつ植えつけたものの3種類である。それぞれについて透水試験を行なったところ透過係数($K_s=U_s/I$; U_s : 浸透流速, I : エネルギー勾配)はそれぞれ295, 234, 120cm/sであった。植生の高さはいずれも約5cmで, 実験は水深が植生高さ以下に限定して行なった。実験条件は表1に示すとおりである。表中 U_{av} : 断面平均流速, U_k : 植生境界での流速である。

流速は直径3mmのプロベラ流速計及びI型プローブ(直径8mm, 高さ3cmの円筒型)の小型電磁流速計を用いて, 水面変動は容量式波高計で計測し(20Hz, 1024個サンプリング), 必要に応じてそれらのいくつかの同時計測とした。プロベラ流速計では水平面上の測点につき鉛直方向に約10点で測定を行なったが, 電磁流速計では水面・路床の影響を考慮し路床から2cmの高さでのみ計測した。測定は縦断方向に乱流特性値が変化しない充分下流の区間で行なった。

表1 実験条件表

RUN	B_v (cm)	i_b	h_0 (cm)	U_{av} (cm/s)	U_k (cm/s)
A1	12.0	0.00170	4.57	32.0	20.1
B1	12.0	0.00170	4.28	27.6	16.3
B2	12.0	0.00174	3.22	23.7	14.1
B3	12.0	0.00268	4.15	35.1	18.5
C1	12.0	0.00165	4.38	22.0	10.5

3. 実験結果の概要

プロベラ流速計による乱流特性値(平均流速, 乱れ強度, Reynolds応力)について水深平均をとり, その横断方向分布を図1~4に示した。これらの結果はホットフィルムによる測定⁷⁾とほとんど変わらない結果でここで対象とする流れ, 特性量についてはプロベラ流速計で十分な成果が得られるものと判断できる。電磁流速計については鉛直方向に位置を変えた測定をおこなっていないので, 便宜的に路床から2cmの位置での結果をそのまま先の水深平均値と同じように示してある。主流方向についての結果を比較すると電磁流速計の結果から推定される特性は近似的に水深平均値の示す特性とほとんど一致しており, 本論文では断らないかぎりこれらが水深平均値の特性を示すものとして取り扱っている。主流速は植生域と非植生域での平衡流速の間ではほぼ指数的に変化しており, 横断速度勾配(dU/dz)は植生域の境界で現われ, そこで乱れ強度(u_{rms}, w_{rms}), Reynolds応力($-\overline{uw}$)が極大となっている(w_{rms} の極大は非植生域側へ若干シフトしている)。これらの結果は既に指摘されたもの^{1)~5), 8)}と同じである。

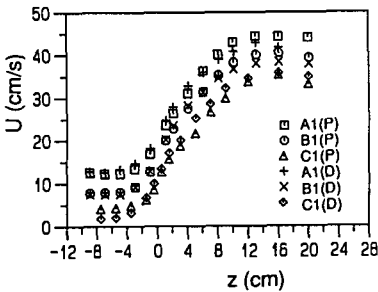


図1 主流速度の横断分布

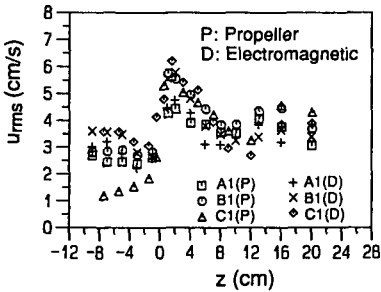


図2 主流方向乱れ強度

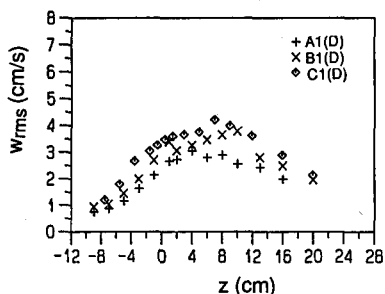


図3 横断方向乱れ強度

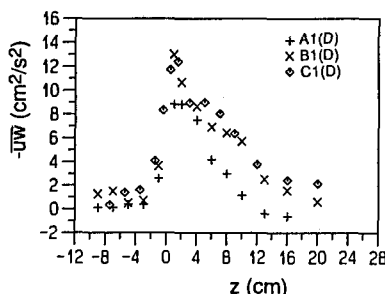


図4 横断方向Reynolds応力

4. 水面変動の性質

これまでも指摘されているように植生帯を伴う流路で流れは顕著な水面変動を伴う。その性質は(1)規則正しい低周波変動である、(2)水面変動の最大振幅は植生境界あるいはそれより若干非植生側に現われ、両側に低減するが非植生側の低減率が小さく、境界近傍では非植生側で水面変動が大きいの、(3)水面変動の位相は横断方向にほとんど変わらない(植生域・非植生域で同位相である)、(4)ほぼ植生境界での主流速度で移流される。こうした性質は今回の実験でも次のような整理から確認された。図5は水面変動の時系列(h'/h_{rms} と正規化してある、 h_{rms} :水面変動の標準偏差)で上の(1)、(3)の性質がうかがえる。図6は水面変動の標準偏差の横断方向変化を示したもので(2)の性質が認められている。図7に示される自己相関を見ると変動の卓越周期は数秒程度と低周波変動であることがわかる。図7には縦断方向に位置を変えた数台の水位計での同時計測に基づく相互相関係数も示してあるが、これより変動が形、大きさをほとんど変えず移流していることが認められるし、測定位置の縦断距離(ξ)と相互相関係数のサブピークで遅れ時間(τ_p)の関係から移流速度($c = d\xi/d\tau_p$)が図8のように求められそれが植生境界での主流速度であることが確認される。水面変動の性質のいくつかを表2にまとめておく(T:卓越周期、L:卓越波長)。

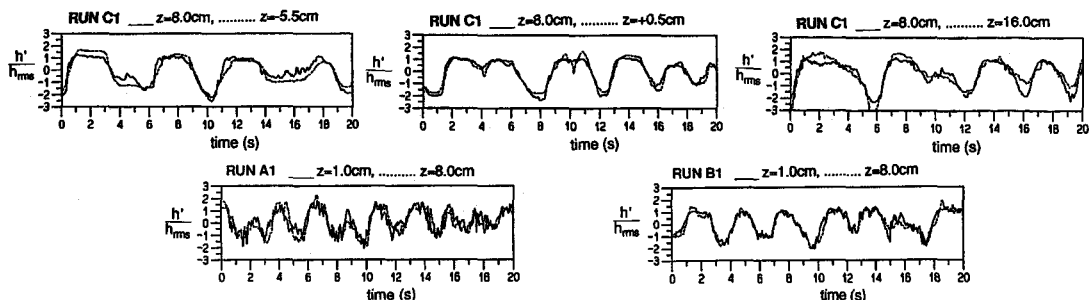


図5 水面変動の時系列

表2 水面変動の性質

RUN	T (sec)	c (cm/s)	L (cm)	$h_{rms} _{z=0}/h_0$
A1	2.7	27.8	75.1	0.008
B1	3.1	23.6	73.2	0.017
B2	3.2	17.9	57.3	0.007
B3	2.5	28.0	70.0	0.027
C1	3.7	19.2	71.0	0.015

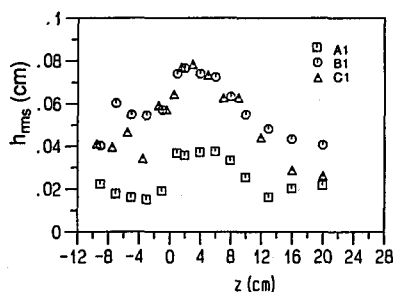


図6 水面変動の標準偏差の横断方向分布

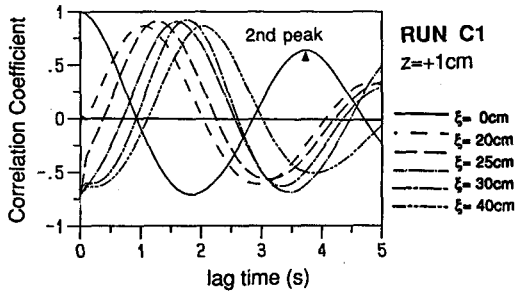


図7 水面変動の自己及び相互相関係数

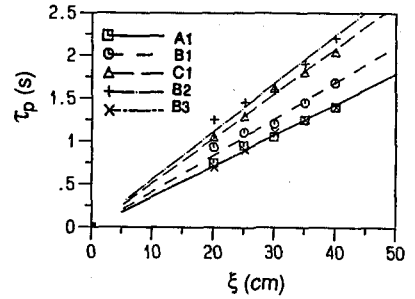


図8 水面変動の伝播

5. 水面変動・流速変動の相関構造と運動量の横断混合

こうした水面変動が横断混合に重要な役割を果たしていることを確認するため、水面変動、横断方向流速成分 (w')、主流速変動成分 (u') 相互の相関構造を調べた。

まず固定点での水面変動（水面変動は横断方向にはほぼ同位相であることは前章で示した）と横断方向流速成分の同時計測から得られた両者の相互相関は図9に例を示すように卓越する低周波変動に対して極めて高い。こうした相互相関係数から求められる位相差（時系列についての水面変動に対する横断方向流速の位相遅れ、 ψ_{hw} ）の横断方向変化を図10に示した。概ね $-\pi/2$ であるが、植生側で第3象限、非植生側で第4象限にわずかにずれるようである。これは水面変動と相関して横断方向流速変動が出現していることを意味している。植生境界での横断方向流速と主流速の相互相関の例も図9に併示されているがやはり低周波変動で高い相関が認められる。これより得られた横断方向流速に対する主流速の時系列上での位相遅れ (ψ_{wu}) の横断方向変化を図11に示すが、植生側で $\pi/2$ 、非植生側で $-\pi/2$ となるが、混合域ではその間で連続的に変化し境界近傍では π 程度になっている。すなわち u' , w' は高い負の相関を示し強い運動量混合を意味している。

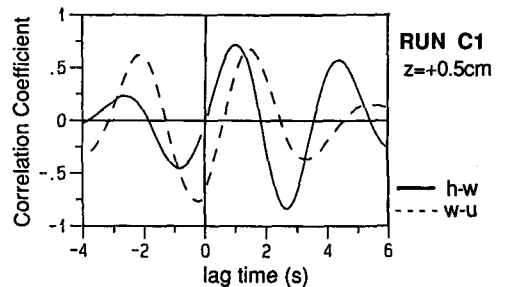


図9 水面変動・流速変動の相互相関係数

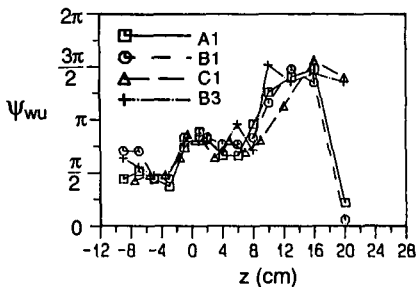


図10 水面変動・横断方向流速の位相差

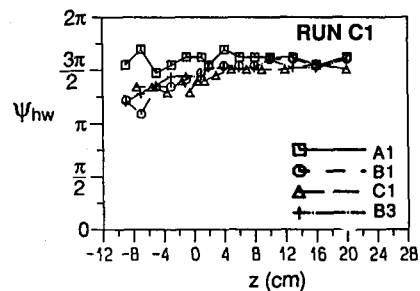


図11 主流・横断方向流速の位相差

次に水面変動と各高さでの流速変動 (u') の相関を調べた。図12(a)は相関係数のサブピークの値の断面内分布で植生との境界帯で高い値を示しており、このゾーンが干渉帯あるいは混合帯といってよいだろう。流速の横断勾配のあるところ、水面変動の振幅（標準偏差）の大きいゾーンと対応している。

図12(b)は水面の時間変動に対する流速変動の位相遅れ (ψ_{hu}) を断面内で調べたもので、混合域では第1

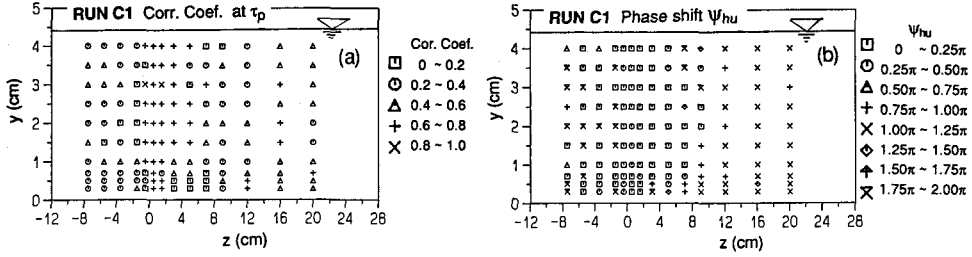


図12 水面変動と主流方向流速変動の相関と位相差の断面内変化

象限に属している（非干渉域では植生側では位相差はほとんど無いがどちらかと言えば4象限に、非植生域では π 程度の位相差（逆位相）となっている）。こうした位相ずれの横断変化は水深方向にほとんど変わらず、水深方向に一体となった混合が行なわれていることを意味している。すなわち明確なセル構造の形成はなく、横断混合は水深全体にわたって流入・流出が繰り返されそれが移流される現象に支配されている。これに対し複断面水路の横断混合では領域境界で水面近傍と底面近傍で横断方向流が定常的に逆転する形式が卓越して⁹⁾ 混合が生じている。

6. 植生域・非植生域をそれぞれ1次元化した解析モデル

植生・非植生域境界での流出入横断流速とそれと相関の強い水面変動を解析するのに当たって、簡単のため両域をそれぞれ別々に（相互作用は境界せん断力と流出入流速で関係づける）1次元的に、また変動の移流的性質に鑑み移流速度での移動座標系で扱うことにする。このとき移動座標で見た水面形（縦断方向の波）は、例えば非植生側で次のように書ける。

$$\left\{1 - \frac{(U_m - c)^2}{gh_m}\right\} \frac{dh_m}{dx} = i_b - \frac{c f_m}{gh_m} U_m^2 - \frac{\tau_{sm}}{\rho g B_m} - \frac{W}{g B_m} \{2(U_m - c) - (U_{xm} - c)\} \quad (1)$$

ここで、 $X = x - ct$ ， x ：固定座標の縦断方向距離， c ：移流速度， g ：重力加速度， h ：水深， τ_s ：境界面に働く付加せん断応力， B ：混合域の幅， i_b ：路床勾配， c_f ：抵抗係数， U_x は横断方向流速で持ち込まれたり持ちだされたりする流体の速度で植生側では (U_{xm}) ， $W > 0$ のとき U_s ， $W < 0$ のとき U_m を表す。また添字 m は非植生側の量を意味する。一方、連続式は、やはり非植生側で

$$\frac{d}{dx} \{(U_m - c)h_m\} = \frac{W b_m}{B_m} \quad (2)$$

と書ける。流速、水深を平均値と変動成分（それぞれ添字0及び'を付す）に分け、線形化するとそれぞれ

$$(1 - G_m^2) \frac{dh_m'}{dX} = i_b - \frac{c f_m}{gh_0} U_{m0}^2 - \frac{\tau_{sm}}{\rho g B_m} + i_b \frac{h_m'}{h_0} - \frac{2c f_m U_{m0} u_m'}{gh_0} - \frac{\tau_{sm}}{\rho g B_m} \frac{h_m'}{h_0} - \frac{w'}{g B_m} \{2(U_{m0} - c) - (U_{xm0} - c)\} \quad (3)$$

$$(U_{m0} - c) \frac{dh_m'}{dX} + h_0 \frac{du_m'}{dX} = \frac{h_0}{B_m} w' \quad (4)$$

となる。ここで、 $G = (U_0 - c)^2 / (gh_0)$ である。横断方向流速を、

$$w' = a \sin \kappa X = a \sin \kappa(x - ct) \quad (5)$$

と正弦波で表現し（ a ：振幅， κ ：角波数），式(3)の右辺の最後の項はFourier級数展開後、線形項のみ残すと、

$$\frac{w'}{g B_m} \{2(U_{m0} - c) - (U_{xm0} - c)\} = \frac{U_{m0} - U_{s0}}{\pi g B_m} a + \frac{(3U_{m0} - U_{s0} - 2c)}{2g B_m} a \sin \kappa X \quad (6)$$

となる。このとき水面形方程式の流下方向の1波長平均は場所的変化がない（疑似等流）ことから、

$$i_b - \frac{c f_m}{gh_0} U_{m0}^2 - \frac{\tau_{sm}}{\rho g B_m} - \frac{U_{m0} - U_{s0}}{\pi g B_m} a = 0 \quad (7)$$

が成立する。また式(4)の連続式より、 u_m' の変動は次のように水面変動と関係づけられる。

$$u_m' = -\frac{1}{\kappa B_m} a \cos kX - (U_{m0} - c) \frac{h_m'}{h_0} \quad (8)$$

式(7), (8)を考慮すると水面方程式は次のように h_m' についての方程式として整理される。

$$\frac{dh_m'}{dX} + \frac{1}{1-G_m^2} \left\{ \frac{c_{fm} U_{m0} (2c-3U_{m0})}{gh_0} \right\} \frac{h_m'}{h_0} = \frac{1}{gB_m(1-G_m^2)} \left\{ -\frac{3U_{m0}-U_{s0}-2c}{2} \sin kX + \frac{2c_{fm} U_{m0}}{\kappa h_0} \cos kX \right\} \quad (9)$$

この解は次のように求められる。

$$\frac{h_m'}{h_0} = \frac{A_{hm} a}{gB_m(1-G_m^2) \sqrt{\alpha_{m*}^2 + \kappa_*^2}} \sin(\kappa X - \phi_{hm}) \quad (10)$$

$$A_{hm}^2 = \left(\frac{3U_{m0}-U_{s0}-2c}{2} \right)^2 + \left(\frac{2c_{fm} U_{m0}}{\kappa_*} \right)^2 \quad ; \quad \alpha_{m*} = \frac{c_{fm} U_{m0}}{(1-G_m^2)gh_0} (2c-3U_{m0}) \quad (11)$$

$$\sin \phi_{hm} = \sin \phi_{1m} \cos \phi_{2m} + \cos \phi_{1m} \sin \phi_{2m} \quad ; \quad \cos \phi_{hm} = \cos \phi_{1m} \cos \phi_{2m} - \sin \phi_{1m} \sin \phi_{2m} \quad (12)$$

$$\sin \phi_{1m} = -\frac{2c_{fm} U_{m0}}{\kappa_* A_{hm}} S_m \quad ; \quad \cos \phi_{1m} = -\frac{3U_{m0}-U_{s0}-2c}{2A_{hm}} S_m \quad (13)$$

$$\sin \phi_{2m} = \frac{\kappa_*}{\sqrt{\alpha_{m*}^2 + \kappa_*^2}} \quad ; \quad \cos \phi_{2m} = \frac{\alpha_{m*}}{\sqrt{\alpha_{m*}^2 + \kappa_*^2}} \quad (14)$$

ここで、 $S_m=1$ である。同様に植生側について解析を進め h_s' について解くとその解は式(10)~(14)で添字 m を植生側の量を示す s に変えればよい。ただし $S_s=-1$ である。

このようなモデルで求められた水面変動の横断方向流速変動に対する位相差 (ϕ_{hm} , ϕ_{hs}) は図13(a)に示すようである。ここでは位相差を空間座標で定義しているの先に(第5章)で時間座標で定義されたそれとは符号反対の関係である ($\phi_{wh} = \psi_{hs}$)。得られた結果は図10の実験結果と良く一致している(概略的には水面変動が植生・非植生側でほぼ同位相であることが説明できた)。

水面変動についての解析結果を連続式に代入すると(例えば式(8))主流速変動と横断方向流速の位相が求められる ($\phi_{wu} = \psi_{uw}$)。この結果が図13(b)に併示される。図11の実験結果と比較すると植生域・非植生域とも植生境界より離れたところで一致がよいが、植生境界近傍では両域での値から連続的に変化している。これは両域をそれぞれ1次元化したことで説明できなくなった1つの側面である。

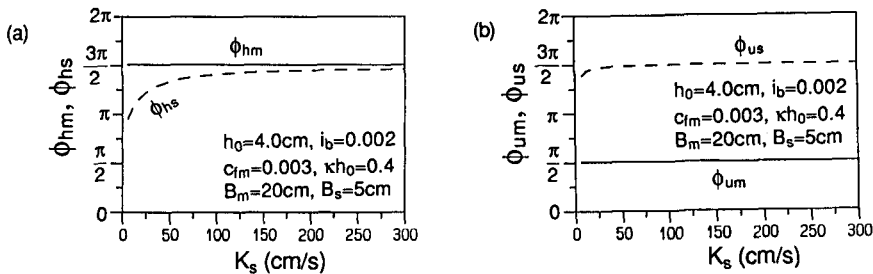


図13 水面変動・主流速の横断流速変動に対する位相差の解析結果

7. 擾乱の不安定性と組織構造の形成

前章のモデルで横断流速の変動によって出現する植生・非植生域の水面波が記述された。直感的表現をとると両域の水面波はほぼ同位相であるが非植生側の方が振幅が大きいため、植生側・非植生側の水位差が交番する。この横断方向水位差によって横断方向流が駆動される側面は次のような横断方向の1次元運動方程式で表現されるものと考えた。

$$\frac{1}{g} \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial h}{\partial z} \bigg|_{z=0} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \frac{(U-c)^2 + W^2}{2g} \right\} \bigg|_{z=0} + \frac{c_{fs}}{gh} W \sqrt{U_k^2 + W^2} = 0 \quad (15)$$

上式は植生境界でたてたものである。この式は移動座標に乗っているので、Wの非定常項の意味はその振幅のみにある。水深、流速を平均値、変動成分に分割した後線形化して次の式を得る。

$$\frac{\partial w'}{\partial t} = -g \frac{\partial h'}{\partial z} \Big|_{z=0} - \frac{cfs}{h_0} U_k w' - \left\{ \frac{\partial U_0}{\partial z} \Big|_{z=0} \cdot u' \Big|_{z=0} \right\} - (c-U_k) \left\{ \frac{\partial U_0}{\partial z} \Big|_{z=0} + \frac{\partial u'}{\partial z} \Big|_{z=0} \right\} \quad (16)$$

ここで U_k は境界での主流速度である。上式の1周期平均はゼロになるはずだから最後の項はゼロとなる。すなわち $U_k = c$ である。各領域ごとの1次元解析で評価できない $\partial h'/\partial z$ 、 $\partial U/\partial z$ は便宜的に次のように評価する。

$$\frac{1}{h_0} \frac{\partial h'}{\partial z} \Big|_{z=0} = \frac{h_m' - h_s'}{B_m + B_s} = \frac{A_{hz}}{B_m + B_s} a \sin(\kappa X - \phi_{hz}); \quad \frac{\partial U_0}{\partial z} \Big|_{z=0} = \frac{U_{m0} - U_{s0}}{B_m + B_s} = \text{const.} \quad (17)$$

A_{hz} 、 ϕ_{hz} は式(10)～(14)などから次のように与えられる。

$$A_{hz}^2 = (A_m \cos \phi_{hm} - A_s \cos \phi_{hs})^2 + (A_m \sin \phi_{hm} - A_s \sin \phi_{hs})^2 \quad (18)$$

$$A_m^* = \frac{A_{hm}}{g B_m (1 - G_m^2) \sqrt{\alpha_m^*{}^2 + \kappa_*^2}}; \quad A_s^* = \frac{A_{hs}}{g B_s (1 - G_s^2) \sqrt{\alpha_s^*{}^2 + \kappa_*^2}} \quad (19)$$

$$\sin \phi_{hz} = \frac{A_m \sin \phi_{hm} - A_s \sin \phi_{hs}}{A_{hz}}; \quad \cos \phi_{hz} = \frac{A_m \cos \phi_{hm} - A_s \cos \phi_{hs}}{A_{hz}} \quad (20)$$

ただし $\kappa_* = \kappa h_0$ である。また各領域を1次元化して扱っているため、 U_k のような境界での値($\zeta_{z=0}$)は記述されないが、便宜的に各領域の混合域の幅の重みを用いて両域の値(ζ_s と ζ_m)から次のように内挿補間することとする。

$$\zeta \Big|_{z=0} = \frac{\zeta_s + \beta \zeta_m}{1 + \beta}; \quad \beta = \frac{B_s}{B_m} \quad (21)$$

植生境界の主流速変動($u'_{z=0}$)については前章での実験結果との比較に基づき、振幅($A_{uk} = A_{u_{z=0}}$)、位相差($\phi_{uk} = \phi_{u_{z=0}}$)それぞれを植生・非植生域での値(A_{us} 、 A_{um} ; ϕ_{us} 、 ϕ_{um})を上記の方法で内挿補間した。このとき、

$$A_{uk} = \frac{A_{us} + \beta A_{um}}{1 + \beta}; \quad \phi_{uk} = \frac{\phi_{us} + \beta \phi_{um}}{1 + \beta} \quad (22)$$

である。非植生側についての A_{um} 、 ϕ_{um} は式(8)に式(10)を代入して次のように与えられる。

$$A_{um}^2 = \{ -(U_{m0} - c) A_m \cos \phi_{hm} \}^2 + \left\{ (U_{m0} - c) A_m \sin \phi_{hm} - \frac{S_m}{B_m \kappa} \right\}^2 \quad (23)$$

$$\sin \phi_{um} = \frac{S_m - \kappa B_m (U_{m0} - c) A_m \sin \phi_{hm}}{\kappa B_m A_{um}}; \quad \cos \phi_{um} = - \frac{(U_{m0} - c) A_m \cos \phi_{hm}}{A_{um}} \quad (24)$$

植生側では添字をsに変えた形式で与えられる。このとき dw'/dt は結局次のようになる。

$$\frac{1}{a} \frac{\partial w'}{\partial t} = M \sin \kappa X - N \cos \kappa X \quad (25)$$

$$M = - \frac{g A_{hz} h_0}{B_m + B_s} \cos \phi_{hz} - \frac{g A_{uk} (U_{m0} - U_{s0})}{B_m + B_s} \cos \phi_{uk} - \frac{cfs}{h_0} c; \quad N = - \frac{g A_{hz} h_0}{B_m + B_s} \sin \phi_{hz} - \frac{g A_{uk} (U_{m0} - U_{s0})}{B_m + B_s} \sin \phi_{uk} \quad (26)$$

これを式(9)の直接微分と比較すると、

$$\frac{1}{a} \frac{\partial a}{\partial t} = M; \quad \kappa = N \quad (27)$$

のように、変動の増幅率、伝播速度が求められる。伝播方向は明らかに正(下流方向)であるが、式(20)は c について陽に解かれていないのでその値を求めるには数値計算によらざるを得ない。増幅率が正になるとその変動は発達し、負の場合では減衰する。図14は増幅率・伝播速度と無次元波数の関係についての計算例($U_k = c$ となるまで β を変えて収束計算し、 β, c を求めた後増幅率を計算する)で、ほぼ実験で出現した波長・伝播速度・周期の変動が計算の卓越波(増幅率が極大)と一致している。植生・水理条件に対する系

統的検討については今後の課題とする。

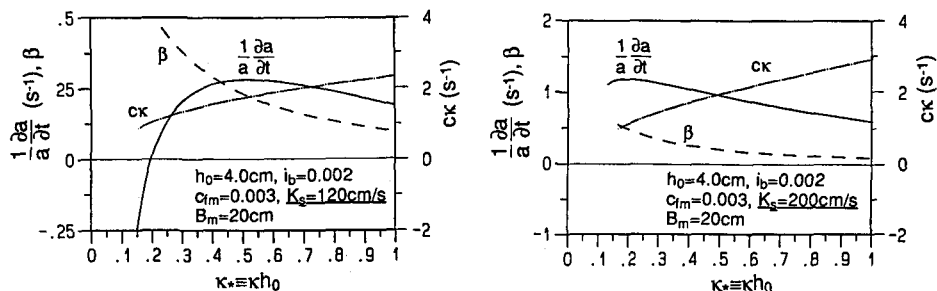


図14 不安定解析結果

8. あとがき

本研究では、植生帯を側岸寄りに伴う流れに見られる水面変動に着目してその相関構造を実験的に調べ、各領域を1次元化した水理モデルを通して現象理解に努めた。さらに水面変動を介在してこうした組織的変動が不安定になる機構の説明を試みた。今後さらに系統的な検討を行なうとともに、詳細な流れの構造にも言及して行きたい。

参考文献

- 1) 辻本：植生を伴う流れの水理，水工学シリーズ，91-A-5，土木学会水理委員会，1991.
- 2) 福岡・藤田：洪水流の横断方向流速差がもたらす付加抵抗の評価，第33回水理講演会論文集，1989.
- 3) 北村・辻本：植生域と非植生域の流れの干渉についての基礎的研究，土木学会第45回年次学術講演会，II，1990.
- 4) 太田・池田・長谷川：側岸部に植生をもつ河川における流れの安定性について，土木学会第46回年次学術講演会，II，1991.
- 5) Tsujimoto, T., T. Kitamura & Y. Ouji : Flow in vegetated and non-vegetated zones in a cross-section of an open channel, *KHL-Commun.*, Kanazawa Univ., No.2, 1991.
- 6) Chu, V.H., J.H.Wu & R.E. Khayat : Stability of transverse shear flows in shallow open channel, *Jour. Hydraulic Engrg.*, ASCE, Vol.117, No.10, 1991.
- 7) 清水・中川・岩田：水路横断面内に植生群落を伴う流れの構造について，第45回土木学会年次学術講演会演会，II，1990.
- 8) 泉・池田・伊藤：流水抵抗及び浮遊砂濃度に及ぼす植生の効果，第33回水理講演会論文集，1989.
- 9) 石垣・今本・武藤・福本：複断面開水路流れにおける低水路流れと高水敷上流れの混合機構について，土木学会第45回年次学術講演会講演概要集，II，1990.