

# 開水路における高濃度流の無次元パラメーター

Nondimensional Parameters Governing Hyperconcentrated Flow  
in a Open Channel

平野 宗夫<sup>\*</sup>・橋本 晴行<sup>\*\*</sup>・福富 章<sup>\*\*\*</sup>・田熊 幸二<sup>\*\*\*\*</sup>・パルー, ムハマド, サレー<sup>\*\*\*</sup>

by Muneo HIRANO, Haruyuki HASHIMOTO, Akira FUKUTOMI, Kouji TAGUMA, Muh.Saleh PALLU

Nondimensional parameters governing rapid hyperconcentrated flows are derived by the comparison between intergranular-stress and inertia terms in the momentum equation. It is found that the ratio of flow depth to grain diameter and volumetric concentration of grains for the estimate of friction forces acting on a bed, and the ratio of tube diameter to grain diameter and concentration for that of drag forces on a tube are important parameters.

Relationship of friction and drag coefficients to these parameters is investigated experimentally. Dependence of drag coefficient on concentration and nondimensional tube diameter is found similar to that of friction coefficient on concentration and nondimensional depth.

For the larger concentration and smaller ratio of a characteristic length to grain diameter intergranular interactions play dominant role. For the larger ratio, on the other hand, the effect of turbulence of the hyperconcentrated flows becomes major.

*Keywords : hyperconcentrated flow, debris flow, mud flow, drag coefficient, flow resistance*

## 1. 緒言

粒子を高濃度に含有する水・粒子混相流は、土石流や泥流災害だけでなく、黄河流域などの河川、堤防越流によるbank erosion、海底土石流など種々の条件下においても観察される。しかしながらこの種の研究は主として土石流や泥流に関連して行われてきた。例えば、土石流においては、高橋<sup>1)</sup>、椿・橋本<sup>2)</sup>は、第一近似として粒子間応力が支配的であると考えた。前者はBagnoldのモデル<sup>3)</sup>を用い、後者は粒子間応力を衝突応力と等方的な接触応力とに分け、それぞれ土石流の濃度・速度分布を求めた。芦田・江頭<sup>4)</sup>は、粒子間の相互作用としての降伏応力と間隙水の乱れとが重要であると考え、土石流の流動、堆積過程の説明を試みている。一方、泥流においては、新井・高橋<sup>5)</sup>は、衝突効果のほかに粒子と流体が一体となった流体塊の乱れの効果が重要であるとしてその抵抗則を調べた。

高橋<sup>1)</sup>、椿・橋本<sup>2)</sup>は粗粒子からなる高濃度・高速せん断流を、芦田・江頭<sup>4)</sup>は高速、低速などを問わない単純せん断流を、そして新井・高橋<sup>5)</sup>は相対水深の比較的大きな高濃度流を対象にした。しかし、種々の条件に対応して様々な様相を呈する高濃度流を統一的に理解するまでには至っていない。本研究は、高速・高濃度流に対して無次元パラメーターを導入し、これを用いて高濃度流における円柱の抗力の特性や種々の河床条件での高速・高濃度流の抵抗則を検討するものである。

|      |     |    |           |           |       |                  |
|------|-----|----|-----------|-----------|-------|------------------|
| *    | 正会員 | 工博 | 九州大学教授    | 工学部水工土木学科 | (〒812 | 福岡市東区箱崎6-10-1)   |
| **   | 正会員 | 工博 | 九州大学助教授   | 工学部水工土木学科 | (     | 同 上 )            |
| ***  | 学生員 |    | 九州大学大学院   | 工学研究科     | (     | 同 上 )            |
| **** | 正会員 |    | 九州旅客鉄道(株) | 施設部工事課    | (〒801 | 北九州市門司区清滝2-3-29) |

## 2. 高速・高濃度流を規定するパラメーター

抗力や抵抗則に関する議論の準備として、高速・高濃度流の運動を規定するパラメーターについて考察してみる。2次元定常流の運動方程式は次式によって与えられる。

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho_i} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\rho_i} \left( \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} \right) \quad (1)$$

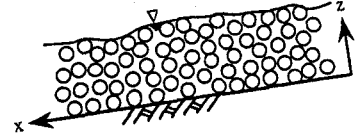


図-1 高濃度流における座標の定義

ここに  $\rho_i$  は流れの密度、 $p$  は流れの重力成分や粒子間の接触応力<sup>2)</sup>

を含む圧力、 $\tau_{zx}$ 、 $\tau_{xx}$  は粒子間の衝突応力である。間隙水の乱れによる Reynolds 応力は、粒子間応力に比較して微小だとして無視している。

粒子間の衝突応力については多くの式が提案されているが、ここでは Bagnold<sup>3)</sup> や 椿・橋本<sup>4)</sup> の研究を基に、次のようにおく。

$$\tau_{zx} = K_{zx} \sigma d^2 F(C) (du/dz)^2 \quad (2)$$

$$\tau_{xx} = K_{xx} \sigma d^2 F(C) (du/dz)^2 \quad (3)$$

ここに、 $\sigma$  は粒子密度、 $d$  は粒子の径、 $F(C)$  は粒子の体積濃度  $C$  の関数で、例えば 椿・橋本<sup>4)</sup> は  $C_*$  を粒子の最密充填濃度として

$$F(C) = \frac{(C/C_*)^2}{1 - (C/C_*)} \quad (4)$$

のように導いている。これは濃度  $C$  の増加関数である。

さて、式(1)における各項のオーダー比較を行ってみよう。 $U$  を流れの代表流速、 $L$  を代表長さとする、慣性項は  $U^2/L$ 、衝突応力項は  $d^2 F(C) U^2/L^3$  と見積られるので、その比をとると

$$\frac{\text{慣性項}}{\text{粒子間衝突応力項}} = \frac{U^2 L}{d^2 F(C) U^2 L^3} = \frac{1}{F(C)} \left( \frac{L}{d} \right)^2 \quad (5)$$

となる。従って、無次元量  $L/d$  と  $C$  が、高濃度流を規定する重要なパラメーターであることがわかる。すなわち、濃度  $C$  が大きく、 $L/d$  が小さな値を取る時、粒子間応力が卓越し、その逆の場合は慣性項が卓越することになる。代表長さ  $L$  としては、開水路高濃度流の摩擦抵抗を考える場合は水深  $h$  が、円柱の抵抗を考える場合は円柱の径  $d_c$  が最適であろう。

以下においては、このような考察を基に高濃度流における円柱の抗力を調べ、次いで、開水路高濃度流の抵抗則について検討する。

## 3. 円柱の抗力の特性

### 3.1 実験方法

使用した水路は長さ12m、幅12.5cmの変勾配水路で、その上流側7.0mの部分移動床、下流側5.0mの部分ベニヤ板かアクリル板で滑面固定床とした。滑面にしたのは一様な濃度・速度分布を得るためである。下流端から1.05m地点には直径  $d_c$ 、長さ  $L = 32.5$ cm、

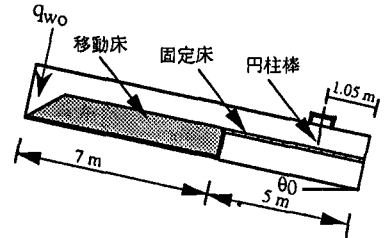


図-2 円柱の抗力測定のための水路

38.5cmのアルミ製円柱棒を固定床面に垂直に設置しておく。円柱棒の上端はアングルに固定し、下端は自由に振動できるように床面に対して  $\delta = 2$ mm、3.3mmのclearanceを保つ。

まず、河床材料を水路上流の移動床部に厚さ10cmで敷き詰め、水路を所定の勾配  $\theta$  に設定する。次に、河床を浸透水で飽和状態にした後、水路上流端から単位幅流量  $q_w$  の水を急激に供給して高濃度流を発生させた。その実験条件を表-1に示す。ここに、 $d$  は平均粒径、 $\sigma/\rho$  は砂の比重、 $\theta$  は水路勾配、 $q_w$  は単位幅当りの供給水量である。発生した高濃度流は、流下して円柱棒に衝突する。その円柱棒のひずみを上端に貼ったひずみゲージにより検出する。同時に下流端では、流れを採取することにより、土砂と水を合わせ

た全流量 $q_1$ や土砂粒子の輸送濃度 $C_T$ を、水路側方からはビデオ撮影することにより、水深 $h$ をそれぞれ測定する。ひずみから抗力を算定するには、円柱棒の先端に分銅を載荷して得た検定曲線を利用した。

さらに比較のため、同一流量の清水を流して水流による抗力も測定した。

さて、抗力係数 $C_D$ を導入すると、円柱の単位長さごとに働く抗力は

$$D = \frac{\rho_l}{2} u^2 d_L C_D \tag{6}$$

と表される。ここに  $\rho_l = \sigma C + \rho(1 - C)$  である。滑面固定床においては濃度・速度分布が比較的一様であるので、式(6)では  $u \equiv \bar{u} = q_1/h$ 、 $C \equiv C_T$  とおくことができる。従って、 $D$ 、 $\bar{u}$ 、 $C_T$  の測定値を代入すると抗力係数 $C_D$ の実験値を求めることができる。

### 3・2 実験結果と考察

第2章において、円柱の無次元径 $d_L/d$ および粒子濃度 $C$ が抗力の評価のパラメーターとなることが分かった。

図-3は、粒子輸送濃度をほぼ一定に保ったときの円柱の無次元径 $d_L/d$ による抗力係数 $C_D$ の変化を示したものである。ここに、高濃度流による抗力係数 $C_D$ は清水流の抗力係数 $C_{Dw}$ で規格化されている。規格化抗力係数 $C_D/C_{Dw}$ は $d_L/d$ の小さな所では $d_L/d$ に対して急減するが、 $d_L/d \geq 50$ では、1の値に漸近する。このことは、 $d_L/d$ の大きな領域では高濃度流があたかも清水流のように挙動していることを暗示している。清水流の場合、レイノルズ数 $Re = \bar{u} d_L/\nu = 10^4 \sim 2 \times 10^4$ の範囲で抗力係数 $C_{Dw}$ が測定されており、乱流抵抗の領域内である。従って、 $d_L/d$ の大きな所では、抗力係数 $C_D$ は高濃度流の乱流抵抗によるものと考えられる。これは、第2章の結果と対応している。また、 $d_L/d$ の小さな領域では、粒子の円柱への衝突・接触作用が重要となり、 $C_D$ の大きな値につながっている。なお、衝突・接触作用に起因する抗力については別の論文<sup>6)</sup>で考察した。

図-4は、 $d_L/d$ をパラメーターとした時の抗力係数と輸送濃度 $C_T$ との関係を示している。抗力係数は $C_T$ とともに増加することが分かる。その増加の割合は、 $d_L/d$ が大きいほど、すなわち粒径が小さくなるほど小さくなっている。当然、 $C_T$ が減少すると $C_D/C_{Dw}$ は1に近づいていく。

表-1 抗力測定に関する実験条件

| $d(\text{mm})$ | $d/p$ | $\theta_0$ | $d_L(\text{mm})$ | $q_{w0}(\text{cm}^2/\text{s})$ | 固定床材料       |
|----------------|-------|------------|------------------|--------------------------------|-------------|
| 0.07           | 2.63  | 14°        | 8                | 100                            | ベニヤ板        |
| 0.09           | 2.60  | 14°        | 8                | 100                            | ベニヤ板        |
| 0.17           | 2.61  | 4°~18°     | 6, 8             | 100, 200                       | ベニヤ板, アクリル板 |
| 0.29           | 2.62  | 14°        | 8                | 100                            | ベニヤ板        |
| 0.55           | 2.65  | 14°        | 8                | 100                            | ベニヤ板        |
| 0.80           | 2.64  | 8°~18°     | 6, 8             | 100, 200                       | ベニヤ板, アクリル板 |
| 1.24           | 2.65  | 14°        | 8                | 100                            | ベニヤ板        |
| 1.90           | 2.61  | 14°        | 8                | 100                            | ベニヤ板        |
| 4.40           | 2.59  | 4°~18°     | 6, 8             | 100, 200                       | ベニヤ板, アクリル板 |
| 7.00           | 2.63  | 8°~18°     | 6, 8             | 100, 200                       | ベニヤ板, アクリル板 |

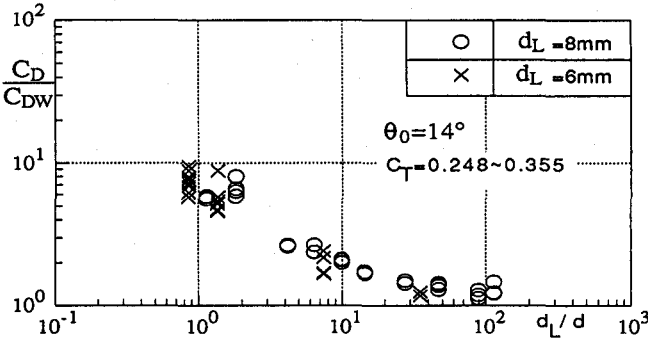


図-3 円柱の抗力係数と無次元径との関係

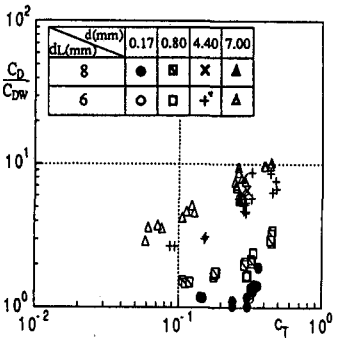


図-4 円柱の抗力係数と粒子輸送濃度との関係

#### 4. 高濃度流の抵抗則

##### 4.1 実験方法

実験には3種類の水路を使用した。移動床における実験では比較的水深が大きくなる場合は幅20cm、長さ7mの水路を用い、比較的水深が小さくなる場合は偏流を防ぐため幅10cm、長さ10mの水路を用いた。また固定床における実験では図-2に示す幅12.5cm、長さ12mの水路を使用した。高濃度流の発生は3・1節と同様な方法に依った。水深や流速分布は水路側方から16mm高速度カメラやVTRカメラを用いて測定した。また全流量や土砂の輸送濃度 $C_T$ は流れを採取することにより求めた。

##### 4.2 実験結果と考察

第2章において、相対水深と粒子濃度が流況を支配するパラメーターであることを見いだした。

##### (a) 抵抗係数

図-5は、濃度と勾配をほぼ固定した条件下での抵抗係数 $f' = 2(u_*'/\sqrt{u})^2$ と相対水深 $h/d$ との関係を示している。ここに、 $u_*$ は摩擦速度で $u_*' = \sqrt{g h \sin \theta}$ として求めた。河床条件により、抵抗係数の相対水深への依存性の度合いが異なっている。図中の実線は椿・橋本ら<sup>2)</sup>による移動床の条件下での計算結果である。移動床上の流れでは $f'$ は $h/d$ に対して急減するが、計算結果(実線)ほどには減少しない。一方、ベニヤ板やアクリル板の滑面固定床では $f'$ の変化は少なく、ほぼ一定な値をとる。ベニヤ板では $f' \approx 0.02$ 、アク

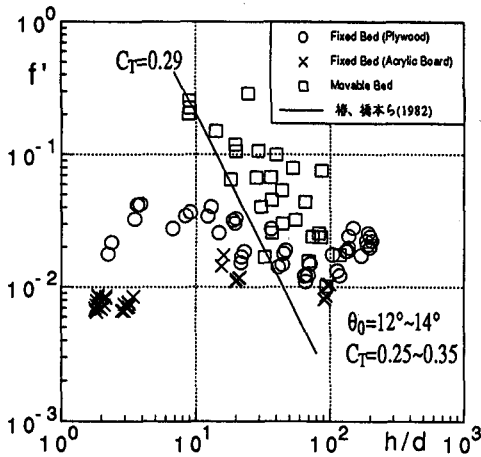


図-5 抵抗係数と相対水深との関係

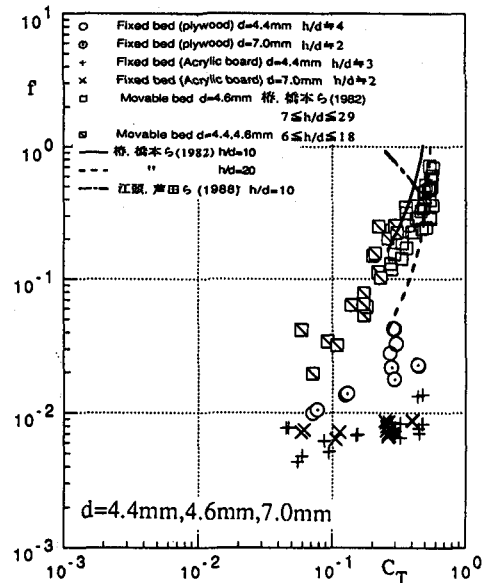


図-6 (a) 抵抗係数と粒子輸送濃度との関係

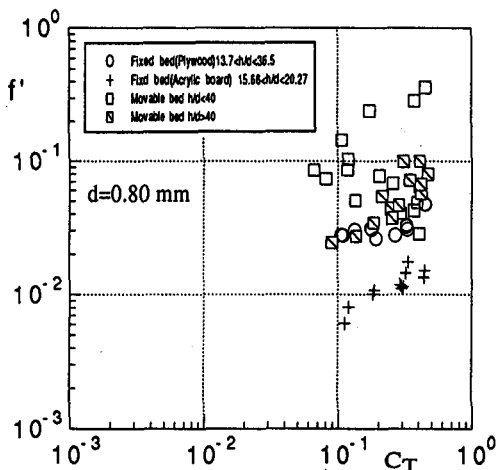


図-6 (b) 抵抗係数と粒子輸送濃度との関係

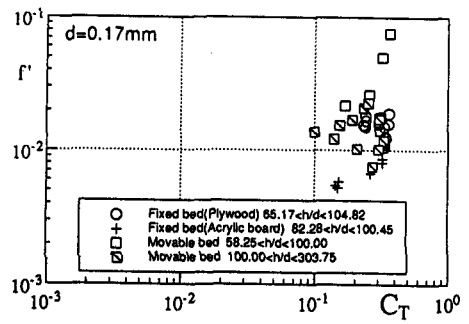


図-6 (c) 抵抗係数と粒子輸送濃度との関係

リル板では  $f' \approx 0.01$  となっている。  $h/d \leq 25$  では移動床における  $f'$  と滑面固定床における  $f'$  とは、値に顕著な差がある。ところが、  $h/d \approx 100$  より大きな  $h/d$  においては、  $f'$  はどの河床条件においても同様な値をとり、  $f' = 0.01 \sim 0.03$  の範囲にはいる。

図-6 (a), (b), (c) は、ほぼ限定された範囲の  $h/d$  のもとでの  $C_r$  による  $f'$  の変化を表している。相対水深が小さく、粗粒子から成る高濃度流において  $f'$  は、アクリル板上で  $C_r$  に対してほぼ一定となる (図-6 (a))。それ以外の条件下では  $f'$  は  $C_r$  に対して増加している。その増加の割合は、  $h/d$  の大きいほど、移動床より滑面固定床のほうが小さい。図-6 (a) 中の実線と破線は椿・橋本<sup>1)</sup> の移動床の場合の計算結果で、一点鎖線は江頭・芦田<sup>2)</sup> の計算である。後者は実験結果とは逆の傾向になっており、粒子間衝突応力に比べて降伏応力などが主要な役割を果たしているとする考え方に難点があると思われる。

以上のように、移動床上における抵抗係数の特性は第3章で考察した円柱の抗力の特性と同様であることが分かる。これは、  $h/d$  の大きな領域では慣性力が支配的であるのに対して、  $h/d$  の小さく、  $C_r$  の大きな領域では粒子間の衝突・接触効果が流れを決定づけていることを示している。これは新井・高橋<sup>3)</sup> の結果と一致する。一方、滑面固定床の場合は、  $h/d$  の小さい領域では底面の粗度を表す新たなパラメーターを必要とする。また  $h/d$  の大きな領域においてはいずれの河床条件下でも同程度の粗度効果となっていると考えられる。

#### (b) 流速分布

図-7, 8 は、供給水量  $q_{w0} \approx 200 \text{ cm}^2/\text{s}$ 、水路勾配  $\theta_0 = 14^\circ$  の場合における流速分布を河床材料毎に示したもので、図-5 に対応して  $h/d$  の順に示した。図-7 は、移動床における流速分布を示しているが、  $h/d \leq 25$  においては、高速せん断流的な分布を示す。一方、  $h/d \geq 25$  においては、  $h/d$  が大きくなるにつ

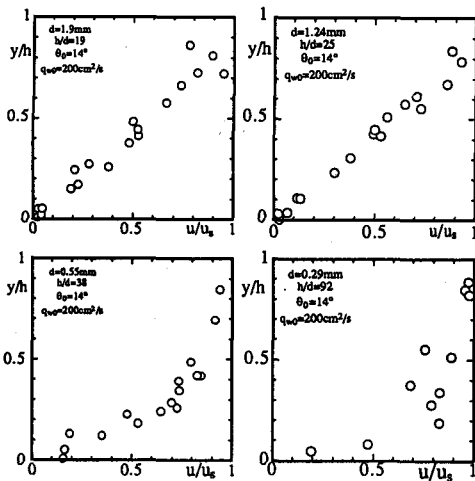


図-7 移動床上の流速分布

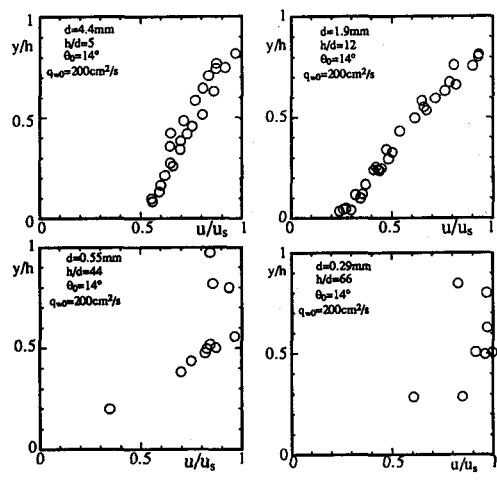


図-8 固定床 (ベニヤ板) 上の流速分布

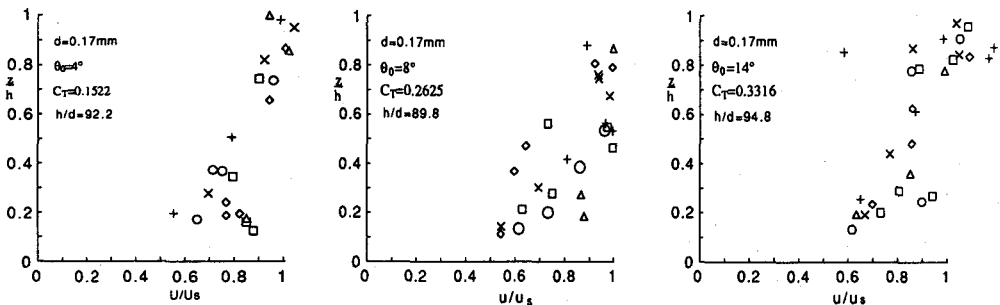


図-9 固定床 (アクリル板) 上の流速分布

れ一様な分布形に近づく。図-8は、ベニヤ板上の流速分布を示している。 $h/d \leq 25$ で底面に滑りが発生しているのが特徴的だが、速度勾配は比較的大きく、移動床の場合と同様にせん断流的である。一方、 $h/d \geq 25$ では $h/d$ の増加とともに一様な分布形に近づく。

図-9は $h/d \approx 90$ にはほぼ固定した条件下で、濃度毎に求めたアクリル板上の流速分布であるが、いずれも比較的一様で、同じ分布形を示す。

このように、 $h/d = 100$ 付近では、いずれの河床条件下においても比較的一様な流速分布を示し、完全に乱流となっていることが理解される。そこで、このような領域では衝突応力は微小だとして無視し対数則の欠損則表示

$$\frac{u_s - u}{u_*} = -\frac{1}{\kappa} \ln \frac{y}{h}$$

(7)

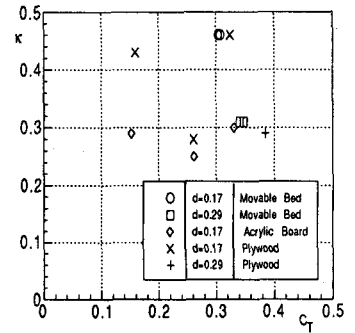


図-10

カルマン定数と粒子輸送濃度との関係

を実験と比較して高濃度流に最適なカルマン定数 $\kappa$ の値を求めてみよう。その結果を粒子輸送濃度に対して示す(図-10)。 $\kappa = 0.25 \sim 0.46$ であるが、実験値のばらつきが大きく、さらに検討が必要であろう。

以上の結果、 $h/d$ の小さい領域においては、移動床上では高速せん断流を形成し、衝突応力が卓越している。滑面固定床では底面に滑りが生じて流速分布は一様化する。その一様化の度合は底面のすべり速度の大きさで決まるので、底面の粗度が新たなパラメーターとして導入される必要がある。

一方、 $h/d$ の大きい領域においては、いずれの河床条件においても乱流のため流速分布は一様化している。

## 5. 結語

高濃度流の運動方程式において慣性項と衝突応力項との比を取ることで、運動を規定する無次元パラメーターとして、代表長さ・粒径比と粒子濃度を導いた。これらのパラメーターを用いると、高濃度流における円柱の抗力や開水路底面の摩擦抵抗の特性を統一的に説明することができた。しかし、相対水深の小さな場合における滑面固定床上の流れの抵抗については、底面にすべりが発生するなど別の機構を考える必要があり、今後の課題となった。

最後に、実験およびデータ整理に際し、島田哲治(現・大成建設)および本学部生の村上浩史の両氏に多大の助力を得た。記して感謝の意を表します。

## 参考文献

- 1) 高橋 保: 土石流の発生と流動に関する研究、京都大学防災研究所年報、第20号B-2、1977。
- 2) 椿東一郎・橋本晴行・末司忠司: 土石流における粒子間応力と流動特性、土木学会論文報告集、No. 317、1982。
- 3) R. A. Bagnold: Experiments on a Gravity-Free Dispersion of Large Solid Spheres in a Newtonian Fluid under Shear, Proc. Roy. Soc. A, Vol. 225, 1954。
- 4) 芦田和男・江頭進治・神矢浩・佐々木浩: 斜面における土塊の抵抗則と移動速度、京都大学防災研究所年報、第28号B-2、1985。
- 5) 新井宗之・高橋 保: 泥流型土石流の流動機構、土木学会論文集、第375号/II-6、1986。
- 6) H. Hashimoto and M. Hirano: Rapid flows of sand-water mixtures at high concentration in a steep channel, Second Us-Japan Seminar on Micromechanics of Granular Materials, Elsevier, Studies in Applied Mechanics, 掲載予定。
- 7) 江頭進治・芦田和男・佐々木浩: 土石流の流動機構、第32回水理講演会論文集、1988。