

河床波による流水抵抗と流砂量

Flow Resistance and Bed Load Transport Rate for Sand Waves

三輪 浩*・大同淳之**

by Hiroshi MIWA and Atsuyuki DAIDO

Bed shear stress distribution along the bed surface is derived from boundary layer equation. Then, an effective shear stress for sand waves is expressed as integration of the bed shear stress distribution. As the bed load motion is influenced by fluctuation of flow intensity, the estimation methods of pick-up rate and average step length are proposed by considering these influences. The bed load distribution along a sand wave is calculated by using stochastic model consists of pick-up rate and step length. The results of application to experimental measurements are well good.

Keywords : sand waves, flow resistance, bed load transport rate, non-equilibrium, pick-up rate, step length.

1. 緒 言

河川における抵抗や流砂量の評価は、従来、主に抵抗分割の方法によって行われてきた。しかしこの方法では仮想された有効掃流力を用いなければならず実際の流砂現象との整合性の点で合理的ではない。また、河床砂の分級効果が河床波の規模に大きな影響を与え¹⁾、流水抵抗にも影響を及ぼす²⁾ことを考えれば、従来のいわゆる丸められた形での抵抗の評価法では流砂機構にまで立ち入って議論できない。河床波は平均的にみれば平衡であっても、実際には一つの河床波単位で顕著な非平衡性を呈する流砂現象の集積であると考えられる。そして、この非平衡性は河床波の発生・発達・変形の要因となり、それにもなって流水抵抗が変化する。それゆえ、流砂運動を介して流れと河床波の特性を十分に考慮した粒子レベルのアプローチが必要となる。そこで、本文では河床波上の流れと流砂運動を詳細に検討し、流水抵抗および流砂特性について考察する。まず、河床波の背面に沿うせん断応力分布を算定し、この積分値として摩擦抵抗を評価する。そして、全抵抗との関係から平均流砂量の算定を行う。つぎに、掃流砂の流送過程を記述する確率モデルの構成要素である pick-up rate と平均 step length の評価法を河床波上の流れの特性を考慮して検討し、河床波上の非平衡流砂量分布の算定を行う。

* 正会員 工修 舞鶴工業高等専門学校助手 土木工学科
(〒625 京都府舞鶴市白屋234)

** 正会員 工博 立命館大学教授 理工学部土木工学科
(〒603 京都市北区等寺院北町56-1)

2. 実験概要

河床波の背面に沿うせん断応力分布の算定に関するデータ収集のため、長さ6.5m、幅20cmの亚克力製循環式可変勾配水路に河床波模型を14波敷き詰めて固定床とし、染料を用いて剥離域の長さを測定するとともに、直径3mmのプロベラ流速計を用いて河床波背面上の流速分布を測定した。実験に用いられた河床波模型は波長40cm、波高2cmおよび1cmの2種類であり、いずれも前面の傾きが45°である。つぎに、平均流砂量を測定するため、平均粒径0.057cmの均一砂を用いて移動床実験を行い、河床が平衡に達した後、河床波1波長分の砂を採取した。なお、表-1は固定床の実験条件、表-2は移動床の実験条件である。さらに、河床波上の流砂特性を把握する目的で、局所流砂量および局所pick-up rateの測定を行った。実験には長さ14m、幅20cmの鋼製可変勾配水路を使用し、水路床に先の河床波模型のうち波高2cmのものを17波敷き詰めて固定床とした。ただし、下流より10波目の河床波模型は背面上の任意の位置を10cm(横断方向)×3cm(縦断方向)の範囲を1つの単位として局所的に移動床とすることができる。実験に用いた砂は移動床実験と同じもので、実験条件は表-3に示されている。局所流砂量の測定は着目位置より上流部をすべて移動床とし、直下流の1ブロックを補砂部としてそこに堆積する砂を計量して行った。一方、pick-up rateは着目位置の1ブロックのみを移動床としそこからpick-upされる砂の量を測定した。ただし、クレスト部に関しては流砂量、pick-up rateともクレスト直下流のトラフ部を補砂部とみなした。

3. 河床波を有する河道の抵抗評価と流砂量

3.1 河床波上のせん断応力分布

河床波の背面ではクレストから剥離した流れが再付着した点から河床に沿って新たに境界層が発達し、底面せん断応力はこれによって規定される。そこで、河床および水面変動による圧力勾配を考慮した次の境界層の運動量積分方程式³⁾をもとに底面せん断応力を算定する。

$$\frac{\partial(U\delta^*)}{\partial t} + U^2 \frac{\partial \theta}{\partial x} + (2\theta + \delta^*)U \frac{\partial U}{\partial x} - \frac{\delta(x)}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\tau(x, t)}{\rho} \quad (1)$$

ここに、Uは境界層外縁流速、 δ^* は排除厚、 θ は運動量厚、 δ は境界層厚、およびpは圧力である。

流れを定常と仮定し、水面波を無視して河床形状のみによる水深変化を考慮すると、式(1)は次式となる。

$$\frac{\tau(x)}{\rho} = U^2 \frac{\partial \theta}{\partial x} + (2\theta + \delta^*)U \frac{\partial U}{\partial x} + g\delta(x)\lambda \quad (2)$$

ここに、 λ は波形勾配である。

境界層内の流速分布は次のべき(1/6)乗則で表す。

$$u/U = (y/\delta(x))^{1/6} \quad (3)$$

また、境界層外縁流速は中川・辻本ら⁴⁾による次式を用いる。

$$U/u_m = B(x/h_m)^{1/2} \quad (4)$$

表-1 固定床実験条件

Run No.	L(cm)	Δ (cm)	qw(cm ² /s)	hm(cm)	Ie*10 ⁻³
I-1	40	1.0	350.0	8.3	2.13
I-2	40	1.0	400.0	9.9	2.03
II-1	40	2.0	350.0	9.7	2.49
II-2	40	2.0	400.0	10.3	2.56
II-A	40	2.0	107.5	5.5	1.71
II-B	40	2.0	162.5	7.2	2.15
II-C	40	2.0	250.0	8.8	2.02

表-2 移動床実験条件

Run No.	qw(cm ² /s)	dm(cm)	hm(cm)	Ie*10 ⁻³
U-6D	350	0.057	9.56	2.11
U-6E	350	0.057	9.34	2.79
U-6F	350	0.057	10.26	2.40
U-7D	400	0.057	10.37	3.11
U-7E	400	0.057	10.02	3.23
U-7F	400	0.057	9.75	3.25
U-9D	450	0.093	9.78	2.21
U-9E	450	0.093	9.48	2.19
U-9G	450	0.093	9.78	2.34

表-3 局所移動床実験条件

Run No.	qw (cm ² /sec)	hm (cm)	Fr	Ie	u _c (cm/sec)	dm (cm)
H-1	250	7.12	0.42	1/300	3.3	0.057
H-2	350	8.98	0.42	1/404	3.4	0.057
H-3	400	9.90	0.41	1/430	3.5	0.057

ここに、 u_m は平均流速、 h_m は平均水深、 $B = \{2/(2-L/h_m \cdot \lambda)\} \{L/h_m \cdot (1-m\lambda)\}^{-1/2}$ 、 m は剥離の長さを表すパラメーターで、 $m=L_s/\Delta$ として5.1である。ここに、 L_s は剥離長、 Δ は波高である。

さらに、抵抗則としてManning-Strickler型を用いると、

$$U/u_*' = A(\delta(x)/k_s)^{1/6} \quad (5)$$

となる。ここに、 $A=8.94$ である。

式(3)～(5)を式(2)に代入し、これを $x=0$ （再付着点）で $\delta=0$ の条件のもとで解くことによって河床波の背面に沿う境界層厚およびせん断応力の分布が次式のように表される。

$$\delta(x) = C^{-3/4} k_s^{1/4} x^{3/4} \quad (6)$$

$$\frac{\tau(x)}{\rho u_m^2} = \Pi \left(\frac{k_s}{h_m} \right) \left(\frac{x}{k_s} \right)^{3/4} \quad (7)$$

ここに、 $C \doteq A^2 \{0.26 + \lambda / (Fr \cdot B)^2\}$ 、 $\Pi = (B/A)^2 C^{1/4}$ である。

図-1は式(7)による底面摩擦速度の分布の計算結果を示している。ただし、 $\hat{u}_*$ はクレストの摩擦速度を表す。また、図中の描点は式(6)によって得られた境界層厚と流速分布の測定結果から得られた境界層外縁流速を式(5)に代入して得られた摩擦速度の分布を示している。両者の適合性は比較的良好である。

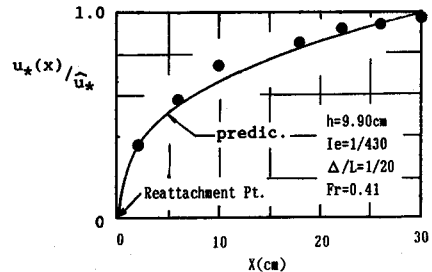


図-1 河床上のせん断応力分布

3・2 河床の抵抗評価と平均流砂量

河床の摩擦抵抗は式(7)より次式で表される。

$$\tau' = \rho u_*'^2 = \rho/L \left\{ \int_0^{L-L_s} u_*'^2 dx \right\} \quad (8)$$

式(8)によって算定される摩擦抵抗をYalinおよびEngelundの抵抗分割法と比較した結果、前者に対しては0～+20%、後者に対しては0～-20%程度の差がある。しかし、本手法は現象の物理的意味が明かであり有効な方法であるといえる。

式(7)と式(8)より平均の摩擦抵抗は次式のようになる。

$$u_*'^2 = 4/7 \Pi' (h_m/k_s)^{-1/4} u_m^2 \quad (9)$$

ここに、 $\Pi' = \Pi \cdot B'$ 、 $B' = (L/h_m)^{3/4} (1-m\lambda)^{7/4}$ である。

Π' は河床波の規模に関する量で、 $\tau_* > 0.2$ の範囲では τ_* の値に関わらず Π' は0.025～0.035程度のほぼ一定の値をとる。これは、この範囲では河床波が十分に発達した状態にあることを示していると考えられる。このような状態では流速係数は10程度の値をとることが知られているので、

$$\phi = u_m/u_* = 10 \quad (10)$$

とする。 Π' の値を0.03、 $k_s = 2d$ とすると、式(9)と式(10)より次の抵抗則式が導かれる。

$$\tau_*' = 2.03 (h_m/d)^{-1/4} \tau_* \quad (11)$$

一方、 τ_* が小さい範囲では著者らが実験的に次式を提案した⁴⁾。

$$\tau_*' = 0.25 \tau_*^{1/2} \quad (12)$$

図-2は全抵抗と式(9)から求められる摩擦抵抗との関係を示したものである。同図にはUSGSの砂堆のデータも記入されている。図中

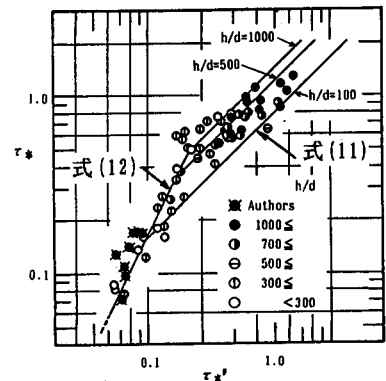


図-2 全抵抗と摩擦抵抗の関係

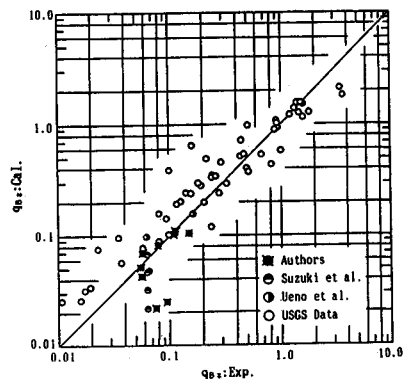


図-3 河床波形成河道の平均流砂量

の実線は式(11)および式(12)である。式(12)と平均河床を表す $\tau_*' = \tau_*$ の交点は $\tau_* = 0.0625$ であり、河床波が形成されるような粒径(0.2~1.0mm)に対する移動限界掃流力の1.5~1.8倍となる。これは上野⁵⁾が示した河床波の発生限界の掃流力を与える。また、実験結果との比較からは h/d による明確な抵抗の変化は説明し難い。しかし、本手法でほぼ河床波の形成による抵抗の変化を算定することができる。

摩擦抵抗が上述のように評価されると平均流砂量を算定することができる。図-3は式(11)または式(12)を用いて河床の平均摩擦抵抗を求め、Meyer-Peter・Mullerの流砂量式で計算された流砂量と実験結果を比較したものである。流砂量式の精度の問題もあるがほぼ適切な結果が得られているといえる。

4. 河床波上におけるpick-up rateおよび平均step lengthの評価と流砂量分布

4.1 河床波背面の流れの特性とpick-up rateの評価

河床波の背面では再付着点付近で鉛直方向の強い乱れが発現し、これが流下方向に変化することや河床付近の流速変動、さらには底面近傍での加速流が流砂運動に副次的に影響を及ぼしている。図-4は底面近傍の流れ方向の流速変動係数を示したものの³⁾で、図-5は河床付近の鉛直方向の乱れ強度の流下方向の変化を示している⁶⁾。同図からわかるようにいずれの値も再付着点付近で最大となり、クレストで最小となる。そこで、pick-up rateの算定に関してはこれら2つの効果を同時に考慮して解析を進めることにする。

河床粒子の初期移動形式として、図-6に示すような球状粒子の完全転動離脱形式を仮定する。粒子Aに作用する抗力および揚力は鉛直方向の乱れによる効果を考えると次式のように表される。

$$D = 1/2 C_D \rho A_2 d^2 \{(\bar{u} + u')^2 + v'^2\} \quad (13)$$

$$L = 1/2 C_L \rho A_2 d^2 \{(\bar{u} + u')^2 + v'^2\} \quad (14)$$

ここに、 C_D 、 C_L は抗力および揚力係数、 ρ は水の密度、 A_2 は粒子の形状係数($\pi/4$)、 d は粒径、 $\bar{u}$ は流れ方向の時間平均流速、 u' 、 v' は流れ方向および鉛直方向の流速の変動成分である。

粒子Aの重心の移動方向に関する運動方程式は次式のように表される。

$$M d \cdot d^2 \theta / d t^2 = \varepsilon L \sin(\theta - \phi) - W \sin(\theta + \lambda) + \varepsilon D \cos(\theta - \phi) - F \quad (15)$$

ここに、 M は仮想質量、 ε は遮蔽係数、 θ は粒子の回転角、 ϕ および λ はそれぞれ、 $\tan^{-1}(v' / (\bar{u} + u'))$ 、 $\tan^{-1}(\text{波形勾配})$ で定義される角度、 F は粒子間の摩擦力である。

また、粒子の重心回りの回転に関する運動方程式は

$$I_G \cdot d \omega / d t = F \cdot d/2 \quad (16)$$

となる。ここに、 I_G は粒子の回転モーメント(球状粒子の場合 $d^2 M/10$)、 ω は粒子の回転の角速度である。完全転動の仮定より $d^2 \theta / d t^2 = 1/2 d \omega / d t$ として摩擦力を求め、これを式(15)に代入すると、粒子の回転に関する運動方程式は次式ようになる。

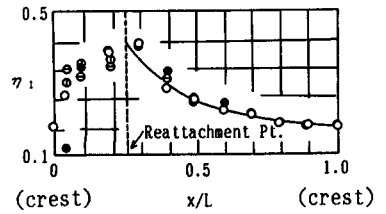


図-4 底面近傍の流れ方向流速変動係数³⁾

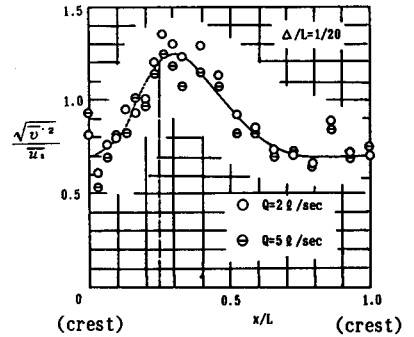


図-5 底面近傍の鉛直方向乱れ強度⁶⁾

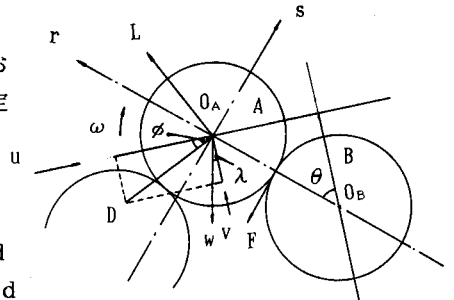


図-6 離脱モデル

$$d^2\theta/dt^2 = \{L\sin(\theta-\phi) - W\sin(\theta+\lambda) + D\cos(\theta-\phi)\} / \{Md(1+4k^2/d^2)\} \quad (17)$$

ここに、 k は粒子の回転半径である。

式(14)、(15)を式(17)に代入して整理すると次式を得る。

$$d^2\theta/dt^2 \cdot d/g = B_* C_* \{(k\sin\theta' + \cos\theta') (V^2/sgd - V_c^2/sgd)\} \quad (18)$$

ここに、 $B_* = (\sigma/\rho - 1) / \{(\sigma/\rho + C_M)(1+4k^2/d^2)\}$ 、 $C_* = (\varepsilon/2)(A_2/A_3)C_D$ 、 $V^2 = (\bar{u} + u')^2 + v'^2$ 、 $V_c^2/sgd = 2(A_3/A_2)\sin(\theta+\lambda)/\varepsilon C_D(k\sin\theta' + \cos\theta')$ 、 $k = C_L/C_D$ 、 $\theta' = \theta - \phi$ である。

V_c は粒子が移動する限界流速であり、 $V > V_c$ となる流速が粒子に作用したときに粒子が移動する。いま、 $V > V_c$ という状態が生起する確率を p とすると、pick-up rateは1個の粒子が離脱するのに要する時間 t_d の逆数として次式のように表される。

$$p_s = K \cdot p / t_d \quad (19)$$

ここに、 K は実験定数である。 t_d は、式(18)を $t=0$ で $\theta/dt=0$ および θ (変位置)=0の条件で積分すると、次式のように表される。

$$t_d = [(1/2)(g/d) B_* C_* \{(k\sin\theta' + \cos\theta')/\theta_0\} (E[V^2 | V > V_c] - V_c^2)/sgd]^{-1/2} \quad (20)$$

ここに、 θ_0 は離脱に要する回転角、 $E[V^2 | V > V_c]$ は $V > V_c$ なる条件付きの V^2 の期待値である。

式(19)、(20)より、pick-up rateは次式で表される。

$$p_{sx} = p_s \sqrt{(d/(\sigma/\rho - 1)g)} \\ = K [B_*'' C_* \{(k\sin\theta' + \cos\theta')/\theta_0\} p^2 (E[V^2 | V > V_c] - V_c^2)/sgd]^{1/2} \quad (21)$$

ここに、 $B_*'' = B_* / \{2(\sigma/\rho - 1)\}$

さて、 u' と v' がともに正規分布に従うとすると、 u および v' の確率密度関数は次のように表される。

$$f(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_u} \exp\left\{-\frac{(u-\bar{u})^2}{2\sigma_u^2}\right\} \quad (22), \quad f(v') = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_{v'}} \exp\left\{-\frac{v'^2}{2\sigma_{v'}^2}\right\} \quad (23)$$

ここに、 σ_u^2 、 $\sigma_{v'}^2$ はそれぞれ u 、 v' の分散である。 u と v' の分布が相関係数 ρ をもつて上のように与えられるときの $V = (u^2 + v'^2)^{1/2}$ の密度関数は、 $V = u + |v'|$ と近似できるとすると次式となる。

$$f(V) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sqrt{(\sigma_u^2 + 2\rho\sigma_u\sigma_{v'} + \sigma_{v'}^2)}} \exp\left\{-\frac{(V-\bar{u})^2}{2(\sigma_u^2 + 2\rho\sigma_u\sigma_{v'} + \sigma_{v'}^2)}\right\} \quad (24)$$

式(24)は

$$r = \frac{V - \bar{u}}{\sqrt{(\sigma_u^2 + 2\rho\sigma_u\sigma_{v'} + \sigma_{v'}^2)}} = \frac{1}{\eta} \left(\frac{V}{\bar{u}} - 1 \right) \quad (25)$$

を用いて変数変換を行うことによって次のように基準化される。

$$\phi(r)dr = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{r^2}{2}\right) dr \quad (26)$$

ここに、 η は次式で表される V の変動係数である。

$$\eta^2 = \left(\frac{\sigma_u}{\bar{u}}\right)^2 + 2\rho \frac{\sigma_u}{\bar{u}} \frac{\sigma_{v'}}{\bar{u}} + \left(\frac{\sigma_{v'}}{\bar{u}}\right)^2 \quad (27)$$

したがって、 $V > V_c$ なる確率 p は次式で表される。

$$p = \int_{r_c}^{\infty} \phi(r)dr, \quad r_c = \frac{1}{\eta} \left(\frac{V_c}{\bar{u}} - 1 \right) \quad (28)$$

また、 $E[V | V > V_c] = \bar{V} + \sqrt{(\sigma_u^2 + 2\rho\sigma_u\sigma_{v'} + \sigma_{v'}^2)} \frac{\int_{r_c}^{\infty} r \phi(r)dr}{\int_{r_c}^{\infty} \phi(r)dr}$

$$\approx \bar{u} (1 + \eta \phi(r_c)/p) \quad (29)$$

である。ゆえに、式(21)中の期待値は次式で与えられる。

$$E[V^2 | V > V_c] = \bar{u}^2 \{(1 + \eta \phi(r_c)/p)^2 + \eta^2\} \quad (30)$$

したがって、式(21)は次式のように表される。

$$p_{s*} = K [B_*'' C_* A_*^2 \{ (k \sin \theta' + \cos \theta') / \theta_0 \}]$$

$$p^2 \tau_* \{ (1 + \eta \phi(r_c)/p)^2 + \eta^2 - \tau_{*c}/\tau_* \}^{1/2} \quad (31)$$

ここに、 $A_* = \bar{u}/u_*$ 、 $B_*'' = 0.113$ 、 $C_* = 0.12$ 、 $\tau_{*c} = (V_c^2/\text{sgd})/A_*^2$ である。

式(31)中の A_* は式(3)、(4)および式(7)から得られる流速分布式に式(6)による境界層厚を代入して得られ、7.52である。ただし、平均河床面は下流側隣接粒子の中心とし、当該粒子に作用する代表流速は $\theta = \pi/4$ としたときの粒子Aの中心の位置の流速とした。また、 $(k \sin \theta' + \cos \theta') \equiv f(\phi)$ については、 ϕ の存在範囲 $(-\pi/2 - \theta) < \phi < \theta$ に対する $f(\phi)$ の平均で表すことにすると、 $k = 0.85$ 、 $\theta = \pi/4$ として、1.164となる。

図-7は $\theta_0 = \pi/4$ として式(31)から計算された河床波上のpick-up rateの分布を実験結果と比較したものである。ただし、 $K = 2.5 \times 10^{-3}$ とされた。また、 η の値は式(27)において $\sigma_u/\bar{u} = \eta_1$ 、 $\sigma_v/\bar{u} = \eta_2$ とおき、 η_1 は図-4、 η_2 は図-5をもとに河床波の各位相ごとに与えられている。ただし、 $\eta_2 = f(x/L)/A_*(\bar{u}_*/u_*) \div f(x/L)/A_*(\hat{u}_*/u_*)$ として $u_*/\hat{u}_*$ の算定に図-1の結果が用いられている。 u と v' の相関係数は-0.45とされた。再付着点付近での算定精度は依然十分とはいえないが、河床波背面の位置によるpick-up rateの変化傾向はおおむね良好に算定されているといえる。

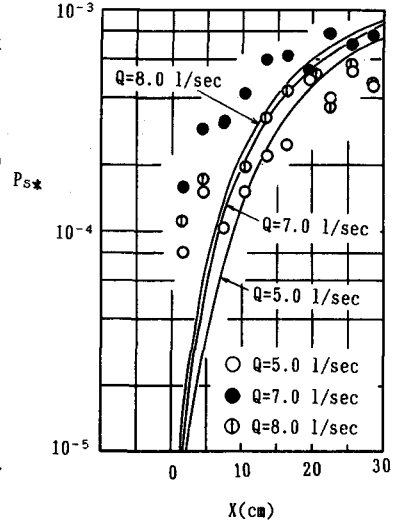


図-7 pick-up rateの算定結果

4・2 平均step lengthの評価

pick-up rateの算定では、 $V > V_c$ となる条件を考慮したが、step lengthでは、 $V > V_c$ を満たす V に対して離脱すべく予約された粒子について考える。そして、一旦河床からpick-upされた粒子は必ずあるstep lengthをもつと仮定して、上述のpick-up rateの算定で得られた粒子の移動限界を与える底面せん断力 τ_{*c} をstep lengthが存在する条件として用いる。

さて、離脱完了前の粒子の移動は式(18)のように表された。いま、粒子の運動を等角加速度運動と仮定して、 $t=0$ において $d\theta/dt=0$ 、 $\theta=0$ の条件で積分すると、離脱過程中的粒子の角速度と変位角は次式で表される。

$$\omega = d\theta/dt = B_*' C_* (k \sin \theta' + \cos \theta') (V_* - V_{*c}) t \quad (32)$$

$$\theta = 1/2 B_*' C_* (k \sin \theta' + \cos \theta') (V_* - V_{*c}) t^2 \quad (33)$$

ここに、 $B_*' = g/d \cdot B_*$ 、 $V_* = V^2/\text{sgd}$ 、 $V_{*c} = V_c^2/\text{sgd}$ である。

式(33)から θ_0 の初期角度を離脱するのに要する時間を求め、これを式(32)に代入すると、離脱時の粒子の角速度は次式で表される。

$$\omega_0 = \{ 2k_1 \theta_0 B_*' C_* (k \sin \theta' + \cos \theta') (V_* - V_{*c}) \}^{1/2} \quad (34)$$

ここに、 k_1 は角速度の変化による補正係数である。完全転動の仮定から粒子の離脱時の移動速度は次のように表される。

$$v_0 = \{ k_1/2 d^2 \theta_0 B_*' C_* (k \sin \theta' + \cos \theta') (V_* - V_{*c}) \}^{1/2} \quad (35)$$

一方、離脱した粒子は Δt 時間の間に距離 Λ だけ移動した後停止すると仮定する。この運動に関する力積方程式は

$$(\rho - \sigma) A_3 d^3 v = F \Delta t \quad (36)$$

となる。ここに、 v は粒子の平均の移動速度である。また、 F は粒子に作用する流体力、重力および摩擦力であり、これらは粒子の運動形態によって異なる複雑な表現となるので、ここでは単に河床のせん断力に関

係する量として評価することにし、次のようにおく。

$$F = \alpha d^2 \tau_0 \quad (37)$$

式(36)、(37)より次式を得る。

$$\Delta t = (\rho - \sigma) A_3 d / (\alpha \tau_0) v \quad (38)$$

いま、運動中の粒子が平均的に初速度の1/2の速度で等速運動していると仮定すると、平均step lengthは次式で求められる。

$$\Lambda = (1/2) v_0^2 (\rho - \sigma) A_3 d (\alpha \tau_0)^{-1} \quad (39)$$

粒子の初速度を式(35)で与え、 V_* 、 V_{c*} を τ_* 、 τ_{*c} に変換して整理すると次式が得られる。

$$\Lambda / d = (k_1 \cdot A_3 / 4\alpha) \theta_0 A_*'^2 B_* C_* \times (k \sin \theta' + \cos \theta') (1 - \tau_{*c} / \tau_*) \quad (40)$$

ここに、 $A_*' = V / u_*$ であり、 $V \equiv \bar{u}$ として離脱完了時点の粒子（下流側隣接粒子の直上）の中心での値を式(31)における A_* の算定と同様の方法で求めると7.97となる。

$\theta_0 = \pi/4$ とし、他の各係数を計算すると、式(40)は次式のように表される。

$$\Lambda / d = 0.341 (k_1 / \alpha) (1 - \tau_{*c} / \tau_*) \quad (41)$$

図-8は局所流砂量と局所pick-up rateの実験結果から逆算して求められた平均step lengthの算定結果と式(41)を比較したものである。ただし、 $k_1 / \alpha = 4.4 \cdot 10^2$ とした。 τ_{*c} は先に述べたように、粒子がpick-upされる限界を与える値に一致させ、0.02とされた。本解析では粒子の移動中の流体力の変動や粒子の流送形態を考慮していないため、step lengthに関する厳密な議論はできない。今後、粒子の運動形態を考えたモデルの構築が必要である。

図-9は式(41)による河床波の背面に沿う平均step lengthの分布の計算結果と実験結果を比較したものである。なお、せん断応力分布の算定は式(7)から求められた。再付着点付近のstep lengthもほぼ妥当に算定されている。

4・3 河床波上の流砂量分布の算定

河床波の背面では、再付着点付近の顕著な乱れや底面流速の加速などによってせん断応力が場所的に変化し、流砂運動は非平衡となる。また、これによってpick-up rateや平均step lengthも場所的に異なる複雑な流砂場を形成している。いま、ある地点 x の流砂量はこれより上流の地点 x' でpick-up rateされた粒子が $(x - x')$ よりも長いstep lengthをもつ確率でを用いて表され、次式のように書ける。

$$q_b(x) = (A_3 / A_2) d \int_0^x \{ p_s(x') \} \left\{ \prod_{x-x'}^{\infty} f_x(\xi | x=x') d\xi \right\} dx' \quad (42)$$

$f_x(\xi | x=x')$ は $x = x'$ 地点におけるstep lengthの確率密度関数であり、河床波上でのstep lengthの分布が指数分布するとすると、次式で表される。

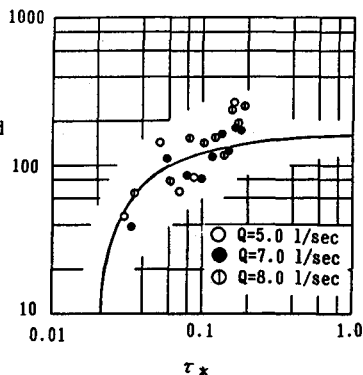


図-8 平均step lengthの算定結果

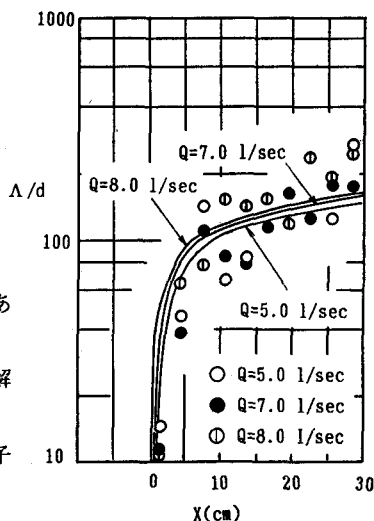


図-9 河床波上の平均step lengthの分布

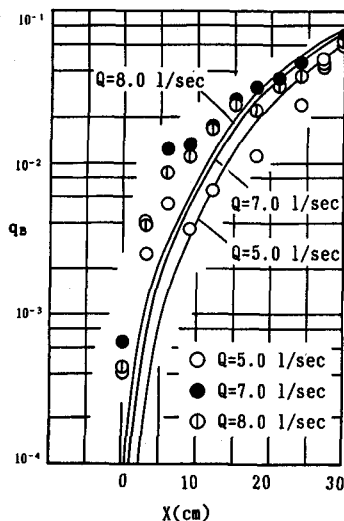


図-10 河床波上の流砂量の分布

$$f_x(\xi) = 1/\Lambda(x') \exp(\xi/\Lambda(x')) \quad (43)$$

ここに、 $\Lambda(x')$ は x' 地点における平均step lengthで、場所の関数である。

式(42)、(43)によって再付着点を原点として流砂量分布を算定することができる。図-10は実験結果と計算結果を比較したものである。ただし、せん断応力分布、pick-up rateおよび平均step lengthは前節での結果を用いた。再付着点付近の算定精度が十分でなく、pick-up rateの算定精度の影響を受けているようであるが、全体としての結果は妥当なものであるといえる。

5. 結 語

本研究は河床波による流水抵抗と流砂量について、河床波上の流れの特性と流砂運動に着目して検討したものである。得られた結果を以下に要約する。

(1)河床波の再付着点から発達する境界層の運動量方程式をもとに、河床波の背面に沿うせん断応力分布を算定し、この積分値として河床の摩擦抵抗を評価した。このようにして求められた摩擦抵抗は現象の物理的意味が明確であるといえる。

(2)再付着点付近では流れ方向の流速変動と鉛直方向の乱れ強度の変動が他の場所に比べて大きいことに着目し、これらの相互の効果を考慮したpick-up rateの算定法を提案した。

(3)離脱直後の粒子の運動について簡単なモデルを立て、pick-upされた粒子には必ずあるstep lengthをもつと仮定して、stepを生じる限界掃流力をpick-upを生じる限界掃流力と一致させて平均step lengthの算定式を導いた。

(4)本研究で得られた結果を非平衡流砂量式に適用し、河床波上の流砂量分布を算定した。その結果、再付着点付近では依然十分な精度が得られていないが、全体としては妥当な結果を得ることができた。

最後に、本研究は平成3年度文部省科学研究費奨励研究(A)「河床形態の形成と河床粒子の分級機構の相互作用に関する研究」および平成3年度(財)日本科学協会笹川科学研究助成「沖積河道における河床形態の形成と粒子の分級機構の相互作用に関する研究」の一部である。記して謝意を表します。

参考文献

- 1) 三輪 浩・大同淳之：混合砂の分級と河床波の形成過程の相互作用に関する実験的研究、水工学論文集、第35巻、pp.403-410、1991。
- 2) 鈴木幸一・道上正規：Dunesの波高およびそれに及ぼす混合砂礫の影響について、第23回水理講演会論文集、pp.151-156、1979。
- 3) 中川博次・辻本哲郎・村上正吾・水橋雄太郎：河床波上の流砂量分布について、第28回水理講演会論文集、pp.735-741、1984。
- 4) 三輪 浩・大同淳之：河床波形成河道の摩擦抵抗の評価と流砂量の算定、土木学会第46回年次学術講演会講演概要集、PP.600-601、1991。
- 5) 上野鉄男：砂れんと砂堆の発生領域について：第25回水理講演会論文集、pp.93-98、1981。
- 6) 板倉忠興・森 明巨・岸 力：河床波上の流れの乱れと浮遊砂の研究、土木学会第35回年次学術講演会講演概要集、PP.320-321、1980。
- 7) 中川博次・辻本哲郎：水流による砂れきの移動機構に関する基礎的研究、土木学会論文報告集、第244号、PP.71-80、1975。
- 8) 辻本哲郎・中川博次：流砂のStochastic ModelのDune Bedへの適用に関する研究、土木学会第33回年次学術講演会講演概要集、PP.507-508、1978。