

自由砂州と固定砂州の共鳴条件における河床変動計算

Numerical Calculation of Bed Deformation in a Range of Resonant Wavenumber of Meandering Channel

清水康行¹・Marco Tubino²・渡邊康玄³

By Yasuyuki SHIMIZU, Marco Tubino and Yasuharu WATANABE

This paper presents a new method to predict channel bed topography in meandering channels in a range of resonance of free and forced bars, in which previous models have not successfully predicted the finite bar topographies. Depth integrated version of three dimensional Reynolds equation is used to calculate the mutual effect of bed and channel geometry, while the intensity of secondary flow is calculated from the first order differential equation of the momentum equation in transverse direction. A new technique is introduced to take into account for the effect of channel width change caused by sediment deposition in inner bend range. Calculated results are successfully compared with series of experiments conducted in the resonant wave number range, and the validity of the new method is verified.

Keywords: meandering, resonance, free and forced bars, numerical model.

1 まえがき

沖積河川における河川の最大洗掘深を予測することは河川管理上重要な課題のひとつである。この河床洗掘深を決定する重要な要因として交互砂州などの自由砂州 (free bar) と湾曲部の固定砂州 (forced bar) が挙げられる。この2つの現象に対してはそれぞれ実験的、理論的な立場から数多くの研究が行なわれている。自由砂州と固定砂州の相互作用に関する研究は木下・三輪¹⁾による先駆的な研究に始まり、Hasegawa and Yamaoka²⁾による定量的扱いなどを経て、Blondeaux and Seminara³⁾および Parker and Johannessen⁴⁾の理論的研究により水路の蛇行周波数がある特定の値においては自由砂州と固定砂州が共鳴的に発達する Resonance 現象などを含む定量的な扱いなどへと至っている。

これに対して著者ら^{5,6)}は実河川における実用的な安定河床形状の予測手法の開発という観点から簡易な数値計算モデルや、自由砂州の砂州波高と固定砂州の砂州波高の線形和による簡易式の提案などを行なっている。本研究では、これを自由砂州と固定砂州の相互関係という立場から見直し、まず、河川の蛇行周波数が前記の Resonance の条件になる場合には、簡易な数値計算モデルや線形理論による簡易予測式では十分な精度が得られないことを示す。次に数値計算モデルを改良し、Resonance の発生領域において行なわれた Colombini らによる⁷⁾移動床実験結果と比較することによりより適用範囲の広い計算手法の提案を行なう。最後に、この数値計算手法を用いて同じ曲率半径で蛇行周波数を漸変させた条件での数値実験を行ない、Resonance 領域を含む広いにおける自由砂州と固定砂州の相互作用について考察を行なう。

¹正会員 工博 北海道開発局開発土木研究所 (〒063 札幌市豊平区平岸1-3)

² Ph.D. Istituto di Idraulica, Università di Genova

³正会員 工修 北海道開発局開発土木研究所 (同上)

2 既往手法の問題点

渡邊ら⁵⁾は蛇行河川の洗掘深が自由砂州(交互砂州)によるものと固定砂州によるものとの線形和で表現できるという仮定のもとに簡易予測式を提案しこれを北海道内の13の河川に適用を行なった。図-1はこの線形和による簡易式と実測値の誤差の2乗平均 E を(1)式で表わし、これと(2)式による各河川の蛇行波数 λ との関係を表わしたものである。

$$E = \frac{1}{m} \sum_m (\eta_{cal} - \eta_{obs})^2 \quad (1)$$

$$\lambda = \frac{2\pi}{\tilde{L}} \tilde{B} \quad (2)$$

ここで η_{cal} および η_{obs} はそれぞれ平均河床高からの深掘れ量を平均水深で無次元化したものの計算値および実測値、 m は対象河川の断面サンプル数、 $\tilde{B}$ は平均川幅の1/2、 $\tilde{L}$ は平均蛇行波長であり、 $\tilde{B}$ および $\tilde{L}$ は河川平面図より目視により算定したものである。図-1によれば蛇行波数 λ が0.2周辺で誤差が大きくその他ほぼ許容誤差の範囲に入っている。Blondeaux and Seminara³⁾によれば λ が約0.1から0.2の範囲においては自由砂州の持つ波動特性と蛇行平面形の持つ波動特性が共振し、流れおよび河床形が著しく発達することが報告されている。渡邊ら⁵⁾による方法は自由砂州と固定砂州による深掘れ量の線形和を表わしており、この方法ではResonance領域における深掘れ量を十分に予測することが出来ない。

次に清水⁶⁾による2次元流れと河床変動の計算法でResonance領域における河床変動が予測可能かどうかを検討するため表-1に示すColombiniら⁷⁾による移動床蛇行水路の実験(W25Q14)の条件で計算を行ない、実験結果と計算結果の比較を行なう。

図-2および図-3にW25Q14の実験結果および計算結果の河床コンター図を示す(ケース1)。コンター図は初期河床からの変動量を平均水深で無次元化した値(η とする)で表してある。なお、図-2および3の凡例は図-3の上部に示すものとし、これは後で示す図-4および5と共通とする。図-3の計算は基本的には清水⁶⁾によるものと同一のものであるが、計算過程において砂州が水面上に現れる場合(水深が0になる場合)にはその都度その計算点を計算対象から除外し水面幅が逐次減少する過程を計算可能としたものである。

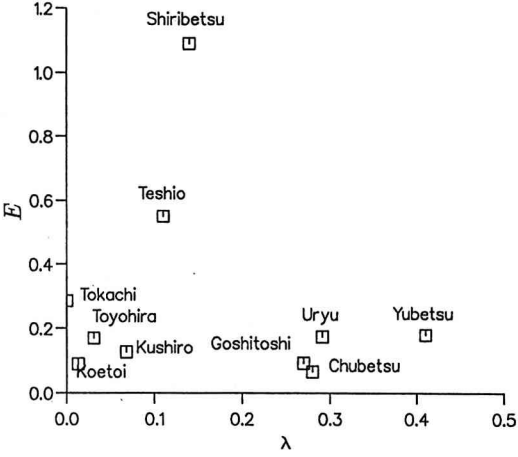


図-1 実河川における洗掘予測式の適用結果

表-1 W25Q14の実験条件

流量 (ℓ/sec) $\bar{Q}$	1.39
$\frac{1}{2}$ 水路幅 (m) $\tilde{B}$	0.175
平均水深 (cm) $\bar{D}_0$	1.40
蛇行波長 (m) $\tilde{L}$	4.40
蛇行振幅 (m) $\tilde{a}$	0.28
無次元波数 $\lambda = 2\pi\tilde{B}/\tilde{L}$	0.25
無次元振幅 $a = \tilde{a}/\tilde{B}$	1.6
無次元曲率 $\nu = a\lambda^2/2$	0.05
無次元水路幅 $\beta = \tilde{B}/\bar{D}_0$	12.50
無次元粒径 $d_s = \bar{d}_s/\bar{D}_0$	0.054
無次元せん断力 θ	0.067
フルード数 Fr	0.77
通水時間 (分)	240

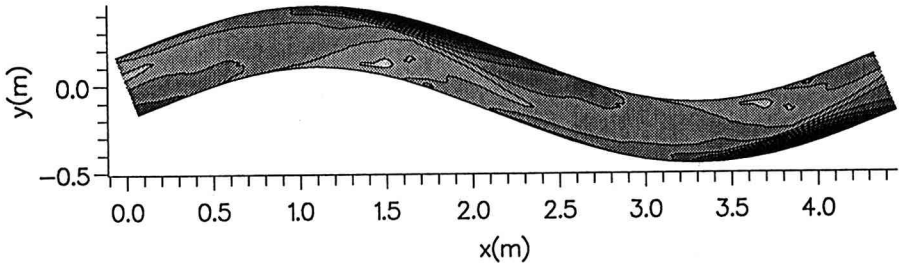


図-2 W25Q14 実験結果

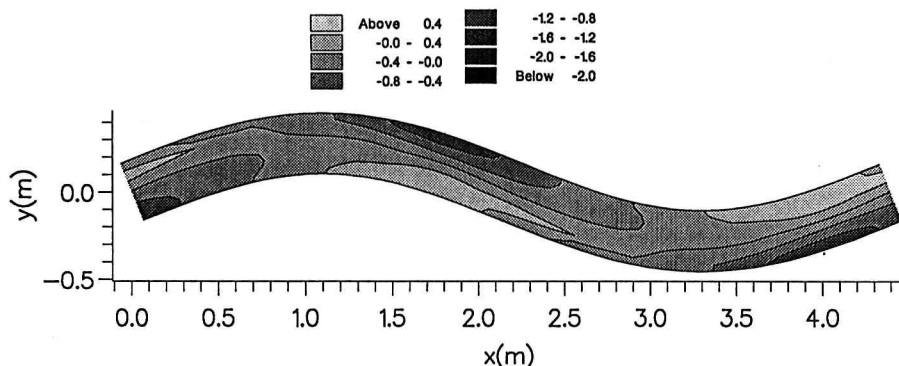


図-3 W25Q14 従来の2次元モデルによる計算結果(ケース1)

図-3によると洗掘、堆積の位置はほぼ良好に再現されているが特に洗掘量の絶対値が実測値に比べ過少となっている。

このように、蛇行波数が Resonance の領域付近においては線形モデルや単純な2次元モデルでは砂州波高(深掘れ量)を精度良く予測することが出来ない。特に図-3に示したように計算結果による深掘れ量が過少評価されることは河川計画上も不都合であり以下にモデルの改良を行なうものとする。

3 2次流を考慮した2次元モデル

前節で行なった計算の問題点として第1に考えられるのは流れの計算の中で鉛直方向の流速分布の影響を無視しており、これが2次流の発達、減衰およびこれに伴う河床の変化を正確に表現出来ないということである。この問題は3次元モデル⁶⁾を用いることにより解消されるが、前節で扱ったような河床変動計算の途中において砂州の上で水深が0になるような条件では鉛直方向の計算格子の配置法などの点において3次元モデルの適用は非常に難しい。そこで、ここでは Seminara and Tubino ら⁸⁾と同様に流速の鉛直分布を積分した形で2次元モデルに取り込む方法を用いる。

3.1 流れの計算式

基本式を無次元表示するため以下に示す無次元量および関係式を用いる。なお、以下の諸式においては次元量は $\sim$ を、基準量については下付き添え字0を付けて表す。

$$\begin{aligned}
 \tilde{u} &= \tilde{U}_0 u & \tilde{t} &= \frac{\tilde{B}}{\tilde{U}_0} t & N &= \frac{\tilde{R}}{\tilde{R} + \tilde{n}} = \frac{R}{R + \nu n} & U &= \int_{\zeta_0}^1 u d\zeta \\
 \tilde{v} &= \tilde{U}_0 v & \nu &= \frac{\tilde{B}}{\tilde{R}_0} & \tilde{Q}_s &= \sqrt{\left(\frac{\rho_s}{\rho} - 1\right) g \tilde{d}_s^3} Q_s & V &= \int_{\zeta_0}^1 v d\zeta \\
 \tilde{s} &= \tilde{B} s & \beta &= \frac{\tilde{B}}{\tilde{D}_0} & \tilde{Q}_n &= \sqrt{\left(\frac{\rho_s}{\rho} - 1\right) g \tilde{d}_s^3} Q_n & u &= u_0(\zeta) U(s, n) \\
 \tilde{n} &= \tilde{B} n & & & & & v &= \nu \Gamma(s, \zeta) U(s, n) + u_0(\zeta) V(s, n) \\
 \tilde{z} &= \tilde{D}_0 z & \tilde{H} &= \tilde{D}_0 F_0^2 H & Q_0 &= \frac{\sqrt{\left(\frac{\rho_s}{\rho} - 1\right) g \tilde{d}_s^3}}{(1-p) \tilde{D}_0 \tilde{U}_0} & \tau &= \sqrt{\tau_s^2 + \tau_n^2} \\
 \tilde{R} &= \tilde{R}_0 R & \tilde{v}_t &= \sqrt{C_0 \tilde{U}_0 \tilde{D}_0} \nu_t & \zeta &= 1 + \frac{(z - F_0^2 H)}{D} & \theta &= \frac{\tilde{U}_0^2}{\left(\frac{\rho_s}{\rho} - 1\right) g \tilde{d}_s} \tau \\
 \tilde{\eta} &= \tilde{D}_0 \eta & & & & & &
 \end{aligned}$$

ここで $\tilde{s}, \tilde{n}, \tilde{z}$ はそれぞれ流下方向、横断方向、鉛直方向の座標軸、 $\tilde{u}, \tilde{v}$ は $\tilde{s}, \tilde{n}$ 方向の流速、 $\tilde{R}$ は流路中心軸に添った曲率半径、 $\tilde{H}$ は水位、 $\tilde{D}$ は水深、 $\tilde{v}_t$ は渦動粘性係数、 $\tilde{\eta}$ は河床高、 $\tilde{t}$ は時間、 $\tilde{Q}_s, \tilde{Q}_n$ は s, n 方向の掃流砂量、 ρ, ρ_s は水および河床材料の密度、 g は重力加速度、 $\tilde{d}_s$ は河床材料の粒径、 p は河床材料の空隙率、 U, V は水深平均の u, v 、 τ_s, τ_n は s, n 方向の河床せん断力、 θ は無次元河床せん断力である。

3次元の Reynolds 方程式および連続式を水深方向に積分し上記の諸量を用いて無次元表示すると次式のように表わされる。

$$N \frac{\partial}{\partial s} [DU^2] + \frac{\partial}{\partial n} [D(\nu U^2 k_2 + UV)] + \frac{2\nu ND}{R} (\nu U^2 k_2 + UV) = -ND \frac{\partial H}{\partial s} - \beta \tau_s \quad (3)$$

$$N \frac{\partial}{\partial s} [D(\nu U^2 k_2 + UV)] + \frac{\partial}{\partial n} [D(\nu^2 U^2 k_1 + 2\nu UV k_2 + V^2)] - \frac{\nu ND}{R} (U^2 - \nu^2 U^2 k_1 - 2\nu UV k_2 - V^2) = -D \frac{\partial H}{\partial n} - \beta \tau_n \quad (4)$$

$$N \frac{\partial(UD)}{\partial s} + \frac{\nu NVD}{R} + \frac{\partial(VD)}{\partial n} = 0 \quad (5)$$

ここで、 k_1, k_2, k_3 は主流と2次流の相互干渉を表す係数であるがこれを求めるためには2次流の強度を算定する必要がある。ここでは、Ikeda and Nishimura⁹⁾、Johannesson and Parker¹⁰⁾らと同様に水路中心軸にそって以下の2次流の輸送方程式を仮定しこれを数値的に解くことにより2次流強度を求める。

$$u_0 \frac{\partial \Gamma}{\partial s} - \frac{u_0^2}{R} = -\frac{\partial H_1}{\partial n} + \beta \sqrt{C_0} \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\nu_t \frac{\partial \Gamma}{\partial \zeta} \right) \quad (6)$$

ここで、 Γ および H_1 は v および H を ν で摂動展開した時($v = 0 + \nu H_1$)の ν に対する1次オーダーの係数であり、 u_0 は主流の鉛直分布(ここでは対数則を用いる)である。 $\partial H_1 / \partial n$ は $\int_{\zeta_0}^1 \Gamma d\zeta = 0$ および $\Gamma(\zeta = \zeta_0) = 0$ の条件より求める。得られた Γ の分布より、 k_1, k_2, k_3 は次式のように表される。

$$k_1 = \int_{\zeta_0}^1 \Gamma^2 d\zeta, \quad k_2 = \int_{\zeta_0}^1 u_0 \Gamma d\zeta, \quad k_3 = \left[\frac{\partial \Gamma}{\partial \zeta} \frac{\partial \zeta}{\partial u_0} \right]_{\zeta=\zeta_0} \quad (7)$$

河床せん断力 τ_s, τ_n は水深平均流速を用いて以下のように表される。

$$\tau_s = CU \sqrt{U^2 + V^2}, \quad \tau_n = C(V + \nu U k_3) \sqrt{U^2 + V^2} \quad (8)$$

ただし C は河床抵抗係数であり平坦河床に対して Englund and Hansen¹¹⁾による次式を用いる。

$$C^{-1/2} = 6 + 2.5 \ln \left(\frac{D}{2.5d_s} \right) \quad (9)$$

3.2 流砂量の計算式

河床せん断力の方向に添って掃流砂は次式の Meyer-Peter-Müller 式で求める。

$$\phi = 8(\theta - \theta_c)^{1.5} \quad (10)$$

ただし θ_c は無次元限界掃流力である。河床せん断力の方向 $\hat{s}$ 及びこれに直交する方向 $\hat{n}$ の流砂量については以下の関係式が成立する。

$$\sqrt{Q_s^2 + Q_n^2}, \quad \frac{Q_s}{Q_n} = -\frac{r}{\sqrt{\theta\beta}} \frac{\partial \eta}{\partial n} = -\frac{r}{\sqrt{\theta\beta}} \frac{\partial \eta}{\partial n} \frac{\tau_s}{\tau} - \frac{\partial \eta}{\partial s} \frac{\tau_n}{\tau} \quad (11)$$

ここで r は長谷川の式¹²⁾によれば $r = \sqrt{\theta_c / (\mu_s \mu_k)}$ (μ_s, μ_k は静止および動摩擦係数)である。(11)式により $\hat{s}, \hat{n}$ 方向の流砂量が求まる。これを用いて s, n 方向の流砂量は次式で計算される。

$$Q_s = Q_s \frac{\tau_s}{\tau} - Q_n \frac{\tau_n}{\tau}, \quad Q_n = Q_s \frac{\tau_s}{\tau} + Q_n \frac{\tau_n}{\tau} \quad (12)$$

河床高の時間変化は流砂の連続式より求める。

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + Q_0 \left(N \frac{\partial Q_s}{\partial s} + \frac{\nu N}{R} Q_n + \frac{\partial Q_n}{\partial n} \right) = 0 \quad (13)$$

3.3 適用例

上記の諸式を前節の移動床実験 W25Q14 の条件に適用する。計算法は従来と同様の差分法を用い、初期河床 (平坦) より開始し実験と同じ 240 分後の河床形を求める。図-4 に計算結果を示す (ケース 2)。実測値 (図-3) と比較するとほぼ良好な再現結果が得られているが、最大深掘れ量が依然過少評価されている。

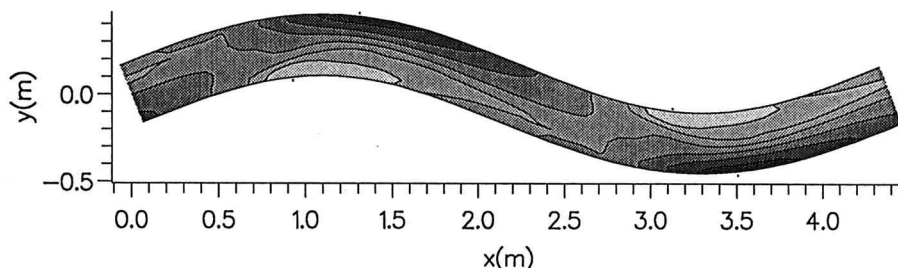


図-4 W25Q142 次流と主流の相互干渉を考慮した計算結果 (ケース 2)

3.4 2 次流強度算定法の改良

上記ケース 2 における 2 次流強度の算定法は Seminara and Tubino ら⁸⁾ とほぼ等しいものであるが、(6) 式から得られる Γ は疑似等流状態のものであり本来は河床変動の進行に伴い変化すると考えられる。そこでここでは単純に洗掘、堆積の変化に伴う水深の変化分を考慮し、池田¹³⁾と同様に 2 次流の強さが水深に比例すると仮定し、(6) 式で得られる Γ を Γ_0 とし、 Γ をあらためて次式の形で与えることとする。

$$\Gamma(s, n, z) = \Gamma_0(s, z) \frac{D(s, n)}{D_0} \quad (14)$$

この方法で 2 次流強度を算定した場合の計算結果 (ケース 3) を図-5 に示す。深掘れ量も実測値と非常に良く一致した結果が得られており、この方法により Resonance 領域においても河床変動を精度良く計算することが可能と考えられる。

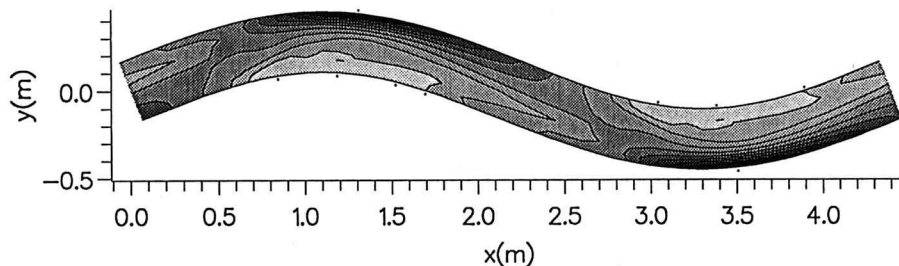


図-5 W25Q142 次流強度に水深の変化を考慮した計算結果 (ケース 3)

3.5 各計算ケースと実測値の比較

上記各計算ケースによる結果の違いをより詳しく見るため各ケースの条件および結果を表-2 にまとめて示す。ここで Hb は最深河床と最高河床の差を平均水深で無次元表示したものであり、 δ は最大洗掘箇所と水路の曲頂部のずれを半蛇行波長で無次元表示したものである。表-2 のうち最大洗掘深の比較を図-6 に示す。また、計算結果の水路全体の河床形状を評価するため実測値および計算結果に対して 2 重

フーリエ解析を実施し、各波数成分の分布特性を図-7 に示す。ここで i, j はそれぞれ基本周波数を 2 倍の水路幅および蛇行波長とした n, s 方向の波の波数であり $\alpha_{i,j}$ は波数 (i, j) の波の振幅である。

表-2 および図-6,7 から明らかにケース 3 の計算結果が実測値に近い値を示しており、特に図-7 が示すようにケース 3 では単に交互砂州の基本形である (1,1) の波だけではなく蒲鉾型を表す (2,0) や現実の砂州の特徴である (1,3)、(2,2)、(3,1) などの波の特性をよく再現している。

表-2 各計算ケースと実測値の比較

	実測	ケース 1	ケース 2	ケース 3
最大洗掘深 $-\eta_{min}$	2.91	1.03	1.43	2.61
最大波高 H_b	3.90	2.10	2.62	3.87
最大水深 D	4.06	2.08	2.45	3.63
位相差 δ	0.19	0.29	0.58	0.10

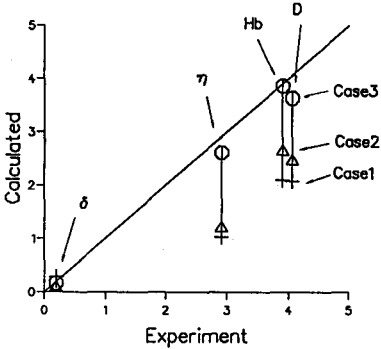


図-6 最大洗掘深の実測値と計算結果

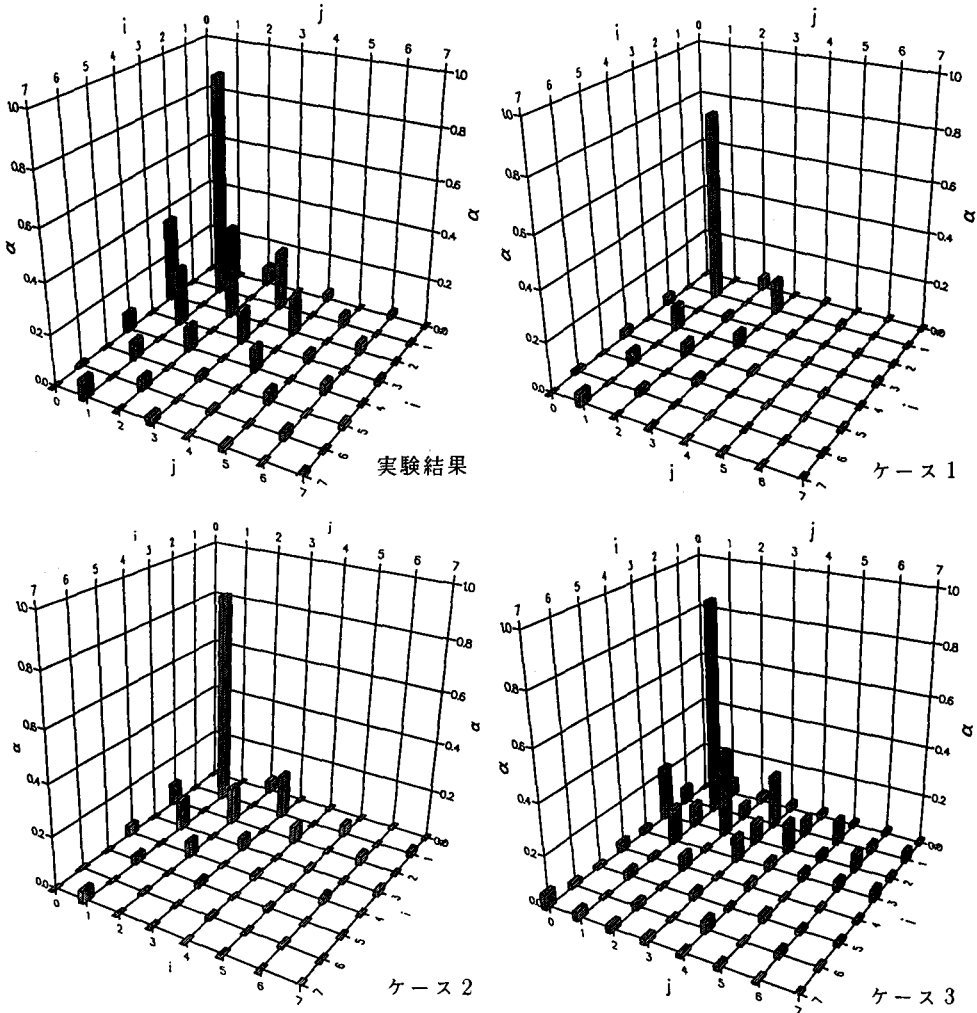


図-7 実測値および計算結果の各波数成分の分布特性

4 自由砂州と固定砂州の相互干渉に関する数値実験

自由砂州と固定砂州の相互関係を調べる目的で、同じ水路幅、水深、曲率半径で蛇行波長(波数)のみを変化させたときの河床形状の違いを数値計算で調べる。Colombini ら⁶⁾の実験条件を参考に、表-3 の条件で前章ケース 3 の方法で数値実験を行なった。図-8 に各蛇行波数別の計算における無次元最大洗掘深の時間変化を、図-9 に計算結果の無次元最大洗掘深と無次元蛇行波数 λ の関係を Colombini ら⁶⁾の実験結果と併せて示す。また、計算結果の内 $\lambda = 0.05, 0.25, 0.45$ の河床コンター図のそれぞれ半波長、1 波長、2 波長分を図-10,11,12 に示す。

表-3 計算条件

$\bar{Q}$ (ℓ/s)	1.27
$\bar{B}$ (m)	0.175
$\bar{D}_0$ (cm)	1.25
ν	0.05
β	12.50
d_s	0.061
θ	0.06
Fr	0.83
λ	0.05 ~ 0.5

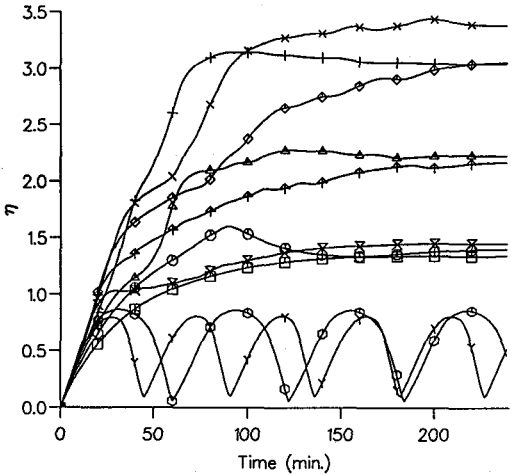


図-8 無次元最大洗掘深の時間変化

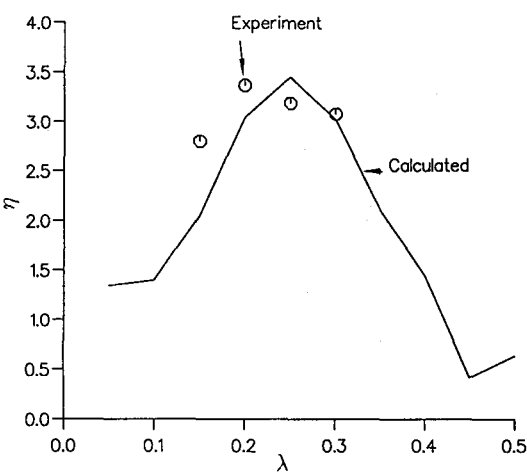


図-9 無次元最大洗掘深と無次元蛇行波数 λ の関係

図-8 において $\lambda = 0.45$ および $\lambda = 0.50$ の時に最大洗掘深が周期的な挙動を示しているのは、交互砂州が移動しているためである。交互砂州は $\lambda = 0.40$ から $\lambda = 0.10$ の範囲においては見られないが、 $\lambda = 0.05$ においては長い蛇行波長の曲頂部と曲頂部の間の直線に近い部分に再び現れている。図-9 の実験結果は $\lambda = 0.15$ から $\lambda = 0.30$ のみではあるが計算結果と良く一致している。また実験の対象範囲外では洗掘深はなだらかに減少しており、Blondeaux and Seminara³⁾の示すような Resonance 領域における急激な共振現象は見られない。渡邊ら⁵⁾の方法で同じ条件の無次元最大洗掘深を求めると約 0.82 となり λ が小さい場合および大きい場合にはほぼ実験値に一致するが λ が 0.1 から 0.3 程度の範囲においては明らかに過少となる。

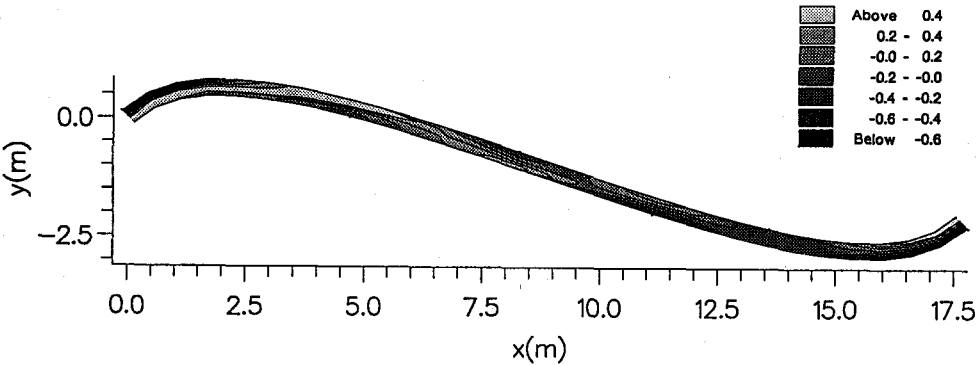


図-10 $\lambda = 0.05$ 計算結果河床コンター図

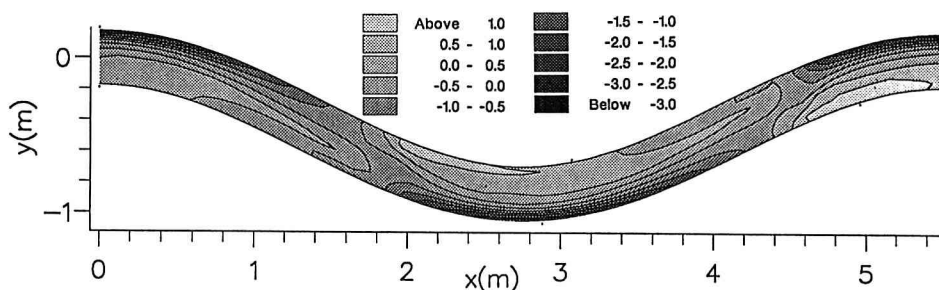


図-11 $\lambda = 0.25$ 計算結果河床コンター図

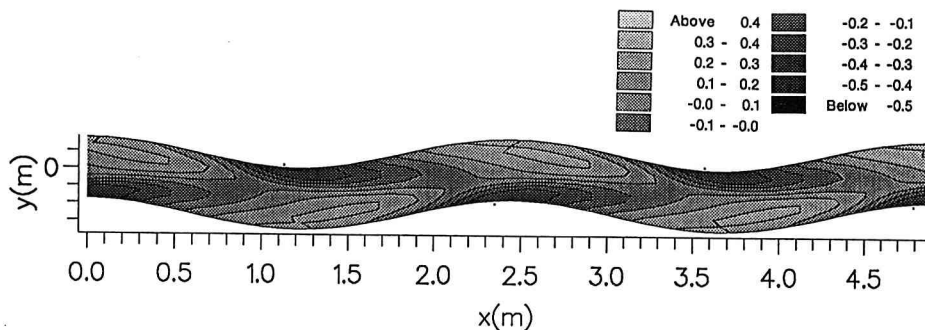


図-12 $\lambda = 0.45$ 計算結果河床コンター図

5 あとがき

本研究においては自由砂州と固定砂州の相互関係という点に着目して、今までの河床洗掘深の予測手法の見直しを行なった。この結果、Resonance 領域を含む広範囲の条件に対応可能な 2 次元モデルが示され、より実用性が向上した。本研究を通して特に興味深いのは図-9 に示されたように同じ曲率半径、水路幅、水深、河床材料においても自由砂州と交互砂州の相互関係により洗掘深が水深の 0.5 倍から 4 倍と非常に大きな範囲で異なる可能性があるということであり、これは河川計画等においても十分な注意が必要である。最後に、本研究は科学技術庁日伊共同研究費の補助を受けて行なわれたものであり、関係各位に謝意を表すものである。

参考文献

- 1) 木下良作・三輪式; 砂礫堆が安定する河道の平面形状, 土木学会第 29 回年次学術講演会, 1974.
- 2) Hasegawa and Yamaoka; The Effect of Plane and Bed Forms of Channels upon the Meander Development; Proc. of JSCE, No.296, 1980.
- 3) Blondeaux, P. and Seminara, G.; A unified bar-bend theory of river meanders, J. Fluid Mech., 157, 1985.
- 4) Parker, G. and Johannesson, H.; Observation on several recent theories of resonance and overdeepening, River Meandering, AGU Monograph No. 12, 1989.
- 5) 渡邊康玄・長谷川和義・北條紘次; 河川データによる河床洗掘要因に関する検討, 水工学論文集第 34 巻, 1990.
- 6) 清水康行; 沖積河川における流れと河床変動の予測手法に関する研究, 北海道大学学位論文, 1990.
- 7) Colombini, M., Tubino, M. and Whiting, P.; Topographic Expression of Bars in Meandering Channels, Third International Workshop on Gravel-Bed Rivers, Florence, 1990.
- 8) Seminara, G. and Tubino, M.; Alternate Bar and Meandering: Free, Forced and Mixed Interactions, River Meandering, AGU Monograph No.12, 1989.
- 9) Ikeda, S. and Nishimura, T.; Flow and Bed Profile in Meandering Sand-Silt Rivers, Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, Vol 112, No. 7, 1985.
- 10) Johannesson, H. and Parker, G.; Secondary Flow in Mildly Sinuous Channel, Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, Vol 115, No. 3, 1987.
- 11) Engelund, F. and Hansen, E.; A Monograph on Sediment Transport in Alluvial Streams, Copenhagen: Danish Technical Press, 1967.
- 12) 長谷川和義; 沖積蛇行の平面および河床形状と流れに関する水理学的研究, 北海道大学学位論文, 1983.
- 13) 池田駿介; 移動床河川の弯曲部における二次流と動的横断平衡河床について, 土木学会論文報告集, 第 229 号, 1974.