

掃流砂・浮遊砂を伴う流れの交互砂州発生に関する研究

Influence of Bed Load and Suspended Load on Alternate Bar

渡邊康玄*・Marco TUBINO**

By Yasuharu WATANABE and Marco TUBINO

Hydraulic condition for alternate-bar formation in open channel flows with suspended sediment are determined by stability analysis. It is shown that the condition for alternate bar formation in the flow with suspended sediment is much different from in the flow without suspended sediment. The theory demonstrate the effect of suspended sediment on the formation of alternate bars. When bed load and suspended load are present, the value of the neutrally stable stage is stable for the bed load only case and unstable for the suspended load only case. Thus, the two modes of transport produce opposite effects and the region where they balance identifies the neutrally stable case.

Keywords: stability analysis, perturbation, suspended load, alternate bar,

1. はじめに

河床形状は流れに、流れは河床形状に規定され、両者は相互に影響し合っている。特に、河床に中規模河床波が発生すると、流れはその影響を受けて蛇行し、水衝部を形成する。また、中規模河床波の前縁部には局所的にかなりの深掘れ部が形成される。このため、河道災害の発生と中規模河床形態は密接に関係しており、洪水時河床に発生する中規模河床波の河床形態を推定することは、河道計画および河道維持を考える上で、非常に重要な事項の一つである。従来より、中規模河床波と河道災害との関係が指摘されており、中規模河床波について様々な研究がなされ、中規模河床波の形成領域区分図についても、種々提案されている。しかし、既往の検討^{1),2),3),4),5)}のほとんどが掃流砂のみを扱っており、浮遊砂を考慮したものは Fredsøe⁶⁾と黒木ら⁷⁾の研究があるだけであり、これらの研究においても実測値との比較は行われておらず、今後の課題としている。

洪水時の河川流、特に下流部においては浮遊砂が卓越しており、浮遊砂の影響を無視することはできない。本研究は、掃流砂および浮遊砂の両者を考慮し、交互砂州の発生条件について検討を行ったものである。また、掃流砂および浮遊砂の交互砂州発生に及ぼす影響について考察を加えた。

2. 基礎式

川幅 $2\bar{B}$ の直線水路における定常2次元浅水流の St Venant 式と連続の式および掃流砂浮遊砂の両方を考慮した流砂連続式は、座標系を図-1 のようにとり、 $(\bar{n}, \bar{s}) = \bar{B}(n, s)$, $\bar{H} = \bar{U}_0^2 / (\bar{g}\bar{D}_0)\bar{D}_0H = F_0^2\bar{D}_0H$

*正会員 工修 開発土木研究所主任研究員 水工部河川研究室
(062 札幌市豊平区平岸1-3)

**Ph.D. Istituto di Idraulica, Università di Genova
(16145 GENOVA, Via Montallegro, 1, ITALY)

, $\tilde{D} = \tilde{D}_0 D$, $(\tilde{V}, \tilde{U}) = \tilde{U}_0(V, U)$, $(\tilde{\tau}_s, \tilde{\tau}_n) = \tilde{\rho} \tilde{U}_0^2(\tau_s, \tau_n)$, $\tilde{t} = \tilde{B}/\tilde{U}_0 t$, $(\tilde{Q}^{(b)}, \tilde{Q}^{(s)}) = \sqrt{s_p \tilde{g} \tilde{d}_s} (Q^{(b)}, Q^{(s)})$, $\tilde{d}_s = \tilde{D}_0 d_s$ の関係を用いて無次元化を行うと、(1),(2),(3),(4) 式となる。

$$V \frac{\partial U}{\partial n} + U \frac{\partial U}{\partial s} = -\frac{\partial H}{\partial s} - \beta \frac{\tau_s}{D} \quad (1)$$

$$V \frac{\partial V}{\partial n} + U \frac{\partial V}{\partial s} = -\frac{\partial H}{\partial n} - \beta \frac{\tau_n}{D} \quad (2)$$

$$\frac{\partial(VD)}{\partial n} + \frac{\partial(UD)}{\partial s} = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial(F_0^2 H - D)}{\partial t} + Q_0 \left\{ \frac{\partial(Q_n^{(b)} + Q_n^{(s)})}{\partial n} + \frac{\partial(Q_s^{(b)} + Q_s^{(s)})}{\partial s} \right\} = 0 \quad (4)$$

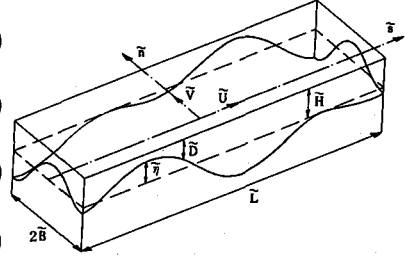


図-1 座標系模式図

$$\beta = \frac{\tilde{B}}{\tilde{D}_0} , \quad Q_0 = \frac{1}{1-p} \frac{1}{F_0} (s_p d_s^3)^{1/2} , \quad (\tau_s, \tau_n) = (U, V)(U^2 + V^2)^{1/2} c$$

ここで、 $\tilde{U}$: 縦断方向流速、 $\tilde{V}$: 横断方向流速、 $\tilde{s}$: 縦断方向距離、 $\tilde{n}$: 横断方向距離、 $\tilde{g}$: 重力加速度、 $\tilde{H}$: 水位、 $\tilde{D}$: 水深、 $\tilde{\tau}_s, \tilde{\tau}_n$: s, n 方向の河床剪断力、 $\tilde{t}$: 時間、 $\tilde{Q}_s^{(b)}, \tilde{Q}_n^{(b)}$: s, n 方向の掃流砂量、 $\tilde{Q}_s^{(s)}, \tilde{Q}_n^{(s)}$: s, n 方向の浮遊砂量、 F_0 : フルード数、 $\tilde{\rho}$: 水の密度、 s_p : 河床材料の水中比重、 p : 河床材料の空隙率である。なお、 $\sim$ の付いた記号は有次元を示し、付いていないものは無次元を表している。添え字 $_0$ の付いたものは、等流時の値である。また、 c は、河床摩擦係数であり、Engelund ら⁸⁾による (5) 式で表す。

$$c^{-1/2} = 6 + 2.5 \ln \left(\frac{D}{2.5 d_s} \right) \quad (5)$$

掃流砂量 ϕ は、(6) 式で表される Meyer Peter - Müller 式を用い、 s, n 方向の掃流砂量を (7) 式で表す。

$$\phi = 8(\theta - \theta_{cr})^{3/2} \quad (6) \quad Q_n^{(b)} = \phi \sin \delta , \quad Q_s^{(b)} = \phi \cos \delta \quad (7)$$

ここで、 θ は無次元掃流力であり、 θ_{cr} は限界無次元掃流力である。また、 δ は、等流からの微小攪乱を考慮ことから、(8) 式で示される Engelund 式⁹⁾を用いた。

$$\sin \delta = V(U^2 + V^2)^{-1/2} - \frac{r}{\beta \theta^{1/2}} \frac{\partial(F_0^2 H - D)}{\partial n} , \quad \cos \delta = \sqrt{1 - \sin^2 \delta} \quad (8)$$

なお、 r の値は 0.3 とした。

一方、浮遊砂については、浮遊砂濃度の連続式を 3 次元表示である (9) 式で与え、 s, n 方向の浮遊砂量を (10) 式で表すこととした。なお、浮遊砂濃度の連続式において、水面および浮遊砂濃度の基準面における境界条件は (11) 式である。

$$U \frac{\partial C}{\partial s} + V \frac{\partial C}{\partial n} - \beta w_f \frac{\partial C}{\partial z} = \frac{\psi}{\beta} \sqrt{c_0} \left(\frac{\partial^2 C}{\partial s^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial n^2} \right) + \beta \sqrt{c_0} \psi \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} \quad (9)$$

$$Q_n^{(s)} = V \int_{F_0^2 H - D}^{F_0^2 H} C dz , \quad Q_s^{(s)} = U \int_{F_0^2 H - D}^{F_0^2 H} C dz \quad (10)$$

$$-\beta w_0 C = \beta \sqrt{c_0} \psi \frac{\partial C}{\partial z} ; \quad z = D + \eta , \quad C = C_{b0} ; \quad z = a_v + \eta \quad (11)$$

ここで、 C : 浮遊砂濃度、 $\tilde{w}_f$: 砂粒子の沈降速度 ($\tilde{w}_f = \tilde{U}_0 w_f$)、 $\tilde{\psi}$: 渦動粘性係数 ($\tilde{\psi} = \tilde{D}_0 \sqrt{s_p \tilde{g} \tilde{d}_s} \psi$)、 $\tilde{z}$: 基準面からの高さ ($\tilde{z} = \tilde{D}_0 z$)、 a_v : 浮遊砂濃度 C の基準面高さである。また、砂粒子の沈降速度は (12) 式で表される Rubey の式¹⁰⁾、基準面濃度は (13) 式で示される Van Rijn の式¹¹⁾をそれぞれ用いた。 R_p は粒子レイノルズ数である。

$$w_f = \sqrt{\frac{c_0}{\theta_0}} \left(\sqrt{\frac{2}{3} + 36 \frac{\theta_0}{R_p^2}} - \sqrt{36 \frac{\theta_0}{R_p^2}} \right) \quad (12) \quad C_{b0} = 0.015 \frac{d_s}{a_v} \frac{T^{1.5}}{R_p^{0.2}} \quad (13)$$

$$a_v = \exp(2.4 - \frac{1}{2.5\sqrt{c_0}}) \quad , \quad T = \frac{\theta - \theta_{cr}}{\theta_{cr}}$$

3. 線形解析

以上の基礎式の諸量を、等流時の値とそれからの摂動量とに分け、 $U = 1 + AU_1$, $D = 1 + AD_1$, $H = H_0 + AH_1$, $V = AV_1$, $\tau_s = c_0 + A\tau_{s1}$, $\tau_n = A\tau_{n1}$, $Q_s^{(b)} = \phi_0 + AQ_{s1}^{(b)}$, $Q_n^{(b)} = AQ_{n1}^{(b)}$, $Q_s^{(s)} = Q_{s0}^{(s)} + AQ_{s1}^{(s)}$, $Q_n^{(s)} = AQ_{n1}^{(s)}$, $C = C_0 + AC_1$ のように表す。ただし、 A は時間に関する振幅を示しており、微小攪乱開始時点においては微小値である。これらを、(1),(2),(3),(4),(9) 式に代入すると、 A^1 次のオーダーについて (14),(15),(16),(17),(18) 式が得られる。

$$\frac{\partial U_1}{\partial s} + \frac{\partial H_1}{\partial s} + \beta(\tau_{s1} - D_1 c_0) = 0 \quad (14) \quad \frac{\partial V_1}{\partial s} + \frac{\partial H_1}{\partial n} + \beta\tau_{n1} = 0 \quad (15) \quad \frac{\partial V_1}{\partial n} + \frac{\partial U_1}{\partial s} + \frac{\partial D_1}{\partial s} = 0 \quad (16)$$

$$F_0^2 \frac{\partial H_1}{\partial t} - \frac{\partial D_1}{\partial t} + Q_0 \left(\frac{\partial Q_{n1}^{(b)}}{\partial n} + Q \frac{\partial Q_{n1}^{(s)}}{\partial n} + \frac{\partial Q_{s1}^{(b)}}{\partial s} + Q \frac{\partial Q_{s1}^{(s)}}{\partial s} \right) = 0 \quad (17)$$

$$\frac{\partial C_1}{\partial s} - \beta w_f \frac{\partial C_1}{\partial z} = \frac{\psi_0}{\beta} \sqrt{c_0} \left(\frac{\partial^2 C_1}{\partial s^2} + \frac{\partial^2 C_1}{\partial n^2} \right) + \beta \sqrt{c_0} \left(\psi_0 \frac{\partial^2 C_1}{\partial z^2} + \psi_1 \frac{\partial^2 C_0}{\partial z^2} \right) \quad (18)$$

ここで、 U_1, D_1, H_1, V_1, C_1 を、(19) 式

$$\{U_1, D_1, H_1, V_1, C_1\} = \exp(\Omega t) \left\{ \sin\left(\frac{1}{2}\pi n\right), \sin\left(\frac{1}{2}\pi n\right), \sin\left(\frac{1}{2}\pi n\right), \cos\left(\frac{1}{2}\pi n\right), \sin\left(\frac{1}{2}\pi n\right) \right\} \\ \{u_1, d_1, h_1, v_1, c_1\} \exp i(\lambda s - \omega t) + c.c. \quad (19)$$

で表現し、 u_1, d_1, h_1, v_1 で整理すると、(20) 式が得られる。なお、 c_1 は、(18) 式を解析的に解くことにより u_1, d_1, h_1, v_1 の関数として求められる。ここで、 Ω ; 摂動量の増幅率、 i ; 虚数単位、 λ ; 波数、 ω ; 角速度、 $c.c.$; 共役複素数であり、 u_1, d_1, h_1, v_1, c_1 は、それぞれ U_1, D_1, H_1, V_1, C_1 の振幅である。(20) 式は、斉次方程式であるため、(21) 式が成り立つ必要がある。

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ v_1 \\ h_1 \\ d_1 \end{pmatrix} = 0 \quad (20) \quad \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{vmatrix} = 0 \quad (21)$$

(21) 式は一般的表現として、(22) 式のように表現できる。行列の各要素は、補遺に示した。ここで Ω および ω はともに実数であることから、(22) 式は (23) 式のように分けることができる。

$$\Omega - i\omega = f(\lambda, \beta; \theta, d_s, R_p) \quad (22) \quad \Omega = f_R(\lambda, \beta; \theta, d_s, R_p) \quad , \quad \omega = f_I(\lambda, \beta; \theta, d_s, R_p) \quad (23)$$

添え字 R, I はそれぞれ関数の実数部、虚数部を表す。

各諸量の微小攪乱は、 Ω の符号によって、時間的に増幅あるいは減衰することとなる。すなわち、 $\Omega > 0$ のとき河床が不安定となり $\Omega < 0$ のとき安定となる。(23) 式を用いて θ, d_s, R_p を与えることにより、 Ω が 0 となる条件すなわち砂州発生の条件が得られる。この場合の λ, β の関係は、 $\lambda = \lambda_c$ において $\beta = \beta_c$ で最小値を示す曲線で表される。図-2 にその一例を示す。この曲線より下の領域では砂州は発生せず、上の領域で砂州が発生することを示している。すなわち、川幅水深比 β が β_c 以下では砂州は発生せず、 β_c 以上で発生することになる。

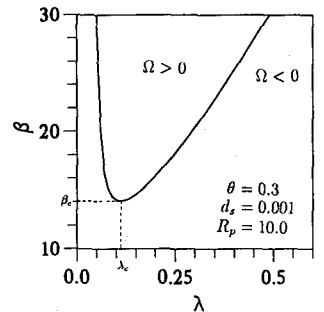


図-2 β と λ の関係

4. 解析結果

砂州の発生限界の川幅水深比 β_c と無次元掃流力 θ の関係について、

無次元粒径 d_s を一定 ($d_s = 0.001$) として粒子レイノルズ数 R_p をパラメータにとり示したものが図-3である。このときの浮遊砂量と掃流砂量の比を示したものが図-4である。浮遊砂が増加するに従って砂州の発生領域は増加するが、ある一定以上増加すると逆に発生領域は減少する傾向を示す。同様に、 λ_c と θ との関係を見たものが図-5である。砂州発生限界の波数 λ_c は、浮遊砂の増加に伴い減少し、砂州波長が長くなることを示している。

比較のため浮遊砂を考慮しない場合の結果¹²⁾について点線で示しているが、以上の結果は、浮遊砂が減少すると浮遊砂を考慮しない場合に漸近する結果となっている。また、浮遊砂は、浮遊砂を考慮しない場合に比較し、浮遊砂が卓越しないとき砂州の発生領域を広げ、かなり卓越するとき逆に発生領域を狭める効果を持つ。また、砂州の波長を長くする傾向を持つものと思われる。

Ω は、掃流砂に起因する項と浮遊砂に起因する項との線形和で表現されることから、掃流砂および浮遊砂の河床に対する影響を検討することができる。図-6は、 $\Omega = 0$ すなわち交互砂州が発生する限界状態のとき、浮遊砂と掃流砂のどちらが河床安定および不安定に働いているかを、粒子レイノルズ数 R_p をパラメータにとり、見たものである。浮遊砂がそれほど卓越しない場合、浮遊砂による Ω は正の値をとり、掃流砂による Ω は負の値となっている。また、浮遊砂がかなり卓越する場合、浮遊砂による Ω は負の値をとり、掃流砂による Ω は正の値となっている。すなわち、浮遊砂がそれほど卓越しない場合、浮遊砂は河床に対して不安定側に働き、掃流砂は安定側に働く。しかし、浮遊砂が卓越する場合、浮遊砂は安定側に、掃流砂は不安定側に働く。

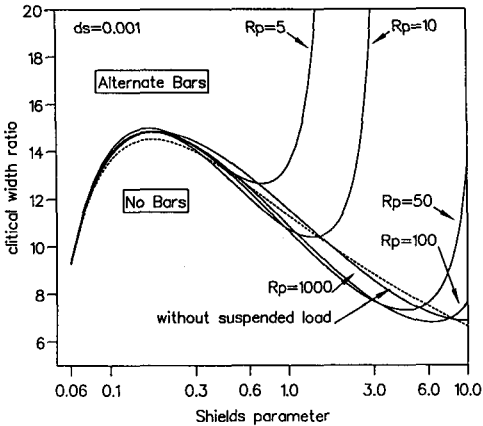


図-3 β_c と θ との関係

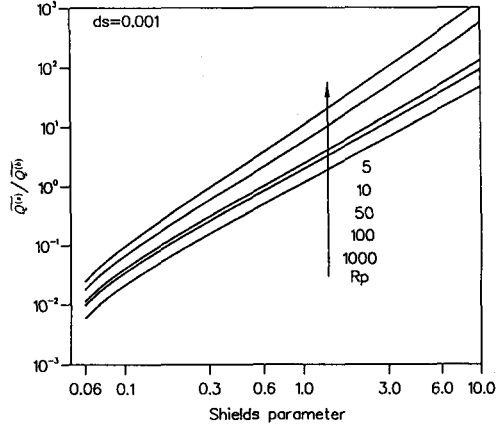


図-4 浮遊砂量と掃流砂量との比

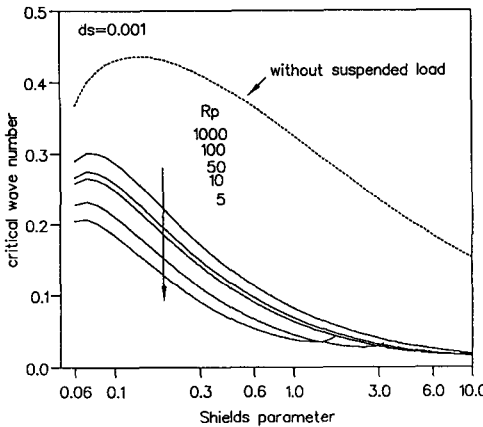


図-5 λ_c と θ との関係

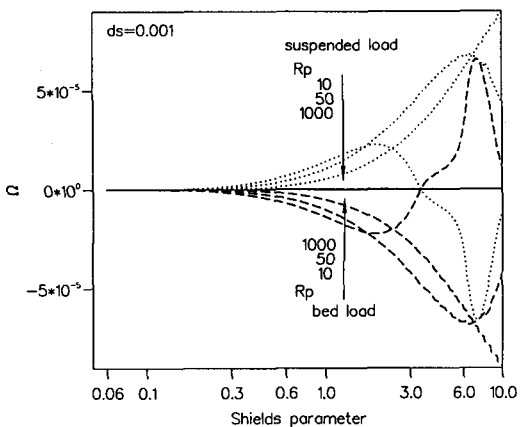


図-6 浮遊砂および掃流砂による増幅率の変化

掃流砂と浮遊砂の両方を考慮したものに黒木の領域区分図⁷⁾がある。黒木の領域区分と同様のまとめかたをしたものが図-7である。 $\tilde{d}_s = 0.5\text{mm}$ および $\tilde{d}_s = 1.0\text{mm}$ については、無次元掃流力の大きい場合砂州発生領域がひろがり、黒木と同様の結果となった。しかし、浮遊砂のかかなり卓越する $\tilde{d}_s = 0.1\text{mm}$ の場合、砂州発生領域は狭くなり、黒木によるものとは異なる結果となった。図-7において、 $\tilde{d}_s = 0.1\text{mm}$ の場合砂州発生領域が減少し、 $\tilde{d}_s = 0.5\text{mm}$ の場合砂州発生領域が増加する結果となった理由の検討を行った。砂州発生領域の違いが顕著である無次元掃流力 $\theta = 2.0$ において、増幅率 Ω の最大値が川幅水深比 β によりどのように変化するかを示したものが図-8、9である。 $\tilde{d}_s = 0.1\text{mm}$ の場合、浮遊砂を考慮しない場合に比べ、掃流砂による増幅率は極端に小さくなり、川幅水深比が 40 以上にならないと負の値をとる。また、浮遊砂による増幅率は、正の値をとるものの、浮遊砂を考慮しない場合の掃流砂の増幅率に比べて小さい値となる。このため、掃流砂による増幅率と浮遊砂による増幅率の和で表される全流砂による増幅率は、掃流砂のみを考慮した場合の増幅率に比べ小さな値となり、砂州発生領域が減少したと考えられる。一方 $\tilde{d}_s = 0.5\text{mm}$ の場合、掃流砂による増幅率は浮遊砂を考慮しない場合に比べ小さな値となるが、 $\tilde{d}_s = 0.1\text{mm}$ の場合ほどの変化はない。また浮遊砂による増幅率は、掃流砂のみを考慮した場合の増幅率と比較してかなり大きな値をとる。この結果、全流砂による増幅率は、掃流砂のみを考慮した場合の増幅率よりも大きな値となり、砂州発生領域が増加する。

このように、掃流砂による増幅率は浮遊砂を考慮することで減少し、その減少の程度と、浮遊砂による増幅率の大きさの程度から砂州の発生領域の変化が生起するものと考えられる。

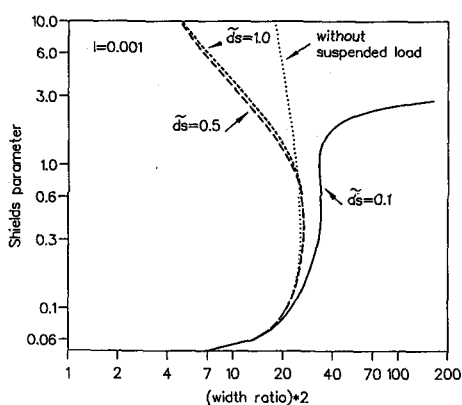


図-7 黒木のパラメータを用いた領域区分図

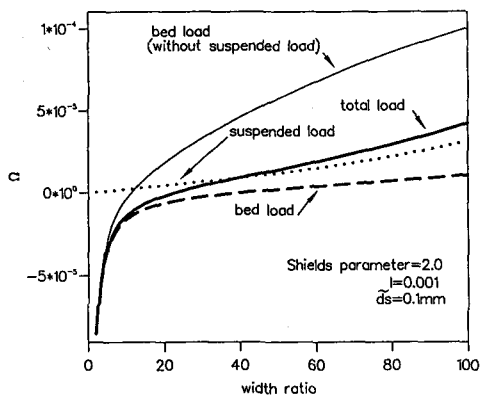


図-8 川幅水深比による最大増幅率の変化
($\tilde{d}_s = 0.1\text{mm}$)

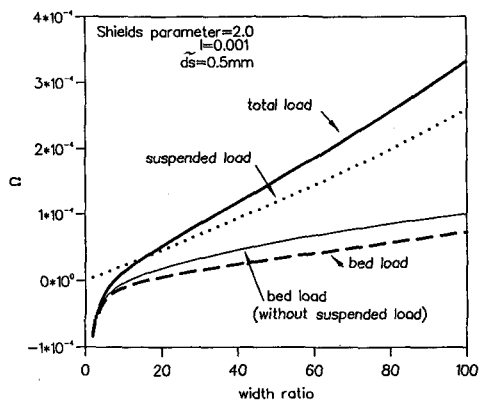


図-9 川幅水深比による最大増幅率の変化
($\tilde{d}_s = 0.5\text{mm}$)

以上の結果を検証するため、水路実験結果との比較を行った。図-10は、Hai-Yain Chang¹³⁾が行った河床材料に expanded clay aggregate を用いた実験結果と理論値との比較を行った結果である。解析に用いた水理量は、実験値の水理量が大きくばらついていないことから、平均値を用いている。図中の丸印は、砂州が発生した実験であり、×印は非砂州実験であることを示している。また、比較のため、掃流砂のみを考慮した理論値を破線で示した。実験結果は、掃流砂のみの理論値ではうまく説明できない。しかし、無次元掃流力が高くなるにつれて交互砂州の発生領域が狭くなることを示す本理論解で、説明

付けられる。

他の実験^{14),15),16)}においても検討同様の検討を行なったが、実験値は浮遊砂を考慮した場合の理論値の砂州発生領域に位置するものの、掃流砂のみの理論値においても砂州発生領域とみなされる結果となり、直接的な検証はできなかった。しかし、これらの砂州発生実験の結果は、無次元掃流力の増加とともに川幅水深比も大きくなる傾向を示しており、本理論値の妥当性を間接的にはあるが示しているものと考えられる。

5. 河川への適用

河川においては、ある区間の平常時と洪水時の河床形態の変化や河川改修による河道幅の変化に伴う

河床形態の変化について問題となることが多い。このため、水理量による領域区分の変化については不明瞭となるが、水理量によって変化しない河床材料の粒径 $\tilde{d}_s$ を一定とし無次元粒径 d_s を変化させた領域区分図が必要となる。図-11、12は、それぞれ $\tilde{d}_s = 0.1\text{mm}$ 、 $\tilde{d}_s = 1.0\text{mm}$ の場合の図である。無次元粒径 d_s が小さくなるにつれてすなわち水深が増加するに従って、交互砂州の発生領域は広がることになる。

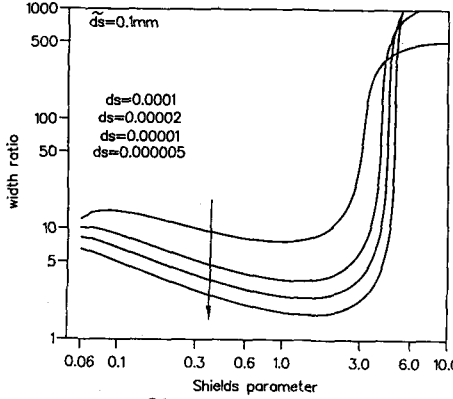


図-11 $\tilde{d}_s = 0.1\text{mm}$ の地点における
浮遊砂を考慮した領域区分図

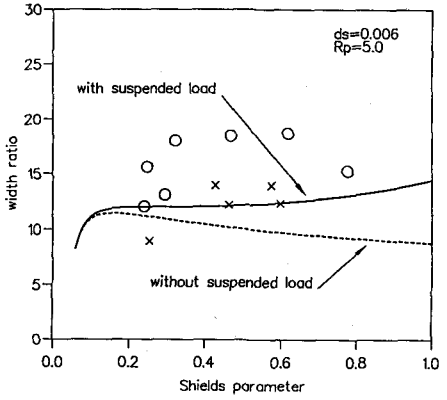


図-10 Changらによる expanded clay aggregate を用いた実験結果

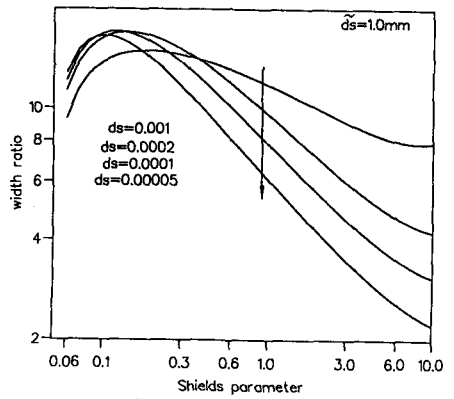


図-12 $\tilde{d}_s = 1.0\text{mm}$ の地点における
浮遊砂を考慮した領域区分図

河川における現象への適応性を検討するため、石狩川下流部 KP11 付近の直線河道区間に適用した。この区間は 1979 年の融雪出水時と 1981 年 8 月洪水時に航空写真が撮影されている。表-1 に両出水時の水理諸元を示す。両出水時とも河川流は明確な蛇行を示しており、かなりはっきりした交互砂州が発生していたと判断される箇所である⁷⁾。しかし、洪水時の短期間に河床がその時の水理量によって変化するかが問題となるが、この区間の河床は河道全体が平均的に 1.5m 程度洗掘を受けた箇所である¹⁷⁾ことから、洪水前の河床形態がそのまま維持されたとは考えられない。このときの水理量を用いて領域区分を行ったものが図-13 である。図中の点線は掃流砂のみを考慮したものである。掃流砂のみの場合、1981 年 8 月洪水時の河床波はあまり明確ではないと

表-1 石狩川出水時の水理諸元

	1981 年洪水	1979 年融雪出水
流量 $\bar{Q}$	12,000 m^3/s	2,000 m^3/s
河床勾配 I_0	1/3, 300	1/3, 300
河床材料 $\tilde{d}_s$	0.7mm	0.7mm
川幅 $2\bar{B}$	250m	250m
水深 $\bar{D}$	11m	7m

判断され、実現象をうまく表現出来ない。しかし、浮遊砂を考慮することにより砂州発生領域が広がり、出水時において交互砂州が発生する領域にあると判断され、実現象をうまく説明することが可能となる。

6. おわりに

河道災害と中規模河床形態は密接に関係しており、災害防止の観点から河床に形成される中規模河床形態を推定することは、治水に非常に重要である。河川では、掃流砂と浮遊砂の両者が共存するものが多く、この条件下における交互砂州の発生領域の検討を行った。その結果、掃流砂と浮遊砂の混在する流れにおいて、交互砂州の発生領域は浮遊砂の増加に

伴って広がるが、ある一定以上増加すると逆に領域が減少する結果を得た。これは、浮遊砂の影響による掃流砂の河床攪乱への影響力の減少の程度と、浮遊砂が河床に与える河床攪乱への影響力の程度との関係で決定されると判断される。今後、護岸の根入れの算定等治水に砂州波高の解明が必要となっていることから、本解析を非線形に拡張し検討を行う必要がある。

最後に、本研究は科学技術庁の日伊共同研究費の補助を受けて行われたものであり、関係各位に謝意を表すものである。

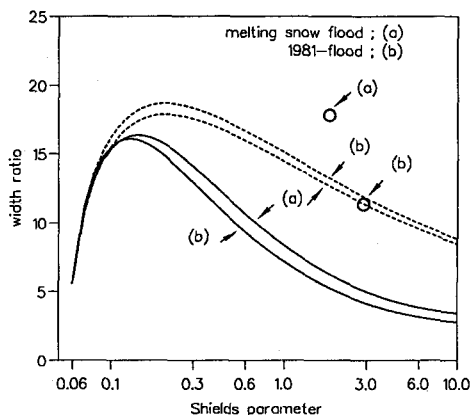


図-13 石狩川 KP11 における出水時の領域区分図

参考文献

- 1) 鮎川登; 実験水路における交互砂州(砂れき堆)の形成条件, 土木学会論文報告集, 第207号, 1972.
- 2) 池田宏; 実験水路における砂礫堆とその形成条件, 地理学評論, 第46巻, 7号, 1973.
- 3) Parker, G.; On the cause and characteristic of meandering and braiding in rivers, Jour. of Fluid Mechanics, Vol. 76, Part 3, 1976.
- 4) 村本嘉雄・藤田裕一朗; 中規模河床形態の分類と形成条件, 第22回水理講演会論文集, 1978.
- 5) 黒木幹男・岸力; 中規模河床形態の領域区分に関する理論的研究, 土木学会論文報告集, 第342号, 1984.
- 6) Fredsøe, J.; Meandering and braiding of rivers, Jour. of Fluid Mechanics, Vol. 84, Part 4, 1978.
- 7) 黒木幹男; 沖積地河川における流れと河床形態に関する研究, 北海道大学学位論文, 1988.
- 8) Engelund, F. and Hansen, E.; A Monograph on Sediment Transport in Alluvial Streams. Copenhagen, Danish Technical Press, 1967.
- 9) Engelund, F.; The motion of sediment particles on an inclined bed, Tech. Univ. Denmark, ISVA, Prog. No. 53, 1981.
- 10) Rubey, W. W.; Settling Velocities of Gravel, Sand and Silt Particles, Amer. Jour. Sci., Vol. 25, 1933.
- 11) Van Rijn, L. C.; Sediment transport Part. II, Suspended load transport, Jour. of Hydr. Eng. ASCE, Vol. 110, No. 11, 1985.
- 12) Colombini, M., Seminara, G. and Tubino, M.; Finite-amplitude alternate bars, Jour. of Fluid Mechanics, Vol. 181, 1987.
- 13) Chang, H. Y., Simons, D. B. and Woolhiser, D. A.; Flume Experiments on Alternate Bar Formation, Jour. of Waterways, Proc. ASCE, 97(WW1), 1971.
- 14) 藤田裕一朗・村本嘉雄・古川隆司; 中規模河床形態の形成条件, 京都大学防災研究所年報, 第25号,

B-2, 1982.

15) 藤田裕一郎・村本嘉雄・古川隆司；砂澁河床における中規模河床形態の形成過程，第33回水理講演会論文集，1989.

16) 藤田裕一郎・永田順宏・村本嘉雄；細砂河床における網状流路の形成実験，京都大学防災研究所年報，第32号，B-2，1989.

17) 竹本成行・高木譲治・牧野成雄・森田康志；石狩川下流部における洪水観測について～昭和56年8月洪水の観測～，北海道開発局土木試験所河川研究室，1982.

補遺

$$\begin{aligned} a_{11} &= i\lambda_c + \beta_c c_0 s_1 & a_{12} &= 0 & a_{13} &= i\lambda_c & a_{14} &= \beta_c c_0 (s_2 - 1) \\ a_{21} &= 0 & a_{22} &= i\lambda_c + \beta_c c_0 & a_{23} &= \frac{1}{2}\pi & a_{24} &= 0 \\ a_{31} &= i\lambda_c & a_{32} &= -\frac{1}{2}\pi & a_{33} &= 0 & a_{34} &= i\lambda_c \\ a_{41} &= Q_0 \phi_0 f_1 i\lambda_c + \left(\frac{1}{W} C_{b0} X + K_{1u} \right) i\lambda_c & a_{42} &= -\frac{1}{2}\pi Q_0 \phi_0 - \frac{1}{2}\pi \left(\frac{1}{W} C_{b0} X \right) \end{aligned}$$

$$a_{43} = \left\{ (\Omega - i\omega) + \frac{1}{4}\pi^2 Q_0 \phi_0 R + (-C_{b0} X + K_{1h}) i\lambda_c \right\} F_0^2$$

$$a_{44} = -(\Omega - i\omega) + Q_0 \phi_0 \left(f_2 i\lambda_c - \frac{1}{4}\pi^2 R \right) + (C_{b0} + K_{1d}) i\lambda_c$$

$$\begin{aligned} s_1 &= \frac{2}{1 - C_T} & s_2 &= \frac{C_D}{1 - C_T} & f_1 &= \frac{2\phi_T}{1 - C_T} & f_2 &= \phi_D + \frac{C_D \phi_T}{1 - C_T} \\ C_T &= \frac{\theta_0}{c_0} \left(\frac{\partial c}{\partial \theta} \right)_{\theta=\theta_0} & C_D &= \frac{1}{c_0} \left(\frac{\partial c}{\partial D} \right)_{D=D_0} & \phi_T &= \frac{\theta_0}{\phi_0} \left(\frac{\partial \phi}{\partial \theta} \right)_{\theta=\theta_0} & \phi_D &= \frac{1}{\phi_0} \left(\frac{\partial \phi}{\partial D} \right)_{D=D_0} \end{aligned}$$

$$X = 1 - \exp \{ -W(1 - a_v) \}$$

$$K_{1u} = \frac{J_{1u}}{j_1} \{ \exp(j_1) - \exp(a_v j_1) \} + \frac{J_{2u}}{j_2} \{ \exp(j_2) - \exp(a_v j_2) \} + \frac{J_{0u}}{W} X$$

$$K_{1h} = \frac{J_{1h}}{j_1} \{ \exp(j_1) - \exp(a_v j_1) \} + \frac{J_{2h}}{j_2} \{ \exp(j_2) - \exp(a_v j_2) \}$$

$$K_{1d} = \frac{J_{1d}}{j_1} \{ \exp(j_1) - \exp(a_v j_1) \} + \frac{J_{2d}}{j_2} \{ \exp(j_2) - \exp(a_v j_2) \} + \frac{J_{0d}}{W} X$$

$$J_{0u} = \frac{\frac{1}{2}s_1 W^2 C_{b0}}{\frac{1}{\beta_c} (\lambda_c^2 + \frac{1}{4}\pi^2) + \frac{W}{\beta_c w_f} i\lambda_c}$$

$$J_{0d} = \frac{\frac{1}{2}(s_2 + 2) W^2 C_{b0}}{\frac{1}{\beta_c} (\lambda_c^2 + \frac{1}{4}\pi^2) + \frac{W}{\beta_c w_f} i\lambda_c}$$

$$J_{1u} = \frac{\frac{1}{2} W C_{b0} s_1 \exp \{ -W(1 - a_v) \} \exp(j_2 a_v) + J_{0u} (j_2 + W) \exp(j_2)}{(j_1 + W) \exp(j_1) \exp(j_2 a_v) - (j_2 + W) \exp(j_2) \exp(j_1 a_v)}$$

$$J_{1d} = \frac{\frac{1}{2} W C_{b0} (s_2 + 2) \exp \{ -W(1 - a_v) \} \exp(j_2 a_v) + (J_{0d} + W C_{b0}) (j_2 + W) \exp(j_2)}{(j_1 + W) \exp(j_1) \exp(j_2 a_v) - (j_2 + W) \exp(j_2) \exp(j_1 a_v)}$$

$$J_{1h} = \frac{-W C_{b0} (j_2 + W) \exp(j_2)}{(j_1 + W) \exp(j_1) \exp(j_2 a_v) - (j_2 + W) \exp(j_2) \exp(j_1 a_v)}$$

$$J_{2u} = \frac{-J_{1u} \exp(j_1 a_v) - J_{0u}}{\exp(j_2 a_v)}$$

$$J_{2d} = \frac{-J_{1d} \exp(j_1 a_v) - J_{0d} - W C_{b0}}{\exp(j_2 a_v)}$$

$$J_{2h} = \frac{-J_{1h} \exp(j_1 a_v) + W C_{b0}}{\exp(j_2 a_v)}$$

$$j_1 = \frac{-\nu_1 + \sqrt{\nu_1^2 - 4\nu_2}}{2}$$

$$j_2 = \frac{-\nu_1 - \sqrt{\nu_1^2 - 4\nu_2}}{2}$$

$$\nu_1 = W$$

$$\nu_2 = -\frac{1}{\beta_c^2} (\lambda_c^2 + \frac{1}{4}\pi^2) - \frac{W}{\beta_c w_f} i\lambda_c$$

$$W = \frac{w_f}{0.077 c_0}$$

$$R = \frac{r}{\beta_c \theta_0^{0.5}}$$