

諏訪湖と野尻湖のセイシュの固有周期とその数値モデル

Natural Periods of Seiche in Lake Suwa and Lake Nojiri
and its Numerical Model

富所 五郎*・赤堀 安宏**

By Goro Tomidokoro and Yasuhiro Akabori

Natural periods of surface and internal seiche in Lake Suwa and Lake Nojiri are determined using a numerical model and from the field observation data of water temperature and free water level. The finite element technique is applied to the surface seiche and is also extended to the internal seiche.

The natural periods computed from the numerical model and those obtained from observation data are almost equal. The natural periods of first mode of the surface seiche in Lake Suwa and Lake Nojiri are about 1350s and 490s respectively, and those of the internal seiche in Lake Nojiri vary from 220 to 270 minutes.

Keyword: seiche, natural period, eigenvalue

1. まえがき

湖沼等の閉鎖水域のセイシュの固有振動周期を含む振動特性を求めることは、これらの水域の流動特性を把握する上において、きわめて重要なことである。この研究例は外国では多くみられるが、日本では少なく、琵琶湖¹⁾、霞ヶ浦²⁾、中善寺湖³⁾等⁴⁾において、セイシュの振動周期、振幅、形状等の特性が明らかにされているにすぎない。

本研究は、代表的な浅水湖と深水湖として選んだ諏訪湖と野尻湖のセイシュの固有振動周期を、湖水位と変水層の水温の現地観測及び数値解析より求めるものである。現在、多くのセイシュの固有周期の数値モデルが提案されている。このうち、一層状態におけるセイシュの固有周期については、非線形項・粘性項などを除いたReynolds運動方程式と連続式から導ける二次元の波動方程式を、有限要素法に依って定式化し、固有値問題に帰着させる方法⁵⁾が提案されており、複雑な湖岸・湖盆形状の湖に適用可能である。しかし、二層状態に対するこのような数値モデルはない。そこで、本研究では上記の方法を発展させ、複雑な湖岸・湖

* 正会員 工博 信州大学助教授 工学部社会開発工学科
(〒380 長野市若里500)

** 日本建設コンサルタント(株) 水工部
(〒141 東京都東五反田5-2-4 日交五反田ビル)

盆形状の湖の二層状態に適用可能なセイシュの固有周期の数値モデルを求め、その妥当性の検討を、解析解の得られるモデル湖と上述の現地観測の結果を用いて行う。

2. セイシュの固有周期の数値モデル⁵⁾

2.1 セイシュの基礎式

図-1に示すように、上層で ρ_1 、下層で ρ_2 と密度を一定とした二成層流の静水面に x, y 軸を、これに直角に上方に z 軸をとり、上層・下層に対して非線形項と粘性項を無視して運動方程式をたてる。この時潮などの閉鎖水域において、代表水平長 L は代表水深 D に比し極めて大きく、鉛直方向の運動方程式には静力学的平衡が仮定でき、積分すると、圧力は上層で $p=\rho_1 g(\zeta-z)$ 、下層で $p=\rho_1 g(\zeta+d)+\rho_2 g(-d-z)$ となる。これらの式を代入した x, y 方向の運動方程式を z 方向に各層内で積分する。さらに、上・下層に対する連続式も z 方向に各層内で積分し、水面や内部境界面の運動学的条件を用いる。この時、基礎方程式は⁴⁾、

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u_1}{\partial t} + g \frac{\partial \zeta}{\partial x} &= 0, \quad \frac{\partial v_1}{\partial t} + g \frac{\partial \zeta}{\partial y} = 0 \quad (\text{運動方程式}) \\ \frac{\partial(\zeta+d')}{\partial t} + \bar{d} \left(\frac{\partial u_1}{\partial x} + \frac{\partial v_1}{\partial y} \right) &= 0 \quad (\text{連続式}) \end{aligned} \right\} \quad (\text{上層}) \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u_2}{\partial t} + g \left\{ \varepsilon \frac{\partial(\zeta+d')}{\partial x} - \frac{\partial d'}{\partial x} \right\} &= 0 \\ \frac{\partial v_2}{\partial t} + g \left\{ \varepsilon \frac{\partial(\zeta+d')}{\partial y} - \frac{\partial d'}{\partial y} \right\} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (\text{運動方程式}) \\ \frac{\partial(-d')}{\partial t} + (h-\bar{d}) \left(\frac{\partial u_2}{\partial x} + \frac{\partial v_2}{\partial y} \right) &= 0 \quad (\text{連続式}) \quad (\text{下層}) \quad (2)$$

となる。ここに、 u_1, v_1 、と u_2, v_2 はそれぞれ上・下層の平均流速の x, y 成分、 $\varepsilon=\rho_1/\rho_2$ である。また、 $d=\bar{d}+d'$ とし、 $\bar{d} \gg \zeta$ 、 $\bar{d} \gg d'$ と仮定している。

次に、式(1)より u_1, v_1 を、式(2)より u_2, v_2 を消去すると

$$\frac{\partial^2(\zeta+d')}{\partial t^2} - g\bar{d} \left(\frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \zeta}{\partial y^2} \right) = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial^2(-d')}{\partial t^2} - g(h-\bar{d}) \left\{ \varepsilon \left(\frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \zeta}{\partial y^2} \right) - (1-\varepsilon) \left(\frac{\partial^2 d'}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 d'}{\partial y^2} \right) \right\} = 0 \quad (4)$$

となる。さらに、上式を加え合わせると、次式が得られる。

$$\frac{\partial^2 \zeta}{\partial t^2} - g\bar{d} \left(\frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \zeta}{\partial y^2} \right) - g(h-\bar{d}) \left\{ \varepsilon \left(\frac{\partial^2 \zeta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \zeta}{\partial y^2} \right) - (1-\varepsilon) \left(\frac{\partial^2 d'}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 d'}{\partial y^2} \right) \right\} = 0 \quad (5)$$

ここで、式(4),(5)が二層状態にあるセイシュを支配する波動方程式である。次に、時間微分項を消去するために、 $\zeta(x, y, t) = \beta(x, y) \cos(\sigma t)$ 、 $d'(x, y, t) = \gamma(x, y) \cos(\sigma t)$ とおき、式(5),(4)に代入すると、

$$-\lambda^2 \beta - \{(h-\bar{d})\varepsilon + \bar{d}\} \left(\frac{\partial^2 \beta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \beta}{\partial y^2} \right) + (h-\bar{d})(1-\varepsilon) \left(\frac{\partial^2 \gamma}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \gamma}{\partial y^2} \right) = 0 \quad (6)$$

$$\lambda^2 \gamma - (h-\bar{d})\varepsilon \left(\frac{\partial^2 \beta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \beta}{\partial y^2} \right) + (h-\bar{d})(1-\varepsilon) \left(\frac{\partial^2 \gamma}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \gamma}{\partial y^2} \right) = 0 \quad (7)$$

が得られる。ここに、 $\lambda^2 = \sigma^2/g$ であり、 $\sigma = 2\pi/T$ (T は振動周期)である。

2.2 基礎式の有限要素法による離散化⁵⁾

次に、式(6),(7)に β, γ の近似関数として $\beta = N_i \cdot \beta_i, \gamma = N_i \cdot \gamma_i$ ($i=i, j, k$)を代入して、重み関数として N_i を掛けて要素内で積分する。ここに、総和規約を用いており、 $N_i = N_i(x, y)$ は形状関数で、ここでは三角形一次要素のそれを用いる。また、 i, j, k は三角形の頂点である。積分内の二階の微分項は、多少の変形後 Green-Gauss の定理を用いて一階に下げ、岸の法線方向の流速を零とする境界条件を入れると、式(6),(7)は、つぎの要素方程式となる。

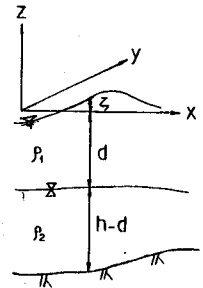


図-1 座標の定義

$$\lambda^2 \cdot \left[\int_{\Gamma} N_i N_j ds \right] \cdot \beta_j = \left[-\{(h-\bar{d})\varepsilon + \bar{d}\} \int_{\Gamma} \left(\frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial N_j}{\partial y} \right) ds \right] \cdot \beta_j + [(h-\bar{d})(1-\varepsilon)] \int_{\Gamma} \left(\frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial N_j}{\partial y} \right) ds \cdot \gamma_j \quad (8)$$

$$\lambda^2 \cdot \left[\int_{\Gamma} N_i N_j ds \right] \cdot \gamma_j = [(h-\bar{d})\varepsilon] \int_{\Gamma} \left(\frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial N_j}{\partial y} \right) ds \cdot \beta_j - [(h-\bar{d})(1-\varepsilon)] \int_{\Gamma} \left(\frac{\partial N_i}{\partial x} \frac{\partial N_j}{\partial x} + \frac{\partial N_i}{\partial y} \frac{\partial N_j}{\partial y} \right) ds \cdot \gamma_j \quad (9)$$

上式は単一要素の場合であるが、要素が多数存在する場合は、上式の各項を各要素について求め、重み関数に従って重ね合わせると、全体的な離散化式が得られる。行列形式で表すと

$$\lambda^2 \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{11} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \beta \\ \gamma \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{11} & \mathbf{K}_{12} \\ \mathbf{K}_{21} & \mathbf{K}_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \beta \\ \gamma \end{Bmatrix} \quad (10)$$

となり、一般的な固有値問題に帰着される。ここに、 $\mathbf{M}_{11}$ 、 $\mathbf{M}_{22}$ 、 $\mathbf{K}_{11}$ 、 $\mathbf{K}_{12}$ 、 $\mathbf{K}_{21}$ 、 $\mathbf{K}_{22}$ は、それぞれ式(8)、(9)の対応する β_j 、 γ_j の係数の括弧内を要素とする行列、 $\mathbf{0}$ は要素の全てが零である行列、また β 、 γ はそれぞれ β_j 、 γ_j を要素とする行ベクトルである。上式の固有値の計算には、右辺の行列が非対称であるので、対称になるように式を変形することにより、標準的なサブルーチンの利用が可能となる。

2.3 解析解の得られるモデル湖での数値モデルの検討と浅水域の取扱い

数値モデルの妥当性は、先ず解析解の得られる $\varepsilon = \rho_1 / \rho_2 = 0.99/1.00$ 、幅 100m、長さ 5000m で、水深 20.0m、内部境界面までの水深 10.0mと一定とした細長い長方形湖に適用して検討した。この場合の内部セシシュの固有周期の解析解は、二層界面波モデル³⁾を用いると $T=14286s$ 、 $7143s$ 、…であるが、これらは数値解のそれと良い一致を示した。

なお、このモデルでは二層状態に対する表面セシシュの固有周期も求められる。このため、下層厚を極端に薄くし（本研究では 10cm）、かつ $\rho_1 = \rho_2$ とおくことにより一層状態に対しても解析可能である。実際に、このような取扱いをした上述のモデルの数値解は、一層状態の解析解 $T = 2L/(gh)^{1/2} = 714s$ 、…に一致した。これは、上述の取扱いにより、式(8)は実質的に全水深を上層としたことになっているし、また式(9)の右辺は零に近く、つまり固有周期が非常に大きく得られ、これ等の値を無視すれば良いためである。

つぎに、内部面が水底に達しない水深の浅水域の取扱いも、上述の理由から図-2に示すように、浅水域では層厚の小さい下層を水底に考え、この層の密度を上層と等しいとおけば良い。

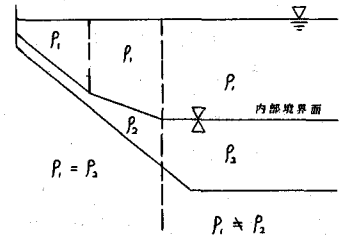


図-2 浅水域の取扱い

3. 諏訪湖と野尻湖のセシシュの振動周期と考察

3.1 諏訪湖と野尻湖の概要

図-3に示す諏訪湖は、水面海拔高度 759.0m、面積 14.2km²、湖周 18.3km、最大水深 6.8m、平均水深 4m 足らずの非常に浅い湖である。湖岸は、全て湖岸堤が整備されていて浅瀬のない湖である。夏期に風の弱い晴天が続くと、弱い水温成層が形成されるが、これも風により簡単に破壊され、一年の内のほとんどは一層状態にある。なお、1月下旬から2月にかけて結氷することが多い。

図-4に示す野尻湖は、水面海拔高度 654.0m、面積 4.0km²、湖周 14.0km、最大水深 42.0m、平均水深 18.7mであり、山地特有の水平長に対して水深の大きい、湖岸、湖盆とも非常に複雑な湖である。初夏から秋にかけて成層するが、9月から10月初めにかけては、変水層厚の非常に薄い典型的な二層状態となる。なお、1月下旬から3月初めにかけて全面結氷する。

3.2 観測方法

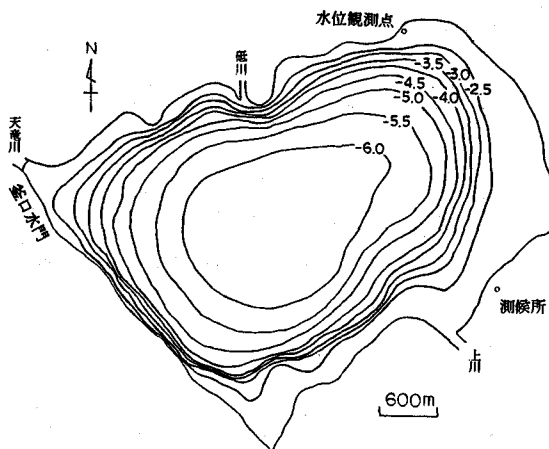


図-3 諏訪湖の概要

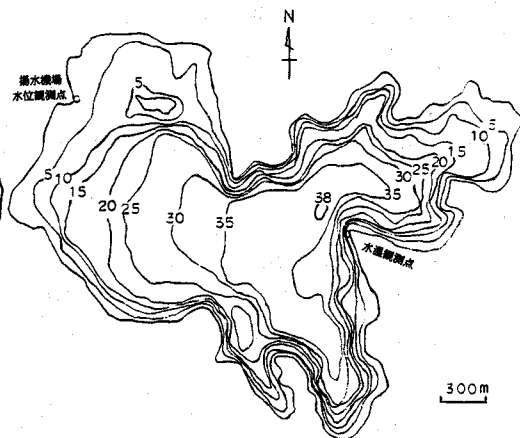


図-4 野尻湖の概要

表面セイシュの観測としての湖水位の変動は、容量式波高計を用いて測定した。波高計は、風波による高周波成分をカットするために、小穴をあけた底蓋をつけた内径 20cm の塩化ビニール製のパイプ内に固定した。観測時間は、2-5時間である。また、水温の鉛直分布は船上よりサーミスタ温度計を吊り下げ、変水層付近では 0.5m、他は 1.0m の間隔で、観測の初めと終わりに測定した。

また、野尻湖は図-12 に見られるように、9月-10月初めにかけ変水層の非常に薄い典型的な二層状態を示す。内部セイシュの観測としては、この時の変水層の水温を、図-5に示すように、水底のおもりと水中に没している浮きを結ぶワイヤーに、水底から 1.0m の間隔で取り付けけた2ヶの温度センサーで複合モード温度計を用いて 1分間隔で測定した。観測時間は 2日間であるが、途中で記録紙の交換を行った。

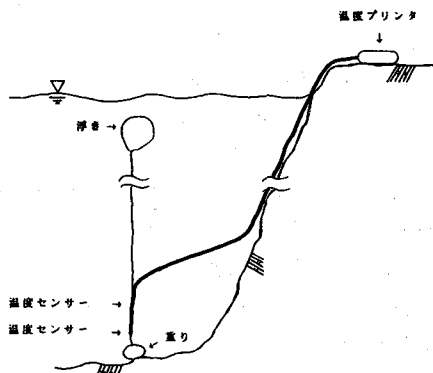


図-5 変水層での水温観測

3.3 諏訪湖

諏訪湖の水面変動の観測結果の一部を図-6に示す。観測時における諏訪湖測候所の風向は、両日ともWNW、風速は 3-7m/s であった。観測結果より、データ数を 600 ケ、読み取り間隔を 20s で、MEMにより求めたスペクトルを図-7に、また振動周期を表-1に示す。固有周期の数値解は、平均湖水位の差は小さいので、これを無視すると 1335s, 915s, 797s, 700s, ... であり、順位1 の観測値は、諏訪湖を水深 4.0m, 4.2km * 3.0km の長方形湖と近似した時の長軸方向の第一モードの固有振動周期 1341s に近く、第一モードの振動周期であると考えられる。またこの周期は、従来より言われていた 1250sより少し大きい、これは湖が浅くなっていることが原因と考えられる。なお、水温は観測時にはほぼ一定で、またセイ

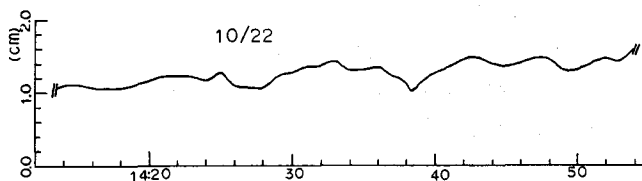


図-6 諏訪湖の水面変動

表-1 水面振動周期の観測値 (s)

	月 日	順位 1	順位 2
諏訪湖	10/22	1370	694
	11/17	1351	746
野尻湖	8/6	476	345
	8/29	470	346
	9/26	500	333
	9/26	490	333
	10/21	479	352
	11/25	490	355

イシュの最大振幅は 1cm以下であったが、観測日以外の釜口水門での観測のそれは 5cm 程にもなっている。

3. 4 野尻湖

野尻湖の水面変動の一例を図-8に、水温分布を図-9に示す。観測時の東北電力池尻川揚水機場の風向は、全体的に南北方向が卓越し、風速は 4m/s 以下の弱風であった。観測結果よりデータ数を 800ヶ、読み取り間隔を 10s で、MEMにより求めたスペクトルを図-10に、また振動周期を表-1に示す。一層状態に対する

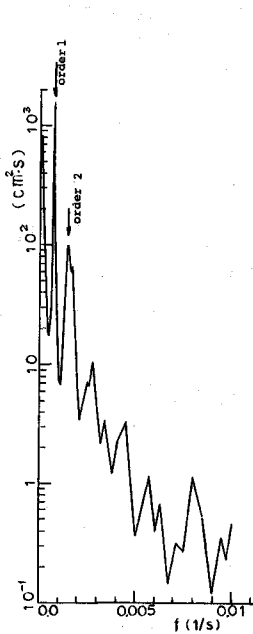


図-7 諏訪湖の水面変動
スペクトル

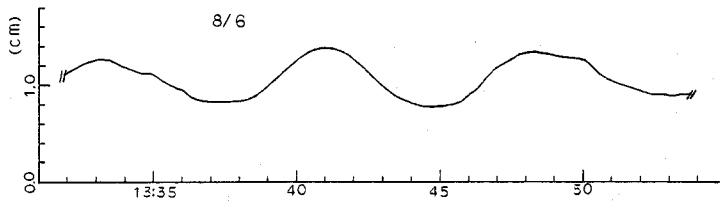


図-8 野尻湖の水面変動

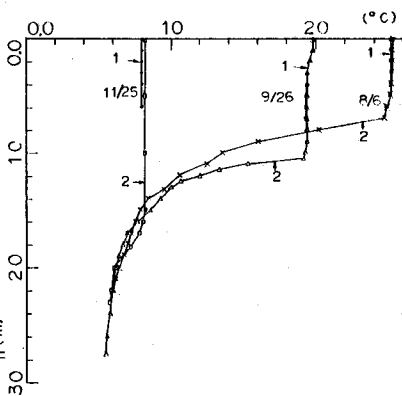


図-9 野尻湖の水温分布

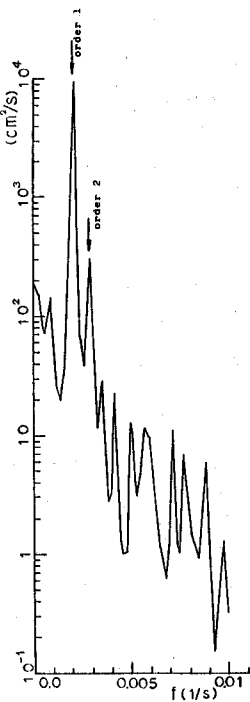


図-10 野尻湖の水面
変動スペクトル

固有振動周期の数値解は 487s, 362s, 287s, ... であり、順位1 では両者はよい一致を、また順位2 でもかなり近い値を示している。なお、観測結果は一層状態と二層状態ある場合両方を含んでいるが、結果に違いがみられない。これは、二層状態として解析した水面セイシュの固有周期の数値解も、一層状態のそれらとほぼ同値となっているためである。また、この観測時や観測時以外の揚水機場のセイシュの最大振幅は、それぞれ諏訪湖のそれらと同程度であった。

つぎに、内部セイシュについての観測結果の一例として変水層の水温変動を図-11に、水温分布を図-12に示す。さらに、観測結果より求めた水温変動スペクト

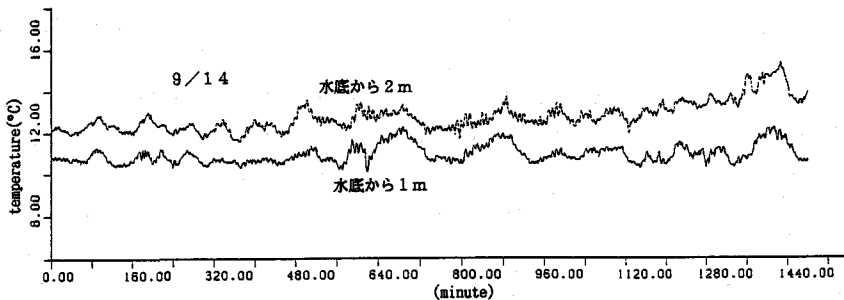


図-11 野尻湖の変水層の水温変動

ルの一例を図-13 に示す。
ここに、データ数は 1000-1400 ケ、読み取り間隔は 120s である。表-2は変水層の水温の振動周期の観測値と計算値である。ここで観測値は、最大周期の値を数値解の値に近い順位のところに示している。また数値計算には、観測で変水層の位置に大きな差は見られなかったので内部境界面の位置を 10.3m に固定し、上・下層でそれぞれの平均水温を求め、これらに対応する密度を用いている。

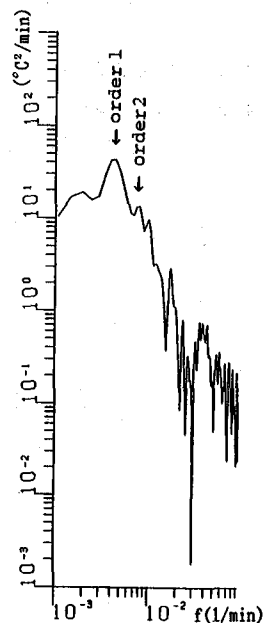


図-13 野尻湖の水温変動

対応する観測値と計算値は、一部に多少の誤差が見られるものの、ほぼ一致している。この誤差の原因は、内部境界面の位置、上・下層の平均水温の決定誤差、内部セישの振幅が小さかったことなどによるものと考えられる。

4. おわりに

本研究は、諏訪湖と野尻湖のセישの固有振動周期を、現地観測及び数値解析より求めるとともに、複雑な湖岸・湖盆形状の閉鎖水域の二層状態における内部セישの固有周期の新しい数値モデルを提案した。以下に得られた結論を述べる。本研究のセישの固有周期の数値モデルは、解析解や観測値等から検討してほぼ妥当なものである。諏訪湖、野尻湖の水面セישの第一モードの固有周期は、それぞれ 1350s と 490s ほどであり、また野尻湖の内部セישのそれらは 220-270 分である。

参考文献

- 1) S.Kanari: Internal Waves in Lake Biwa(II) - Numerical experiments with a two layer model - , Bulletin of the Disaster Prevention Research Institute, Kyoto University, Vol.22, pp.69~96, 1973.
- 2) 村岡浩爾・福島武彦: 霞ヶ浦(西浦)の湖流, 国立公害研究所研究報告 第19号, 1981
- 3) 平田健正・村岡浩爾: 中禅寺湖の水温成層と内部波, 国立公害研究所研究報告, 第69号, pp.5~35, 1984.
- 4) 古本勝弘・武政剛弘・一ノ瀬和雄・藤川佳彦: 風による温度成層湖水の内部静振, 第29回水理講演会論文集, pp.389~394, 1985.
- 5) T.Taylor, B.S.Patil and O.C.Zienkiewicz: Harbour Oscillation; A Numerical Treatment for Undamp Natural Modes, Proc. Inst. Civ. Eng., Vol 43, 1969, pp.141-155.

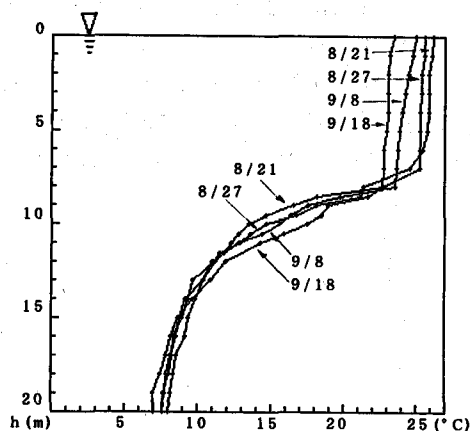


図-12 野尻湖の水温分布

表-2 野尻湖の水温振動周期(minute)

	月 日	順位 1	順位 2
観測値	8/26	238	
	8/27		187
	9/8	250	
	9/9	208	
	9/13		189
	9/14		172
	9/16	286	
	9/18	286	
計算値	8/26	236	170
	8/27	238	171
	9/8	245	177
	9/9	245	177
	9/13	258	186
	9/14	258	186
	9/16	257	185
	9/18	255	184