

振動流中で渦励振動している円柱の非線形振動特性について

Non-Linear Vibration of a Vortex-Excited Cylinder in Planner Oscillatory Flow

林建二郎・荻原洋聰・藤間功司・重村利幸

By Kenjirou Hayashi, Yousou Ogiwara, Kouji Fujima, and Toshiyuki Sigemura

Laboratory experiments have been performed to study non-linear vortex-excited vibration of a circular cylinder in planar oscillatory flow. The relationship between the transverse response of the test cylinder and the frequency ratio fnw/fd (fnw :natural frequency of cylinder in water, fd :frequency of oscillatory incident flow) are obtained for four values of Keulegan-Carpenter number KC ($KC=10, 17, 25, 50$). The non-linear phenomena caused by the fluid-structure interaction in this vortex-excited vibration are discussed.

Keywords : Vortex-Excited Vibration, Non-linear Vibration

1. はじめに

海洋構造物の設計においては、作用波力の大きさに対する静的な検討と共に、振動外力である作用波力による構造物の振動応答問題に対する動的な検討も必要である。柱状海洋構造物に作用する波力としては、波の進行方向に作用する進行波力 F_x と、その直角な方向に作用する揚力 F_y がある。進行波力 F_x の卓越周波数は作用波周波数 f_w と同じであるが、揚力 F_y の卓越周波数は f_w の整数倍である。その倍数は、Keulegan-Carpenter数 (KC数) で規定されている。従って、海洋構造物の揚力に対する振動応答特性（渦励振動）は十分に検討される必要がある。一様定常流中に置かれた構造物の渦励振動特性に関しては、過去多くの研究がなされており、流れと物体振動との相互作用によるLocking-on現象と呼ばれている非線形な振動応答特性が明かにされている¹⁾。Locking-on現象による共振領域および作用揚力の増加は工学的にも重要な問題である。それに類似した流れと物体振動との相互作用現象が波動場における柱状弾性構造物（例えば、石油掘削用ライザ一管等）の渦励振動問題においても生じるものと推測される。しかし、複雑な流れ場特性を有する波動場におけるこの流れと物体との相互作用問題は、まだ十分に把握されていないようである²⁾。

そこで筆者らは、波動場における渦励振動問題を明かにするための第一段階として、先に複雑な波動場の流れ特性を簡単に表現している一様振動流中における円柱の渦励振動特性を調べてきた^{3), 4)}。本研究は、こ

* 正会員 Ph.D. 防衛大学校助教授 理工学系土木工学教室 (〒239 横須賀市走水1-10-20)

** 学生会員 防衛大学校理工学研究科 海洋工学専攻 (〒239 横須賀市走水1-10-20)

*** 正会員 工博 防衛大学校助手 理工学系土木工学教室 (〒239 横須賀市走水1-10-20)

**** 正会員 Dr. Eng. 防衛大学校教授 理工学系土木工学教室 (〒239 横須賀市走水1-10-20)

の渦励振動現象の解明において重要な非線形な振動特性に対する検討を行ったものである。

2. 実験装置及び方法

実験は、水平方向に正弦運動する振動台上に固定された鉄枠製ガラス張り水槽を用いて行った（振動流発生装置）。実験装置の概略を図-1に示す。支点と引っ張りバネを用いて、水槽内に水平設置された試験円柱（外径D=2cm、長さ=48cm）は、水槽の振動方向と直角な方向（Y方向、揚力方向）にのみ振動可能である。水槽の振動に伴って生じる自由水面の動搖を防ぐために、水槽上面にはアクリル板製の上蓋が設けられている。試験円柱の両端は、この上蓋内に設けられたスリット孔（幅=10mm）を通る2枚の端板（幅=2.5mm、長さ=35cm、厚さ=2mm）で支持されている。

試験円柱の振動変位yは、光学式変位計を用いて測定した。実験に先立ち、減衰自由振動実験を行い、試験円柱の空中及び静水中における固有振動 $f_{n\alpha}$ 、 $f_{n\omega}$ 、と減衰定数 h_{ta} 、 h_{tw} をそれぞれ求めた。円柱の鉛直方向に載荷された分銅荷重とバネ伸張量の関係よりバネ定数を求めた。このバネ定数と水中固有振動数 $f_{n\omega}$ より、水中付加質量をも含む試験円柱の換算単位長質量 m_{ω} を算定した。Mass Ratio値（ $=m_{\omega}/\rho D^3$ 、 ρ :水の密度、D:円柱径）は、8.92であった。

本実験で行った測定ケースを表-1に示す。

Case V1, V2, V3, V4は、KC数を10, 17, 25, 50にそれぞれ固定し、振動台の振動周波数 f_d （=振動流周波数）を変化させ、周波数比 $f_{n\omega}/f_d$ の変化に対する渦励振動特性を調べたものである。

Case R1, R2, R3は、周波数比 $f_{n\omega}/f_d$ を2, 3, 6にそれぞれ固定し、振動を許さない様に設置された上記試験円柱（固定円柱）に作用する揚力のKC数に対する変化特性を調べたものである。表中のβ値は(1)式で定義される周波数パラメーターである。

$$\beta = Re/KC = D^2 \cdot f_d / \nu \quad \dots \dots \dots (1)$$

3. 振動方程式および減衰定数

本試験円柱の振動モデル、及び座標系を図-2に示す。空中における試験円柱の減衰自由振動方程式は
 $m_{\omega} \cdot \ddot{y} + Ca \cdot \dot{y} + K \cdot y = 0 \quad \dots \dots \dots (2)$

式中、yは円柱のY方向振動量である。 m_{ω} 、Caは、空中での円柱の換算単位長さ当りの質量及び減衰係数、Kは換算バネ係数である。(3)式を変形すると

$$\ddot{y} + 2h_{ta} \cdot 2\pi f_{n\alpha} \cdot \dot{y} + (2\pi \cdot f_{n\alpha})^2 \cdot y = 0 \quad \dots \dots \dots (3)$$

式中、 $f_{n\alpha}$ 、 h_{ta} は(4)、(5)式で示される円柱の空中における固有振動数及び減衰定数である。

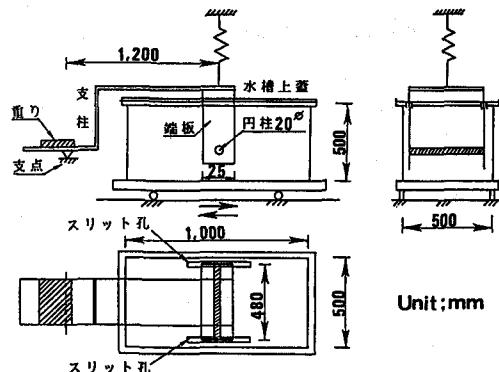


図-1 実験装置

表-1 実験条件

Case	KC	$f_{n\omega}/f_d$	f_d (Hz)	β 値
V1	10	1.4~4.6	0.26~0.86	104~340
V2	17	2.0~5.4	0.22~0.60	88~240
V3	25	2.4~10.5	0.11~0.50	44~200
V4	50	2.0~11.8	0.10~0.60	40~24
R1	3~20	2	0.60	240
R2	3~32	3	0.40	160
R3	3~50	6	0.20	80

空中固有振動数 $f_{n\alpha}=1.268\text{Hz}$
 水中固有振動数 $f_{n\omega}=1.204\text{Hz}$
 空中減衰定数 $h_{ta}=0.0031$
 Mass Ratio値 $m_{\omega}/\rho D^3=8.92, m_{\omega}/\rho D^3=8.04$

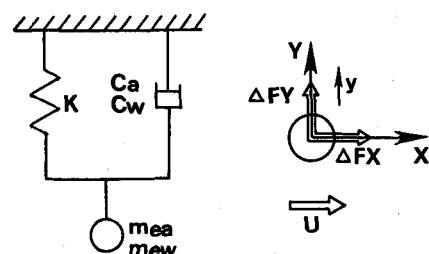


図-2 振動モデル及び座標系

$$f_{na} = (K/m_{ea})^{1/2} / 2\pi \quad \dots \dots \dots (4)$$

$$h_{ta} = Ca / (4\pi \cdot f_{na} \cdot m_{ea}) \quad \dots \dots \dots (5)$$

静水中における円柱の減衰自由振動方程式は、(6)式で示される。

$$m_{ea} \cdot \ddot{y} + Ca \cdot \dot{y} + K \cdot y = - (CM \cdot \rho \cdot \pi D^2 / 4 \cdot \ddot{y} + CD \cdot \rho / 2 \cdot D \cdot |\dot{y}| \cdot \dot{y}) \quad \dots \dots \dots (6)$$

右辺は、静水中で振動する円柱に作用する流体力をモリソン式を用いて表したものである。その第1項は、円柱の振動加速度 y に比例する慣性力項である。第2項は、円柱の振動速度 y の2乗に比例する抗力項である。式中 CD, CM は、慣性力係数及び抗力係数である。(6)式を、次式のように変形する。

$$(m_{ea} + CM \cdot \rho \cdot \pi D^2 / 4) \cdot \ddot{y} + (Ca + CD \cdot \rho / 2 \cdot D \cdot |\dot{y}|) \cdot \dot{y} + K \cdot y = 0 \quad \dots \dots \dots (7)$$

したがって、 $CM \cdot \rho \cdot \pi D^2 / 4$ は円柱単位長さあたりの水中付加質量を示す。 $(CD \cdot \rho / 2 \cdot D \cdot |\dot{y}| \cdot \dot{y})$ は、流体減衰力を示す。(7)式を、(8)式のように変形する。

$$\ddot{y} + 2h_{tw} \cdot 2\pi \cdot f_{nw} \cdot \dot{y} + (2\pi \cdot f_{nw})^2 \cdot y = 0 \quad \dots \dots \dots (8)$$

式中、 f_{nw}, h_{tw} は、次式で示される円柱の静水中における固有振動数及び減衰定数である。

$$f_{nw} = (K/m_{ew})^{1/2} / 2\pi \quad \dots \dots \dots (9)$$

$$h_{tw} = (Ca + CD \cdot \rho / 2 \cdot D \cdot |\dot{y}|) / (4\pi \cdot f_{nw} \cdot m_{ew}) = Cw / (4 \cdot \pi f_{nw} \cdot m_{ew}) \quad \dots \dots \dots (10)$$

m_{ew}, Cw は水中における円柱の換算単位長さ当りの質量、及び減衰係数である。 m_{ew} は次式で示される。

$$m_{ew} = m_{ea} + CM \cdot \rho \cdot \pi D^2 / 4 \quad \dots \dots \dots (11)$$

この振動系のY方向に、振動的な流体外力 (ΔFY) が作用する場合の振動方程式は次式となる

$$\ddot{y} + 2h_{tw} \cdot 2\pi f_{nw} \cdot \dot{y} + (2\pi f_{nw})^2 \cdot y = \Delta FY / m_{ew} \quad \dots \dots \dots (12)$$

次に、減衰定数 h と、振動1周期間に減衰力によって失われるエネルギー Ed および系全体のエネルギー Et (=運動エネルギーの最大値 $Ekmax$) の間には、(13)式の関係が成立する⁵⁾。

$$h = (1/4\pi) \cdot (\omega / \omega_n) \cdot (Ed/Et) \quad \dots \dots \dots (13)$$

ここに、 ω ：円振動数 ($= 2\pi \cdot f$)、 ω_n ：円固有振動数 ($= 2\pi \cdot f_n$)

水中振動している構造物に作用する減衰力は、構造減衰力と流体減衰力によって構成される。従って、水中における減衰定数 h_{tw} は、(14)、(15)式で示される構造減衰定数 h_s および流体減衰定数 h_f の和となる。

$$h_s = (1/4\pi) \cdot (\omega / \omega_n) \cdot (Eds/Et) \quad \dots \dots \dots (14) \quad h_f = (1/4\pi) \cdot (\omega / \omega_n) \cdot (Edf/Et) \quad \dots \dots \dots (15)$$

ここに、 Eds, Edf は、構造減衰力、流体減衰力によってそれぞれ失われる1周期間内のエネルギーである。

振幅 AY 、周期 T で正弦振動 ($y = AY \cdot \sin(\omega t/T), \omega = 2\pi/T$) する試験円柱に作用する流体減衰力をモリソン式中の抗力項 ((6)、(7)式参照) の形で評価すると、1周期間に (T) に流体減衰力によって失われる試験円柱単位長さ当りのエネルギー Edf は (16)式で示される。

$$Edf = \int_0^T \{ (1/2 \cdot \rho \cdot D \cdot (\omega \cdot AY)^2 \cdot CD \cdot |\cos \omega t| \cdot \cos \omega t) \cdot (\omega \cdot AY) \cdot \cos \omega t \} dt \\ = 1/2 \cdot CD \cdot \rho \cdot D \cdot (\omega \cdot AY)^3 \cdot (8/(3\omega)) \quad \dots \dots \dots (16)$$

一方、円柱単位長さ当りの振動系全体のエネルギー Et は (17)式で示される。

$$Et = Ekmax = 1/2 \cdot (AY \cdot \omega)^2 \cdot m_{ew} \quad \dots \dots \dots (17)$$

これら Edf および Et ($= Ekmax$) を (15)式に代入すると減衰定数 h は次式で示される。

$$h = (2/(3\pi)) \cdot (\rho \cdot D^2 / m_{ew}) \cdot (\omega / \omega_n) \cdot (AY/D) \cdot CD \quad \dots \dots \dots (18)$$

4. 実験結果および考察

4. 1 減衰定数

本実験に使用した円柱の空中および静水中における減衰自由振動記録例より、減衰する円柱体の各半振幅量 AY_i に対する減衰定数 h_{ta} (空中)、 h_{tw} (水中) を対数減衰法に基づく (19)式を用いて算定した。

$$h_{ta} \text{ or } h_{tw} = \{0.5/\pi \cdot \ln(AY_{i-2}/AY_{i+2})\} / 4 \quad \dots \dots \dots (19)$$

h_{ta} 及び h_{tw} と AY_i/D の関係を図-4にそれぞれ示す。図-4より以下のことが明かである。

1) 空中減衰定数 h_{ta} (=構造減衰定数 h_s) は、 AY_i/D の変化に対してほぼ一定 ($h_{ta} \approx 0.003$) である。

2) 構造減衰定数 $h_s (=h_{ta})$ と流体減衰定数 h_f の和である水中減衰定数 (h_{tw}) は $AY_i/D < 0.3$ ではほぼ一定 ($h_{tw} = 0.01$) であるが、 $AY_i/D > 0.3$ では AY_i/D の増加とともに大きくなる。従って、流体減衰定数 h_f は AY_i/D の関数と考えられる。

円柱振動量が小さく後流渦の存在が認められない KC 数が小さい場合の作用流体力 [a] 円柱表面に作用する流体粘性摩擦力、b) 境界層形成にともなう抗力を、ストークスの理論等を用いて評価すると、(18) 式中の抗力係数 CD は次式で示される⁶⁾。

$$CD = 3\pi^{5/2} / (2 \cdot KC \cdot \sqrt{\beta}) \quad \dots \dots \dots (20)$$

式中、KC、 β は (21) (22) 式で示される KC 数および粘性周波数パラメーターである。

$$KC = 2\pi (AY/D) \quad \dots \dots \dots (21)$$

$$\beta = Re/KC = D^2 \cdot \omega / (2\pi \cdot \nu) \quad \dots \dots \dots (22)$$

ここに、 ν ：動粘性係数、 ω ：円振動数 ($= 2\pi \cdot f$)

(20)～(22) 式を (18) へ代入し、自由振動時には $\omega = \omega_n$ であることを考慮すると

$$h_f = 1/2 \cdot \pi^{1/2} (\rho \cdot D^2 / m \cdot \nu) / \sqrt{\beta} \quad \dots \dots \dots (23)$$

(23) 式は、円柱体の振動量に依存しない関数であり、円柱振動量が小さい場合の流体減衰定数 h_f の理論値を示す。本試験円柱の構造減衰定数の実測値 ($= h_{ta} \approx 0.003$) に (23) 式による計算値 h_f を加えた値 h_{twc} を、図-4 の中に点線で示す。AY/D が小さい場合には h_{twi} と h_{twc} の一致は良好である。

円柱振動振幅量 AY_i の増加に伴う流体減衰定数 h_{twi} の増加は、 AY_i/D の増加 (=KC数の増加) に伴い発生する円柱後流渦による圧力抵抗に起因すると考えられる。(18) 式中の CD の値を $CD=1$ および $CD=2$ とした場合の h_f と AY_i/D の関係を図中に示す。AY/D が大きな場合の h_f の評価式として (18) 式を用いる場合には、式中の CD 値は定数として取り扱えないことが分かる。実験値 h_{twi} の回帰式として次式で示される実験式が得られる。

$$h_{twi} = 0.01 + 0.045 (AY_i/D)^{2.3} \quad \dots \dots \dots (24)$$

4. 2 渦励振動の周波数応答特性

実験で得られた円柱の渦励振動変位量の代表値として時間変化波形 y の二乗平均平方根 (AYrms 値) を求めた。

KC=10、17、25、50 のそれぞれの場合における、無次元値 (AYrms/D) の周波数比 (f_{nw}/f_d) に対する変化特性を図-4(a)～図-7(a) に示す。KC=10、 $f_{nw}/f_d=2$ なる振動流中に固定的に設置された同試験円柱の単位長当たりに作用する揚力 (ΔF_Y) のフーリエ周波数成分の周波数分布特性を図-4(b) に示す。図中、縦軸はフーリエ周波数成分値、横軸は揚力成分の周波数 f_1 を振動流周波数 f_d で無次元化した値である。KC=17、 $f_{nw}/f_d=3$ の場合における上記 (図-4(b)) と同様な結果を図-5(b) に、KC=25、 $f_{nw}/f_d=3$ の場合における結果を図-6(b) に、KC=25、 $f_{nw}/f_d=6$ の場合における結果を図-7(b) に、KC=50、 $f_{nw}/f_d=6$ の場合における結果を図-8(b) にそれぞれ示す。

KC=10 の場合、 $f_{nw}/f_d=2$ において応答振動量 AYrms/D は

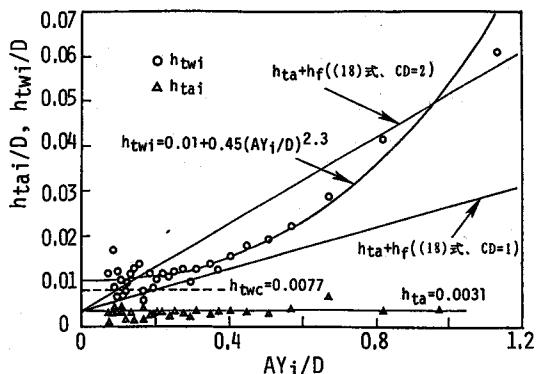


図-3 減衰定数 (h_{ta} , h_{twi}) と AY_i/D の関係

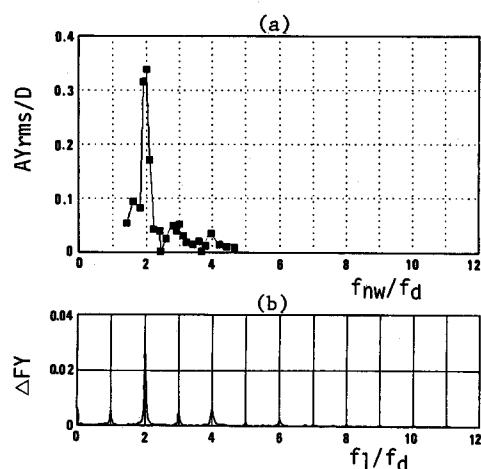


図-4 a) AYrms/D と f_{nw}/f_d の関係 (KC=10)

b) 揚力の周波数成分 (KC=10, $f_{nw}/f_d=2$)

は卓越している（図-4(a)参照）。これは、このKC数の場合に卓越している固定円柱に作用する揚力の周波数成分値（振動流周波数 f_{nw} の2倍なる揚力周波数 f_1 を有する揚力成分値、図-4(b)参照）に対する試験円柱の共振現象である。 $f_1=3f_d$ 及び $f_1=4f_d$ なる揚力の周波数成分値（揚力成分値）に対する共振状態も、振動量は小さいが認められる。

KC=17の場合、 $f_{nw}/f_d=3$ 、及び $f_{nw}/f_d \approx 4$ において応答振動量は大きく卓越している。これは、 $f_1=3f_d$ 、 $4f_d$ で大きく卓越している揚力成分値に対する共振現象と考えられる。 $f_1=4f_d$ なる揚力成分値とほぼ同じ大きさを有する $f_1=5f_d$ なる揚力成分値に対する共振現象も認められる。しかし、その共振振動量は、 $f_1=4f_d$ に対する共振振動量よりもかなり小さい。

KC=25の場合、 $f_{nw}/f_d=3$ 、4、5、6において応答振動量のピーク値が生じている。これは、 $f_1=4f_d$ 、 $6f_d$ で大きく卓越している揚力成分値、及び $f_1=3f_d$ 、 $5f_d$ で多少卓越している揚力成分値に対する共振現象と考えられる。 $f_1=8f_d$ なる揚力成分値に対する共振状態も若干認められる。

KC=50の場合、 $f_{nw}/f_d=6$ 、7、8、9、10、11において応答振動量のピーク値が生じている。これは、 $f_1=9f_d$ で最も大きく卓越し、 $f_1=8f_d$ 、 $10f_d$ 、 $11f_d$ でかなり卓越し、 $f_1=6f_d$ 、 $7f_d$ で多少卓越している揚力成分値に対する共振現象と考えられる。しかし $f_{nw}/f_d=7$ 、 8 、 9 でのピーク度は非常に鈍く、 $f_{nw}/f_d=6.5$ — 9 の範囲全域において大きな応答振動量が生じている。これは、1で記した一様定常流中の渦励振動において生じるLocking-on現象に類する現象と考えられ、工学的にも大変興味ある問題であると思われる。

水平方向に振動する振動架台に鉛直に設置された円柱を静水中で正弦振動させた場合においても同様な渦励振動特性が生じていることが報告されている⁷⁾。

4. 3 渦励振動量の推定

CaseR シリーズの実験で得られた固定円柱に作用する揚力時間変動波形に対する試験円柱の振動応答変位 y を、振動方程式(12)式を用いて算定した。式中の減衰定数 htw は(25)式で与えた。

$$htw = 0.01 + 0.045 \{ |\dot{y}| / (2\pi \cdot f_{nw} \cdot D) \}^{2.3} \dots (25)$$

試験円柱の静水中における減衰定数 htw と振動振幅 AY との関係を示す実験式である(24)式を利用した(25)式

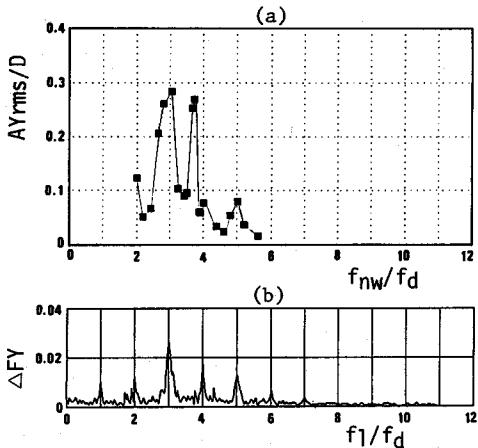


図-5 a) AY_{rms}/D と fnw/f_d の関係 (KC=17)
b) 揚力の周波数成分 (KC=17, $f_{nw}/f_d=3$)

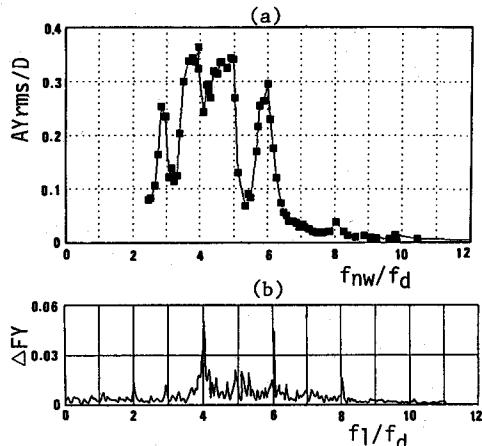


図-6 a) AY_{rms}/D と fnw/f_d の関係 (KC=25)
b) 揚力の周波数成分 (KC=25, $f_{nw}/f_d=3$)

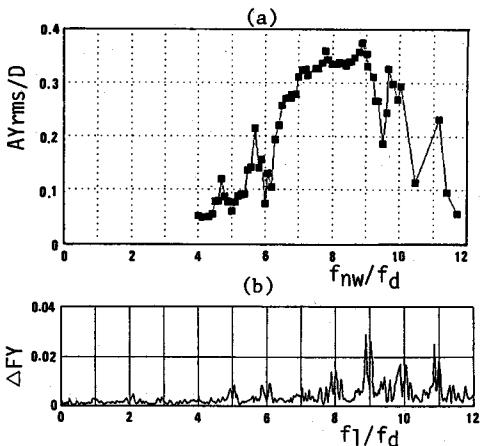


図-7 a) AY_{rms}/D と fnw/f_d の関係 (KC=50)
b) 揚力の周波数成分 (KC=50, $f_{nw}/f_d=6$)

は、近似的に円柱振動速度 \dot{y} と h_{tw} との関係を示す（ $\ddot{y} = AY \cdot 2\pi \cdot f_{nw} \cdot \sin(2\pi \cdot f_{nw} \cdot t)$ ）。数値計算には線形加速度法を用いた。計算時間間隔 Δt は0.02秒、解析時間は60秒とした。

KC=25, 50のそれぞれの場合における、無次元応答振動量 AY_{rms}/D の実験値と計算値の周波数比 f_{nw}/f_d に対する変化特性の比較を図-8、図-9に示す。また、これら図中には、円柱応答振動数の実験値 f_r の無次元値 f_r/f_{nw} と f_{nw}/f_d の関係をも示している。 f_r の算定にはゼロアップクロス法を用いた。応答振動数 f_r は固有振動数 f_{nw} にlocking-onし、その結果大きな振動量が生じていることが認められる。また、この周波数領域においては、振動量の実験値は計算値よりもかなり大きくなっていることが認められる。このことは、渦励振動時の円柱に作用する揚力は固定円柱時に作用する揚力よりも流れと円柱振動と相互作用効果により大きくなっていることを示す。

5. おわりに

KC数が高い場合においては、 f_{nw}/f_d のかなりな広範囲にわたって、非線形な渦励振動現象が生じることが分かった。この非線形振動特性を引き起こす物理現象としては、円柱振動と流れとの相互作用効果による後流渦強度の増加、及び後流渦挙動の円柱軸方向相関性の増加等が考えられる。

6. 参考文献

- 1) Blevins: Flow-induced vibration, Van Nostrand Reinhold, 363p., 1977.
- 2) 林、Chaplin : 波動場における直円柱の渦励振動について、第32回海岸工学論文集、pp.633-637、1985。
- 3) 林、荻原、藤間、重村：振動流中で渦励振動している円柱と流れの相互作用について、水工学論文集 第34巻、pp.265-270、1990。
- 4) 林、荻原、藤間、重村：振動流中における円柱の渦励振動特性について、第10回海洋工学シンポジウム講演論文集、1991。
- 5) 小坪：土木振動学、森北出版、pp.63-65、1973。
- 6) Bearman P.W., M.J. Downie, J.M. Graham E.D. and E.D. Obasaju: Forces on Cylinders in Viscous Oscillatory Flow at Low Keulegan-Carpenter Numbers, J. Fluid Mech., Vol.154, pp.337-356, 1985.
- 7) McConnell K.C. and Y-S.Park: The Response and Lift-Force Analysis of an Elastically-Mounted Cylinder Oscillating in Still Water, Proc. of Third International Conference on the Behavior of Off-Shore Structures, Vol.2, pp.671-680, August 1982.

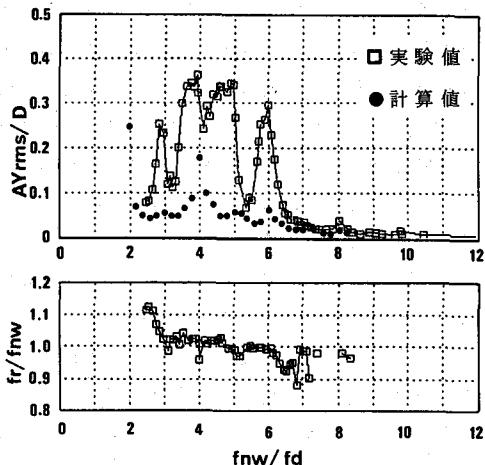


図-8 AY_{rms}/D と f_{nw}/f_d の関係 (KC=25)

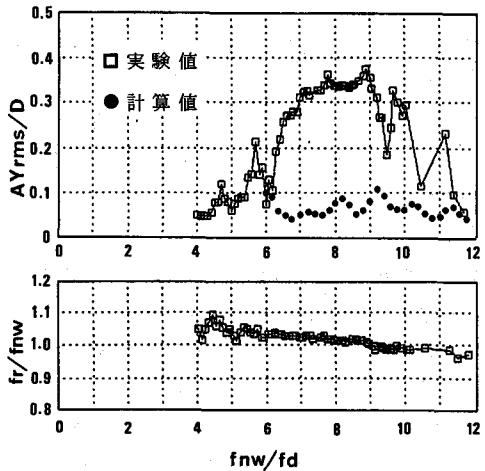


図-9 AY_{rms}/D と f_{nw}/f_d の関係 (KC=50)