

粒子流および粘土を多量に含む流体の不等流

Non-Uniform Flow for Mass of Sediment Particle
and Extreme Clay Content Liquid

大同 淳之*・市川 滋己**

By Atsuyuki DAIDO and Shigeki ICHIKAWA

To clear the difference among the liquid, the mass of sediment particle flow and the extreme content flow of clay, this report treats with the non-uniform flow of those flow. By the energy analysis for those fluid, the normal depth and the critical depth are defined as same as liquid. However, those flow has the non-flow part in the layer, because those fluid has the frictional angle or the yield shear stress.

To divide of the non-flow parts, the equilibrium gradient is introduced. The upper parts on the equilibrium gradient which is drawn from the behind corner of the obstacle move with the normal depth.

Keywords: mud-debris flow, non-uniform flow

1. はしがき

粒子流および粘土を多量に含む流体の挙動は、一般的に、水流のそれとは異なっていると考えられる。これらの流れの流動高さを算定することは、防災上必要である。自然で生じる流れは、一般に非定常流または不等流である。このような状況下の流動高さを予測するため、これらの流れと水流との違いが顕著に現れると予想される水路床の一部に突起物のある場合を取り上げ、その上を乗り越える粒状体および泥しょうの挙動を観測し、考察を行った。

流れに適用にしたエネルギーの考察から、このような流体についても等流流動深、限界流動深の定義ができ、水流と同じ扱いができるが、まさつ角、またはせん断降伏値を有する特性のため、水路内にある物質全体が流動することではなく、流れの中に、流動層と不流動層を区別する平衡勾配線を考慮する必要がある。この平衡勾配線より上部の層は、粒子流の抵抗則を適切に、評価し、まさつ角、降伏値を考慮することができれば、流動の形状は、通常の流体と同様に不等流として扱うことができることを述べるつもりである。

* 正会員 工博 立命館大学教授 理工学部土木工学科
(〒603 京都市北区等持院北町56-1)

** 学生会員 立命館大学大学院 理工学研究科土木工学専攻
(同上)

2. 砂れきの不等流流動

2. 1 実験による観測

実験には、幅10.0cm、長さ4.0mの側面がアクリル製の水路を用いた。水路のほぼ中央には、粒子流の不等流状態を発生させるために、高さ4.5cm、長さ29.5cmの障害物を設けた。そして、水路の上流端には、実験砂を入れるタンクを設け、タンクのゲートを開けることにより、重力流動で粒子流を発生させることとした。

粒子流の流動時の挙動を観測する方法としては、水路側面よりビデオカメラで、流動の形状を撮影し、高速ビデオカメラで、粒子の痕跡を撮影して、流速分布および、流量を得た。流動中の粒状体の空隙率は、下流端で流量を測定し、流動中の流積との比較で求めた。

実験は、粒径、水路勾配、ゲートの開口面積を表1のように、変化させて行った。なお、粗度の影響を調べるために床面に粒径 $d_m=0.35\text{cm}$ の砂を貼りつけた場合と貼りつけてない場合とを比較した。

実験に用いた砂は、ほぼ均一径で、比重は、ともに $\sigma=2.7$ で最充填濃度は、 $d=0.50\text{cm}$ で $C_s=0.51$ 、 $d=0.35\text{cm}$ で $C_s=0.522$ である。

実験に得られた流動形状の例を図2に示す。(a)は、勾配が急で滑面の場合、(b)は、勾配が(a)より緩く、粗面の場合の例である。

(a)は流動表面が大まかにみて、水路勾配に平行であるのに対し、(b)では水路勾配に比較して幾分急勾配をなしている。(a)の特徴は障害物の上、下流端付近で、局所損失の存在を示している。(b)では下流端のみで局所損失が存在し、上流側では少ない。障害物の上流側では表面からある深さ以上では停止している層があり、この停止層の上層にも薄く現れた。

2-2 粒状体の不等流流動に関する理論的考察

(a) 流動面形の基礎式

運動方程式は流れの抵抗則として、クーロン形の摩擦と、速度の2乗に比例する摩擦があると、考えると次のような関係が得られる。

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} = g \sin \theta - g \frac{\partial h}{\partial x} - \mu g \cos \theta - \frac{f'}{2\sigma ch} u^2 \quad (1)$$

とする。ここに、 μ :動的まさつ係数、 f' :抵抗係数、 σ :粒子密度、 g :重力加速度である。

定常であるとしたとき、式(1)は、

$$\sin \theta - \frac{\partial h}{\partial x} \left(1 - \frac{q^2}{gh^3}\right) = \mu \cos \theta + \frac{f'}{2\sigma ch} u^2$$

と変形できる。

したがって、流動の形状を表す式は、式(2)を変形し、次式で表される。

$$\frac{dh}{dx} = \frac{\sin \theta - \mu \cos \theta - \frac{f'}{2\sigma ch} u^2}{\left(1 - \frac{q^2}{gh^3}\right)} \quad (3)$$

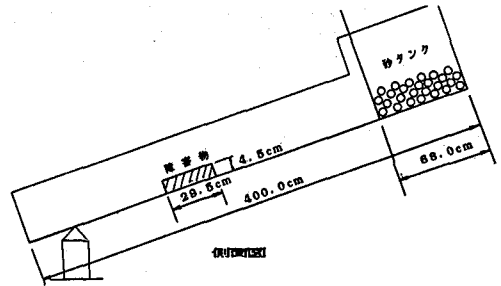


図-1 実験水路

表-1 実験条件

砂の粒径 d_m	0.50cm, 0.35cm
水路勾配 θ	30° 31° 32° 33° 34° 37°
ゲートの開口面積 $a\text{cm}^2$	100, 150, 200 250, 300
水路床面の状況	粗面、滑面

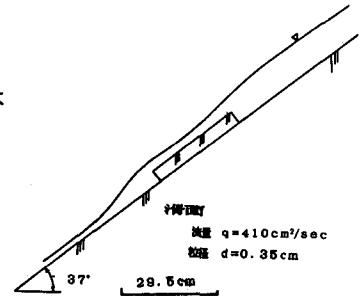


図-2-(a) 実験の観測例 (滑面)

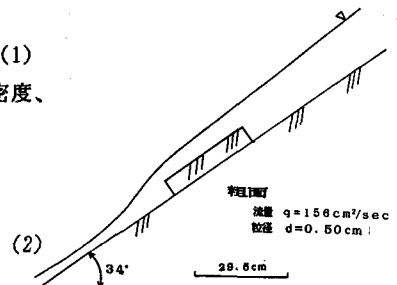


図-2-(b) 実験の観測例 (粗面)

(b) 限界流動深

粒状体が、流動しているときの流線上におけるエネルギー e は

$$e = \frac{u^2}{2g} + \frac{p}{\sigma g c} + z \quad (4)$$

と表される。したがって、比エネルギー E は

$$\bar{E} = \frac{u^2}{2g} + h \quad (5)$$

となるので、流れ全体の平均の比エネルギーは

$$\bar{E} = \frac{1}{\sigma c u_m A} \int_A \left(\frac{u^2}{2g} + h \right) \cdot \sigma c u dA \quad \text{より、}$$

$$\bar{E} = \alpha \frac{u_m^2}{2g} + h \quad \alpha = \int \frac{u^3}{u_m^3} \frac{\sigma c}{\sigma c} \frac{dA}{A} \quad (6) \text{となる。}$$

ここで、比エネルギー最小の条件を満たす深さとして、限界の流動深は、

$$h_0 = \left(\alpha \frac{Q^2}{g d^5} \right)^{1/3} \quad (7)$$

と表される。

(c) 等流流動深

せん断力と変形速度の関係に、Bagnoldの考え方をを用いると

$$\begin{aligned} & \rho g \sin \theta \int (1-c) dy + (\sigma - \rho \cos \theta) g \sin \theta \int c dy \\ & = \mu \sigma g \cos \theta \int c dy + K \sin \alpha \cdot \sigma (\lambda d)^2 \left(\frac{du}{dy} \right)^2 \end{aligned} \quad (8)$$

ここで、 μ :動摩擦係数、経験値より $\mu = 0.57$ を用いた。

$K \sin \alpha$:濃度によって決定される係数、 λ :線濃度

(8)式より、流速分布は

$$\begin{aligned} \frac{u}{u_*} &= \frac{2}{3} (K \sin \alpha)^{1/2} \psi^{1/2} \left(\frac{d}{h} \right)^{1/2} \left(\frac{y}{d} \right)^{3/2} \\ \psi &= \frac{\{\rho(1-c) + (\sigma - \rho \cos \theta)c\} \sin \theta - \mu \sigma g \cos \theta}{\sigma g \sin \theta} \cdot \left\{ \left(\frac{c}{c_0} \right)^{1/2} - 1 \right\}^2 \end{aligned}$$

この式より、平均流速は

$$\frac{u_m}{u_*} = \frac{4}{15} (K \sin \alpha)^{1/2} \psi^{1/2} \left(\frac{h}{d} \right) \quad (9)$$

したがって、この場合の等流流動深は、

$$h_0^{1/2} = \frac{15}{4} \frac{Q}{g^{1/2} \left(\frac{\sin \theta}{K \sin \alpha} \right)^{1/2} \psi^{1/2} \left(\frac{h}{d} \right)} \quad (10)$$

と定まる。ここに、 θ は後述の平衡勾配を用いる。

したがって、限界勾配は、

$$\sin \theta_0 = \left(\frac{16}{225} \frac{\psi}{d^2 K \sin \alpha} \left(\frac{\alpha^5 Q^4}{g^2} \right)^{1/3} \right)^{-1} \quad (11)$$

となる。

2-3 実験結果に対する考察

(a) 抵抗則

同一の粒径、水路勾配の条件で、行った実験の流量 q (cm^2/sec)と障害物上の流動深 h をプロットすると、図3のようになり、式(10)を満足している。したがって、式(10)の妥当性が確かめられた。そこで、式(8)、(9)、(10)中の係数 $K \sin \alpha$ を実験値より求めるとする。

$$\text{式(9)を変形して、} \frac{u_m}{u_*} \frac{1}{\sqrt{\psi}} = \frac{4}{15} (K \sin \alpha)^{1/2} \left(\frac{h}{d} \right) = A \left(\frac{h}{d} \right) \quad (12)$$

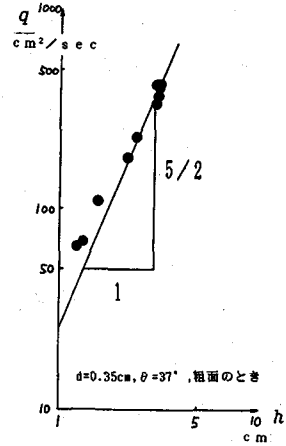
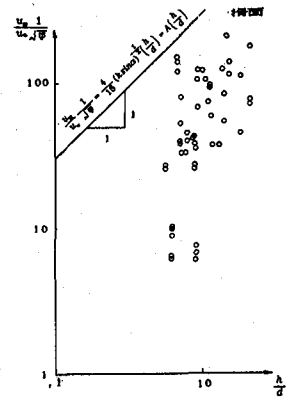
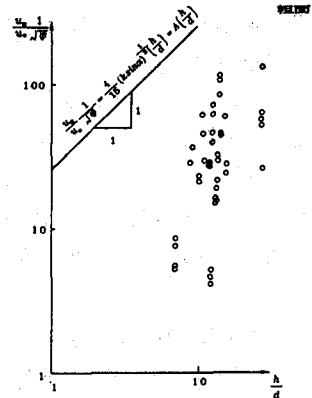


図-3 実験の流量と流動深の関係



(a)-1 滑面のとき



(a)-2 粗面のとき

図-4 粒子流の抵抗則

として、 $\frac{u_m}{u_* \sqrt{\lambda}}$ と $\frac{h}{d}$ の実験値の関係を図示すると、図4-(a)-1、-(a)-2、のようになる。図4-(a)より、Aの値が得られる。Aの値と流体の濃度Cの関係は、図4-bで示される。

したがって、Aの値は滑面のとき、 $A = 0.58 \cdot 10^{2.830}$ 、つまり
 $Ksina = 0.211 \cdot 10^{-5.70}$ 、粗面のとき、 $A = 0.31 \cdot 10^{2.830}$
 $Ksina = 0.740 \cdot 10^{-5.70}$ となる。

(b) 抵抗係数

式(2)を変形して、抵抗係数 f' を求めると、つぎのようになる。

$$f' = \frac{225}{8} \sigma k s i n \alpha \left(\frac{h}{d} \right)^2 \lambda^2 \quad (13)$$

ここに λ :線濃度 = $\{(c_v/c)^{1/3} - 1\}^{-1}$

実験により求められた f' と h/d の関係を図に示すと、図5となる。式(13)より得られる理論線も濃度別に引いたが、ほぼ実験値と比較して妥当なものと考えられる。

(3) 平衡勾配

式(2)の右辺は粒状体の流れに抵抗するものであり、左辺は外力である。

観測によると、堰上げされた部分は深さ方向について全面的に流動していない。粒状体は、摩擦角を持つため、 τ/σ が摩擦角以上にならないとすべりを起こさないためといえる。ただ、せん断力が $\sigma \tan \phi$ より大きくなるだけでは流れを維持することができず、流れを維持するためには、摩擦抵抗に見合うだけの質量力が必要である。したがって、流れを維持するために必要とする勾配、つまり、平衡勾配は、運動方程式より

$$\sin \theta_0 = I_s = \mu \cos \theta + \frac{1}{2\sigma \chi g} f' u^2 \quad (14)$$

となる。

式(13)の f' を用いて、式(14)より、平衡勾配を求め、河床の突起物より平衡勾配線を引き、式(10)から求められた h_0 を、この平衡勾配線より、上にとれば、等流が成立している部分の粒状体の流動表面となる。

(d) 実測結果と計算結果の比較

実験の1例として、図2のbのケースについて、流量と勾配と濃度を与え、限界流動深 h_c 、等流流動深 h_0 および、平衡勾配を求め、実験により得られた流動形の図に計算値を書き込んだのが図6である。

計算の結果は、限界流動深 $h_c = 4.129\text{cm}$ 、等流流動深 $h_0 = 4.107\text{cm}$ 、限界勾配 $\theta_c = 35.7^\circ$ 、平衡勾配 $\theta_0 = 36.8^\circ$ であった。この計算結果より判断される事項は、 $h_c > h_0$ ということから通常の流体の射流状態である事が判断される。この点

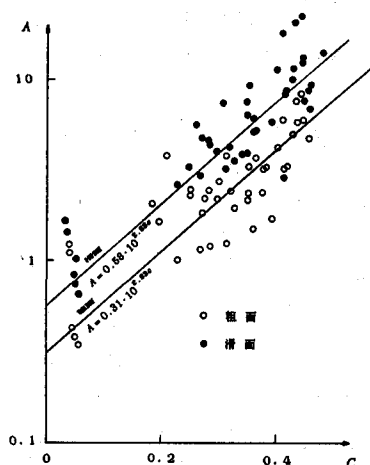


図-4-(b) 粒子流の抵抗則(濃度との関係)

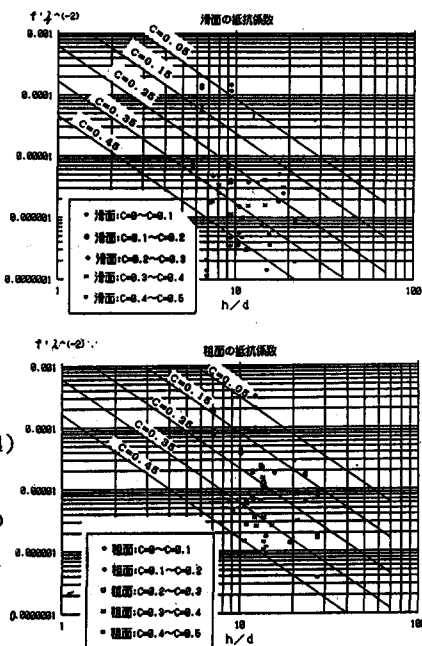
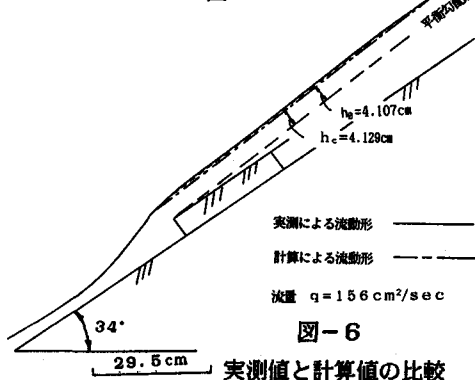


図-5 抵抗係数 f'



は、平衡勾配 $\theta_0 = 36.8^\circ$ が限界勾配 $\theta = 35.7^\circ$ よりも大きいという点からも判断できる事である。
 実験の結果の観察によると、水路勾配が平衡勾配よりゆるい場合、流動勾配と平衡勾配はほぼ等しい。これは粒子流の場合、流れ自身の調整能力で、流れはすぐ等流になり、長い区間の不等流現象は生じないとみられる。さらに平衡勾配が $\theta_0 = 36.8^\circ$ となっており、水路勾配との関係から流動表面が、平衡勾配と平行に位置していることが得られる。ちなみにもし、水路勾配が平衡勾配より急なとき、流動表面と水路勾配は平行になる。

3. 泥しよの不等流動

3. 1 実験における挙動

泥しよの実験も前述した、砂れきの流動の水路と同じ水路を用い、水路勾配は $\theta = 1^\circ \sim 10^\circ, 14^\circ$ の勾配で実施した。

泥しよは、平均粒径 $d_m = 0.34 \times 10^{-2} \text{mm}$ 、比重が、2.703の粘土を水に混入したものを用いた。混合比率は、図7に示すような条件である。このときの相対粘度は、次のように表される²⁾。

$$\frac{\mu_B}{\mu_0} = 1 + \frac{3}{\frac{1}{\phi_F} - 0.52} \quad (15)$$

ここに、 μ_B :泥しよの粘度、 μ_0 :溶媒の粘度、

ϕ_F :ブロックの容積濃度で $\phi_F = 2.08 \phi$ 。

また、泥しよのせん断降伏値は、次のように表される²⁾。

$$\tau_y = \tau_v + \tau_u = A_1(\phi_F - \phi_{c1})^2 + A_2\phi_F^2 = 4.5(\phi_F - 0.17)^2 + 0.131\phi_F^2 \quad (16)$$

ここに、 τ_u :ブロック集団の破壊に要する応力

τ_v :ブロック間の結合の破壊に要する応力

以上より、実験で用いた泥しよの物理的特性値は図7のようになる。

実験で観測された流動形状の例を図8に示す。

泥しよの障害物部分での流動形状の特徴を前述した砂れきの場合の流動形状と比較すると、勾配がきわめて緩いケースを除いては障害物より上流側の形状が大きく異なっている。つまり、水路床を基準とした流動深は、上流側のほうが低くなっていることが観測された。

3. 2 泥しよの流動に関する考察

このような泥しよが高速で流動するときには、ニュートン流体と同様にして表すことができるので、運動方程式からエネルギー勾配 I_e は次のように表される。^{1) 2)}

$$I_e = \frac{\tau_y}{\rho_B g h} = \frac{R'_a}{2g h} f'_B u_m^2 \quad (17)$$

$$R'_a = \frac{4}{7} \frac{a'}{(1-a'/3)^2} \quad a' = 1 - \frac{\tau_y}{\rho_B g h \sin \theta}$$

ここに、 ρ_B :泥しよの密度、 u_m :泥しよの平均流速、 f'_B :抵抗係数、 θ :水路勾配

Fa' は せん断降伏値以下のせん断応力の部分では必ずみ速度がなく、エネルギー消費が生じないことを補正する係数である。

したがって、抵抗係数 f'_B は

泥しよ 比重	粘土粒子の 濃度 ϕ_s	相対粘度 μ_r	せん断 降伏値 τ_y
1.383	0.225	15.04	0.148g/cm ²
1.358	0.210	9.21	0.111g/cm ²
1.323	0.190	5.94	0.071g/cm ²
1.292	0.171	4.39	0.046g/cm ²

図-7 泥しよの実験条件

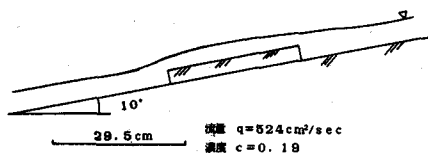
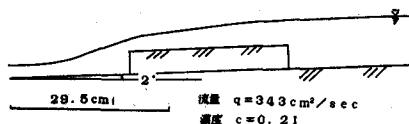


図-8 実験の観測結果

$$f'_s = \frac{2gh}{u_*^2 E'_s} \left(I_s - \frac{\tau_y}{\rho_s g h} \right) \quad (18)$$

と表される。

また、等流流動深 h_o は、次式のように書き表される。

$$h_o^3 = \frac{f'_s Q^2 E'_s}{2g b^2 \left(I_s - \frac{\tau_y}{\rho_s g h} \right)} \quad (19)$$

さらに、比エネルギー E についてもニュートン流体と同様に、

$$E = \alpha \frac{u_*^2}{2g} + z + h \cos \theta$$

と書く事ができるので、比エネルギー最小の法則より限界流動深 h_c は

$$h_c^3 = \frac{\alpha Q^2}{g b^2 \cos \theta} \quad (20)$$

と定義される。ここに、 α は流速分布の補正係数で、

$$\alpha = \frac{1 - \frac{19}{35} \frac{a'}{f}}{\left(1 - \frac{a'}{3} \right)^2}$$

となる¹⁾²⁾。

3. 3 実験結果に対する考察

実験より得られたデータを用いて、式(18)より抵抗係数 f'_s を求め、レイノルズ数 Re_B との関係を求めると、図9のようになり、その関係は次の式で示される。

$$f'_s = 0.23 - 0.045 \log(Re_B) \quad (21)$$

ここに、レイノルズ数 $Re_B = \frac{\rho u_* h_a'}{\mu_s}$

$$\Gamma_a' = \frac{3}{2} \Gamma_a' \left(\alpha^2 - \frac{a'}{3} \right)$$

今回行った実験は、水路の長さが短く、計算による流動形状と比較することは、適切でない。そこで、長い水路長の持った水路で行った実験の結果に平衡勾配の考え方を導入することとする。

この水路は、幅0.2m、長さ20mのサイズを持っており、実験では低下背水現象を発生させている。その実験の結果に、平衡勾配 $\sin \theta = I_s$ 、限界流動深 h_c 、等流流動深 h_o を加え図示したものが、図10である。図からも明らかなように平衡勾配線を引き、その線から等流流動深 h_o のところに、平行に引いた線が実際観測された流動形にほぼ一致していることが確認された。

4. 結論

粒子流および粘土を多量に含んだ流体が不等流状態にある場合について、考察を行い、水流と同一の考え方で、等流流動深 h_o 、限界流動深 h_c 、限界勾配 θ_c を決定した。

また、流体内部の流動域と不流動域の区分方法として、平衡勾配 θ_o を定め、その平衡勾配線から等流流動深の分だけ上に取ったものが不等流状態の流体の表面形状と一致することを見いだした。

参考文献

- 1) 大同淳之：障害物を越える粒子流の流れ，平成2年度砂防学会研究発表会概要集，pp214-217，1990年
- 2) 大同淳之：土石流に関する基礎的研究，京都大学学位論文，1970年

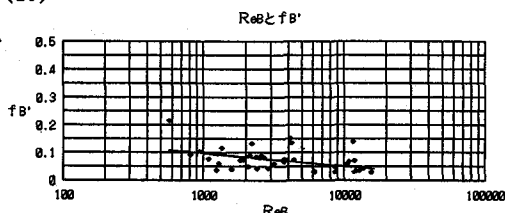


図-9 泥しよの抵抗係数

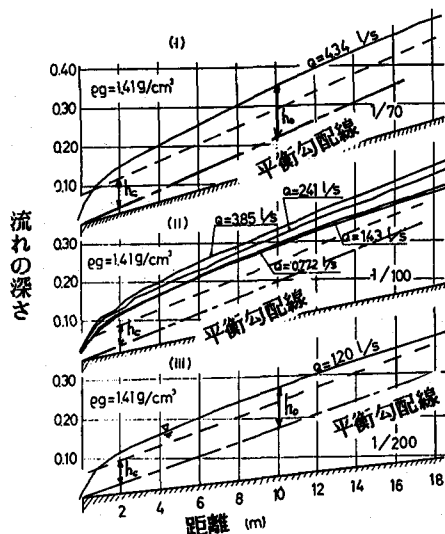


図-10 泥しよの流動形状