

感潮河川網の水質拡散計算

Calculation of Water Quality in a Network of Tidal Rivers

中野 晋*・山下 智**・小津慶久**・三井 宏***

by Susumu NAKANO, Satoshi YAMASHITA, Yoshihisa OZU and Hiroshi MITSUI

The purpose of this paper was the investigation of a numerical calculation method for a diffusion of pollution in a network of tidal rivers. Using the split-operator approach, an advective transport process was calculated by the two-point fourth-order Holly-Preissmann scheme and a dispersion process was calculated by the Crank-Nicholson scheme. The method of applying these schemes to the confluence and branching of a river were investigated. The calculated results for the Shinmachi River system were consistent with the observed ones.

Keywords: split-operator approach, diffusion, tidal river, river network

1. はじめに

著者らは徳島市内を網目状に流れる新町川水系の水質改善の一助となることを意図して、これまでにこの水系の流れ特性やポンプ導水の流れに及ぼす影響¹⁾、物質の移流による輸送について²⁾検討を進めてきた。その中で1次精度の風上差分法を用いて拡散方程式を差分法でBOD濃度の予測計算を行い、吉野川からの清浄水導入効果について検討した。しかし風上差分法では大きな数値的拡散が含まれ、精度的には問題が多い。そこで本研究では拡散計算の精度向上を図るため、より高精度な計算法について検討したものである。特に本水系は多くの中小感潮河川で構成されており、分合流点など数値計算する上で問題となる境界部を含むため、そうした点の処理方法についても検討した。

2. 水質計算手法

2・1 Split-Operator Approach

潮汐流が支配的で強混合と考えられる場合の感潮河川網の移流拡散現象は次に示す断面平均された連続式、運動方程式、物質収支式で表される。

* 正会員 工修 徳島大学講師 工学部建設工学科

** 学生会員 徳島大学大学院 工学研究科修士課程土木工学専攻

*** 正会員 工博 徳島大学教授 工学部建設工学科

(〒770 徳島県徳島市南常三島町2-1)

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q \quad (1)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{Q^2}{A} \right) + gA \frac{\partial H}{\partial x} + gAI_f = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (AC) + \frac{\partial}{\partial x} (AUC) = \frac{\partial}{\partial x} \left(AD_L \frac{\partial C}{\partial x} \right) + q' \quad (3)$$

ここで A は断面積, Q は流量, q は横流入出流量, H は水位, I_f は摩擦勾配, C は物質濃度, U は断面平均流速, D_L は移流分散係数, q' は物質の付加流入量である。

感潮部の不定流計算は Lax-Wendroff 法など多くの方法を用いることができるが, 感潮河川網のように分合流点や河川断面の変化が多い場合には計算格子を不等間隔に取らざるをえない。この点で須賀³⁾の1次元陰形式差分法は計算格子をかなり自由にとれること, 流量の急変が少ない場合には比較的精度が良いなど, 感潮河川網の計算には適していると考えられる。

物質の拡散計算には移流項と拡散項を別個に取り扱うことのできる Split-Operator Approach⁴⁾を用いた。これは式(3)の左辺の移流と右辺の分散を便宜的に分離して, 計算を進めるもので, 断面積と流速が一様である場合には, まず

$$\frac{\partial (AC)}{\partial t} + \frac{\partial (AUC)}{\partial x} = 0 \quad (4)$$

によって次のタイムステップの濃度 C_i の分布を求め, 続いて

$$\frac{\partial (AC)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(AD_L \frac{\partial C}{\partial x} \right) \quad (5)$$

を解くことにより, 次の時間の最終的な濃度 C が求められる。

式(4)の移流項による物質輸送の計算を行うため, これまで風上差分をはじめ, 多くのスキームが提案されている。しかしそれらの多くは少なからず数値拡散や位相のずれを含んだ結果を与える。近年, Holly-Preissmann スキーム⁶⁾や 6-point スキーム⁶⁾が開発され, 飛躍的に高精度な計算が可能となった。Holly-Preissmann スキームは 2点 x_{i-1} , x_i の濃度 C と濃度勾配 C' ($=\partial C/\partial x$) を用いて濃度と濃度勾配の移流計算を行う方法である。これに対し, 6-point スキームでは 6点の C の値を用いて計算する。両スキームとも等間隔の計算格子を対象とした手法であるため, 対象としている水系に適用するためには不等間隔格子への拡張が必要となる。そこで不等間隔格子への拡張が簡単であると思われる Holly-Preissmann スキーム (以下 HP スキームと呼ぶ) を採用することにした。また拡散項の計算には Crank-Nicholson スキームを用いた。

2・2 Holly-Preissmannスキームの拡張

河川を図-1のような1次元の不等間隔格子として考える。流速 (あるいは流量) と水位は実線の断面で, 濃度はその間の破線で示す断面で計算するものとする。実河川では断面積 A , 断面平均流速 U はともに場所的, 時間的に変化するため, 式(4)をそのまま適用できないが,

破線で示す隣接した断面間では近似的に $A = (A_i + A_{i-1})/2$, $U = U_i$ で表され, A の時間変化も小さいと仮定する。この場合には, HP スキームによると $x = x_i$, $t = t^{n+1}$ の濃度 C_i^{n+1} は

$$C_i^{n+1} = a_1 C_{i-1}^n + a_2 C_i^n + a_3 C_{i+1}^n + a_4 C_i^n \quad (6)$$

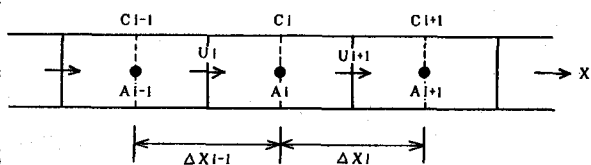


図-1 計算格子

$$\begin{aligned} a_1 &= C_{ri}^2 (3-2C_{ri}), \quad a_2 = 1-a_1, \quad a_3 = C_{ri}^2 (1-C_{ri}) \Delta x_{i-1} \\ a_4 &= -C_{ri}^2 (1-C_{ri})^2 \Delta x_{i-1} \end{aligned} \quad (7)$$

で表され、濃度勾配 C'_{i-1} は

$$C'_{i-1} = b_1 C_{i-1}^n + b_2 C_i^n + b_3 C_{i-1}^{n+1} + b_4 C_i^{n+1} \quad (8)$$

$$b_1 = 6C_{ri}(1-C_{ri})/\Delta x_{i-1}, \quad b_2 = -b_1, \quad b_3 = C_{ri}(3C_{ri}-1) \quad (9)$$

$$b_4 = (C_{ri}-1)(3C_{ri}-1)$$

で表される。ここで C_{ri} はクーラン数 ($C_{ri} \equiv U' \Delta t / \Delta x_{i-1}$) である。この両者を用いることにより移流による C の輸送が計算できる。このように C と C' を求めた後、

$$\begin{aligned} A_i \frac{C_i^{n+1} - C_{a,i}^{n+1}}{\Delta t} &= \frac{\theta D_L (A_{i+1} + 2A_i + A_{i-1})}{\Delta x_{i-1} + \Delta x_i} \left\{ \frac{(C_{i+1}^{n+1} - C_i^{n+1})}{\Delta x_i} - \frac{(C_i^{n+1} - C_{i-1}^{n+1})}{\Delta x_{i-1}} \right\} \\ &+ \frac{(1-\theta) D_L (A_{i+1} + 2A_i + A_{i-1})}{\Delta x_{i-1} + \Delta x_i} \left\{ \frac{(C_{a,i+1}^{n+1} - C_{a,i}^{n+1})}{\Delta x_i} - \frac{(C_{a,i}^{n+1} - C_{a,i-1}^{n+1})}{\Delta x_{i-1}} \right\} \end{aligned} \quad (10)$$

のように式(5)を差分化したものから最終的な濃度 C_i^{n+1} が求められる。なお θ は重みを表すパラメータで $0 \leq \theta \leq 1$ 、特に $\theta = 1/2$ の時には Crank-Nicholson スキームとなる。ここで濃度勾配 C'_{i-1} は外部境界と合流点以外では

$$C'_{i-1} = (C_i^n - C_{i-1}^n) / \Delta x_{i-1} \quad (11)$$

で近似できる。

2・3 分合流点と外部境界での処理

感潮河川網の計算を行うためには外部境界のほかに分合流点での処理が重要となる。まず図-2で示すような外部境界と分合流点を考える。濃度勾配 C'_B は C_{i-1} と C_{i-2} を Taylor 展開を用いて C_B と C_B の導関数として表し、さらに両式から C'_B を消去して変形すると次の式で近似できる。

$$C'_B = \frac{\Delta x_{i-1}^2 C_{i-2} - (\Delta x_{i-1} + \Delta x_{i-2})^2 C_{i-1} - \{\Delta x_{i-1}^2 - (\Delta x_{i-1} + \Delta x_{i-2})^2\} C_B}{\Delta x_{i-1} \Delta x_{i-2} (\Delta x_{i-1} + \Delta x_{i-2})} \quad (12)$$

これを用いると式(6)、(8)から移流による濃度輸送が計算できる。式(10)の拡散項の差分計算では分合流前後の濃度が必要となる。図-3を参考にして分流後の仮想濃度 $\hat{C}$ と断面間距離 $\hat{\Delta x}$ などを次式で求められると仮定した。

$$\hat{C} = \frac{A_2 C_2 \Delta x_2 + A_3 C_3 \Delta x_3}{A_2 \Delta x_2 + A_3 \Delta x_3}, \quad \hat{\Delta x} = \frac{A_2 \Delta x_2 + A_3 \Delta x_3}{2(A_2 + A_3)}, \quad \hat{A} = \frac{A_2 \Delta x_2 + A_3 \Delta x_3}{2 \hat{\Delta x}} \quad (13)$$

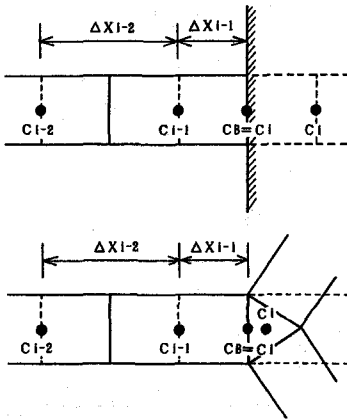


図-2 境界・分合流部の計算格子

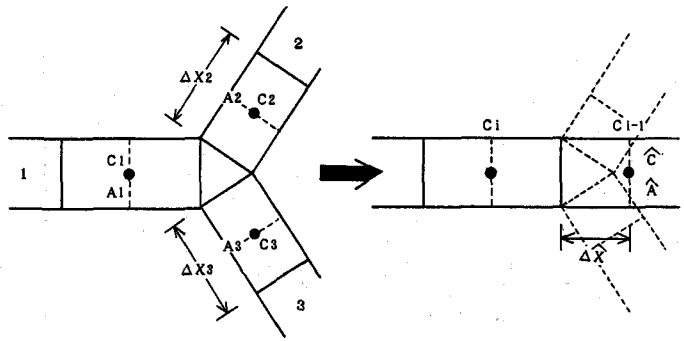


図-3 分合流部の処理

3. 数値計算結果と考察

3・1 計算対象河川

図-4 に計算対象水系の概要図を示す。図に示されているように不等間隔(100~650m)の54断面で分割した。図中に示した断面で流量と水位を計算し、2断面の中央で物質濃度の計算をした。

新町川河口、新町樋門、沖洲樋門の水位は周期が720分で潮差が2.0mの余弦波として与えた。摩擦勾配に用いるManningの粗度係数 n は水系全体にわたり0.035, 計算のタイムステップは120秒, 助走計算時間は20日とした。

3・2 計算結果

(1) 分合流前後の拡散状況

河川網でこの計算手法を用いる場合には物質が分合流点を越えて正常に輸送されているかどうかを確認する必要がある。そこで田宮川上流端から一定流量 $Q=10\text{m}^3/\text{s}$ が流入する時の不等流を考え、田宮川と新町川および新町川と助任川の合流点を越えて流下する物質濃度の時間変化状況を調べた。計算では6時間の助走計算の後、田宮川上流端の物質濃度を0から10に変化させ、2時間後に再び0にしてその後の各断面の濃度変化を計算した。図-5は田宮川中流(A)、助任川(B)、新町川中流(C)、新町川下流(D)での濃度の時間変化を示す。田宮川に流入した物質が分合流点を通して拡散する状況が表されている。

(2) 塩分拡散についての計算結果

保存性物質である塩分濃度の拡散状況について移流分散係数を D_L を0, 20, $50\text{m}^2/\text{s}$ と変化させて計算した結果を図-6~8に示す。これらは各断面の塩素イオン濃度 Cl^- (%)の新町川河口からの距離 x に対する変化を新町川本川(実線), 助任川(点線), 田宮川(破線)について示している。また図-9は同じ計算を1次精度の風上差分法²⁾によって行ったものである。図中の記号は徳島県⁷⁾の調査による Cl^- 濃度の年

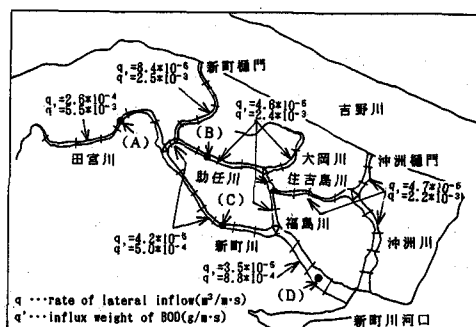


図-4 計算対象河川の概要

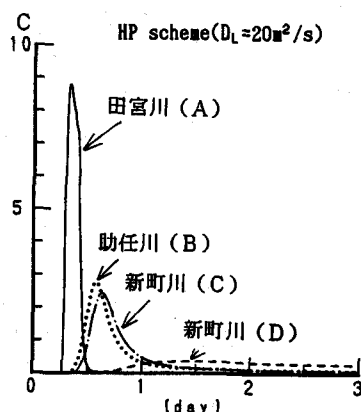


図-5 分合流前後の地点の濃度の時間変化

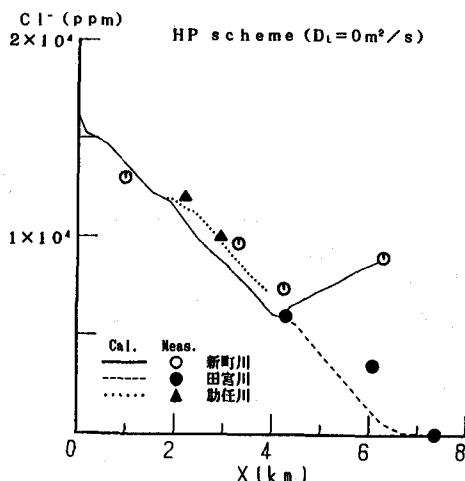


図-6 河口からの距離と Cl^- 濃度 ($D_L=0\text{m}^2/\text{s}$)

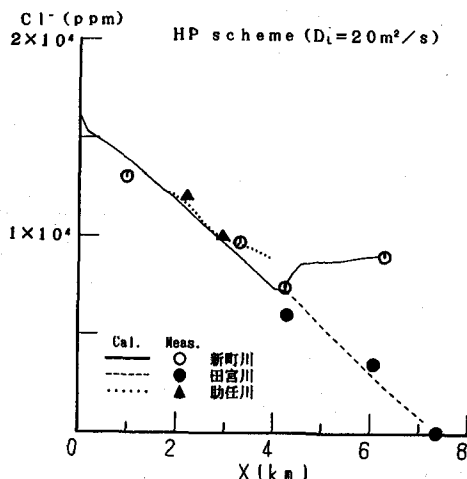


図-7 河口からの距離と Cl^- 濃度 ($D_L=20\text{m}^2/\text{s}$)

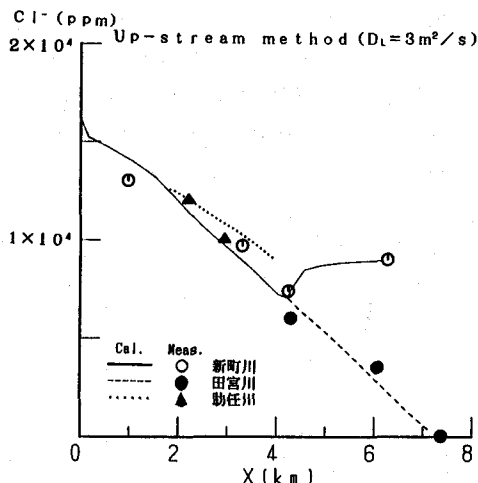
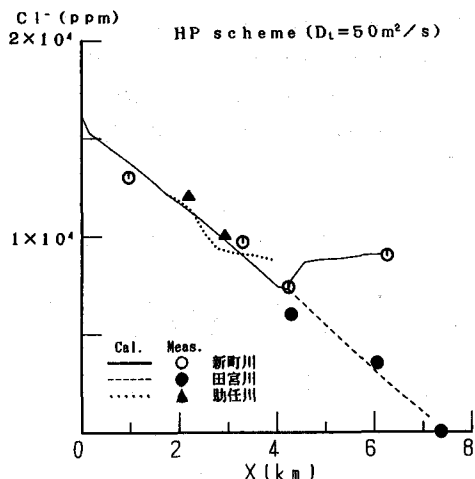


図-8 河口からの距離と Cl^- 濃度 ($D_L=50\text{m}^2/\text{s}$)
 平均値を示している。この計算での境界条件は田宮川、大岡川上流端での流入流量はそれぞれ $0.8\text{m}^3/\text{s}$ 、 $0.0\text{m}^3/\text{s}$ 、境界での Cl^- 濃度は新町川河口、沖洲樋門、新町樋門、田宮川上流端、大岡川上流端で平成元年度の年平均値よりそれぞれ 1.56, 0.95, 0.9, 0.0026, 0.65% として与えた。 $D_L=0\text{m}^2/\text{s}$ の場合には本川と田宮川での再現性が悪く、 $D_L=50\text{m}^2/\text{s}$ では助任川での塩分再現性が悪いことがわかる。これに対し $D_L=20\text{m}^2/\text{s}$ の計算結果は 3川ともに塩分再現性が良いことがわかる。また風上差分法でも計算結果と観測値は比較的よく一致しているが、助任川での再現性は $D_L=20\text{m}^2/\text{s}$ の場合に比べると良くない。図-10は水系内の 8地点についての観測値と計算値の相対誤差の平均自乗誤差 R を移流分散係数 D_L に対してプロットしたものである。この図から●で示したHPスキームでは $D_L=20\text{m}^2/\text{s}$ 付近で誤差が最小となることがわかる。これに対し○で示した風上差分法の場合には $D_L<20\text{m}^2/\text{s}$ でHPスキームに比べて誤差が小さくなっており、塩分分散現象を比較的良く再現できることがわかる。

図-9 河口からの距離と Cl^- 濃度 (風上差分法)

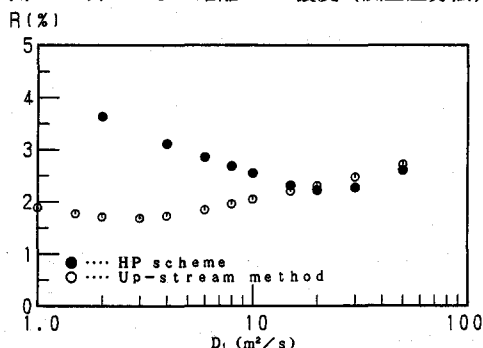


図-10 D_L と相対誤差の自乗和の関係

(3) BOD濃度についての計算結果

分解可能な有機物量は流れの中で増減するため、本来はBOD濃度を塩素イオンのような保存性物質と同じに取扱えないが、ここでは計算結果の特性を調べるために塩素イオン濃度と同様な計算を実施した。計算に用いた条件は横流入流量、BOD横流入フラックスは各河川についての徳島県の調査結果⁹⁾を基に、図-4に示したように各河川ごとに一様に流入するとして与え、境界部のBOD濃度は新町川河口、沖洲樋門、新町樋門でそれぞれ 0.5, 0.9, 0.9ppm として与えた。その他の条件は塩素イオン濃度の計算と同じである。図-11は $D_L=20\text{m}^2/\text{s}$ の時の新町川河口からの距離 x に対する 1日平均BOD濃度の変化をHPスキームを用いて計算した結果を示す。年平均BOD濃度の観測値に比べ、計算値がかなり大きな値となっている。また汚濁負荷量の最も大きい田宮川では観測値が上流から下流に向かって急減するのに対し、比較的緩やかな減少傾向を示しているのがわかる。これらの原因として、想定した汚濁負荷量 (BOD横流入フラックス) が過大であった可能性があること、計算では田宮川の汚濁負荷を一様に流入させているが、実際には場所的に変化が大きいこと、BODの消散過程を無視していることなどが考えられる。次に示す図-12は汚濁負荷

量を全域で 1/2 に減じて計算したものである。当然、BOD 濃度は全域でほぼ半減しているが、それでもこの水系の BOD 濃度の分布特性を再現できていない。同様な計算を風上差分法で計算したものが図-13 である。この計算では汚濁負荷量は調査結果をそのまま用いているが、HP スキームに比べ、観測値と近い計算結果となっている。いずれにしてもこうした計算から水質予測を行うためには元となる汚濁負荷量の精密な推定が最も重要であることが再認識される。

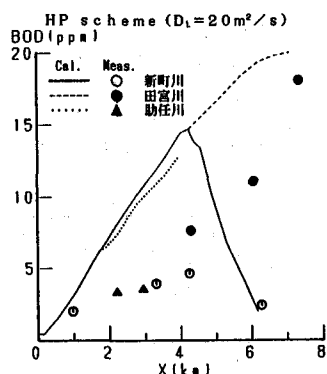


図-11 河口からの距離と BOD

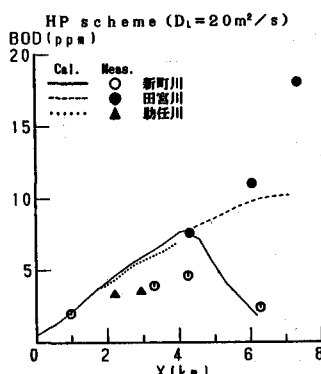


図-12 河口からの距離と BOD
(汚濁負荷量を 1/2 とする)

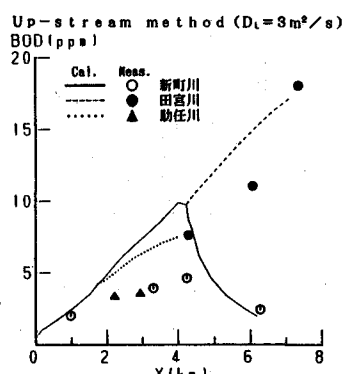


図-13 河口からの距離と BOD
(風上差分法)

4. おわりに

本研究では多くの分合流点を含む感潮河川網の物質輸送の数値計算手法について検討した。より高精度な計算を行うため、移流項の高精度な差分法である Holly-Preissmann scheme に基づき、これを実河川に適用する場合の拡張法について分合流点での処理も含めて検討を加えた。この計算法を徳島市内の新町川水系に適用し、その妥当性を調べた結果、塩素イオン濃度の地域分布特性を正確に再現できることが確認された。同様な計算を風上差分法でも実施したが、HP スキームと同等程度の精度で塩分分散現象が再現できることがわかった。

参考文献

- 1) 中野 晋・山下 智・三井 宏：浄化ポンプによる都市河川水質制御－徳島市新町川水系を対象として－，水工学論文集，34，pp.67-72，1990。
- 2) 山下 智・中野 晋・小津慶久・三井 宏：ポンプ導水による徳島市都市河川の水質改善効果，45 回年講，pp.222-223，1990
- 3) 須賀亮三・葛西敏彦：陰形式差分法による不定流計算法，土木技術資料，24-4，pp.27-32，1982
- 4) 小松利光：環境水理学における拡散問題，第26回水工学に関する夏期研修会講義集，A-3，pp.1-25，1990
- 5) Holly F.M. and A. Preissmann：Accurate calculation of transport，A.S.C.E. 103，HY11，pp.1259-1277，1977。
- 6) Komatsu, T., Holly, F.M., Nakashiki, N. and Ohgushi, K.: Numerical calculation of pollutant transport in one and two dimensions, JHHE, 3-2, pp.15-30, 1985
- 7) 徳島県：大気汚染、公共用水域及び地下水の水質汚濁の状況についての測定結果，平成元年度
- 8) 徳島県公害対策審議会資料：新町川の将来水質予測について，1987