

湖沼の水温構造の予測モデル
PREDICTION OF THE ANNUAL CYCLE OF THE TEMPERATURE CHANGES
IN A STRATIFIED LAKE

高津 治*・中村由行**・早川典生***

By Osamu TAKATSU, Yoshiyuki NAKAMURA and Norio HAYAKAWA

A one-dimensional mathematical model is proposed to describe thermal stratification in lakes. The vertical diffusion coefficient is formulated in terms of wind velocity and the gradient Richardson number. Heat exchange through the air-water interface can be calculated from the observed daily averaged meteorological data. This model is validated for simulation of temperature field observed in Lake Chuzenji. Calculated results of the thermal structure of the lake showed good agreement with the observed data. Effect of wind velocity on the thermocline formation is also evaluated.

Key words: mathematical model, thermal stratification, eddy diffusivity

1. はじめに

従来展開されてきた温度成層のモデル化には、大別して、混合層内を積分した形でエネルギー収支を議論する混合層型のアプローチ（例えば、Kraus and Turner¹⁾）と、乱流拡散型のアプローチ（例えば、Sundaram and Rehm²⁾, Henderson-Sellers³⁾）とがある。

前者のタイプは、風等の機械的あるいは熱的外乱に対する連行現象の知見を取り入れることができ（室田ら⁴⁾）、躍層の位置や混合層水温の予測を容易に行うことができる。しかしながら、積分された取扱いのために、溶存酸素等の水質の予測に用いるのは困難である。

後者のタイプは、鉛直方向の細かい水質の変化を記述するためには有利であるが、乱流拡散係数をどう推定するかという問題がある。一般にこうしたモデルでは、鉛直拡散係数 K_z を一定とすることが多いが（例えば、電中研モデル⁵⁾など）、一年を通じての変化を満足に再現することは難しい。一方、 K_z を時間的、空間的な変数とするモデル化の問題点は以下のように整理できる。まず、Babajimopoulos and Papadopoulos⁶⁾や Sundaram and Rehm²⁾は K_z を風速と密度成層に依存した形で表したモデル化を行った。これらは、渦動粘性係数 K_M が安定度に関係であると仮定されており、この点は乱流プラントル数を介して K_z の値に影響してくるので、 K_z の正確な予測を与えているとは言い難い。Henderson-Sellers³⁾は、 K_z , K_M ともに安定度に依存した

- | | | |
|---------------|-----------------|-------------------------|
| * 学生員 | 長岡技術科学大学大学院修士課程 | (〒940-21 長岡市上富岡町1603-1) |
| ** 正会員 工博 | 長岡技術科学大学助手 | (同上) |
| *** 正会員 Ph.D. | 長岡技術科学大学教授 | (同上) |

形を与え、 K_z 及び R_i 数がexplicitに与えられる式を示した。中立条件下では回転・風速の効果も取り入れている。しかしながら、剪断力の分布に関して定式化の過程で理論的に不整合がある。著者らは、こうした問題点を解決すべく、乱流エクマン層理論とのアナロジーに基づいて、Henderson-Sellersの式を修正し、大阪湾の実測塩分分布から逆算した K_z の分布をよく説明することを示した⁷⁾。

以上の定式化は、回転の効果が現れる広い湖沼や海洋を対象に開発されたものであるが、本研究では入力となる気象条件のデータの得やすさ、水温観測の密度等を勘案し、中禅寺湖に本モデルを適用し、モデルの検証を行う。併せて、気象条件（風速）の変動が水温躍層形成に及ぼす影響を調べる。

2. モデル

2.1 鉛直一次元熱輸送方程式

鉛直一次元熱輸送方程式は、以下のように表される。

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{A(z)} \frac{\partial}{\partial z} (A(z) K_z(z, t) \frac{\partial T}{\partial z}) - \frac{1}{\rho C_p A(z)} \frac{\partial}{\partial z} (A(z) q(z)) \quad (1)$$

ここで、 $A(z)$ 、 T 、 t 、 K_z 、 ρ 、 C_p 、 q は、それぞれ、断面積、水温、時刻、鉛直拡散係数、密度、比熱、短波放射による熱フラックスである。 q については、Dake and Harleman⁸⁾に基づいて、

$$q(z) = (1-\beta) Q_0 \exp(-\eta z) \quad (2)$$

とおく。但し、 η は消散係数、 β は短波放射の内水表面近傍で吸収される割合、 Q_0 は正味短波放射量である。

2.2 境界条件

表面($z=0$)における境界条件は、水表面と大気間の全熱交換量で与えられる。気象データを用いた熱交換量は、様々な形で多くの研究者により定式化が成されているが、ここでは、Murakami et al.⁹⁾が用いた一連の式を用いる。全熱交換量は以下のような形で表される。

$$Q_T = Q_S + Q_R + Q_E + Q_C \quad (\text{cal/cm}^2/\text{day}) \quad (3)$$

ここで、 Q_S は短波放射による有効日射量、 Q_R は長波放射による有効逆放射量、 Q_E は蒸発による潜熱輸送量、 Q_C は熱伝導や対流による顕熱輸送量であり、それぞれ以下の式を用いて算定する。熱量はすべて、大気から水面への入射を正の方向と考える。

$$Q_S = (1-r) I \quad (4)$$

$$Q_R = -\varepsilon \sigma \theta_s^4 (0.39 - 0.058 e_a^{1/2}) (1 - k_c C^2) - 4\sigma \theta_s^3 (\theta_s - \theta_a) \quad (5)$$

$$Q_E = -L \rho E \quad (6)$$

$$Q_C = R Q_E \quad (7)$$

ここで、 r ：水面でのalbedo、 I ：日射量(cal/cm²/day)、 ε ：有効放射率（黒体放射と湖水の放射の比）、 σ ：ステファンボルツマン定数=1.171×10⁻⁷(cal/cm²/day/deg⁴)、 θ_s ：表面水温(K)、 θ_a ：気温(K)、 e_a ：水面付近における大気の水蒸気圧(mb)、 k_c ：緯度による係数=0.65（北緯35°において）、 C ：雲度、 L ：単位質量当りの蒸発潜熱(cal/g)、 ρ ：湖水の密度(g/cm³)、 E ：蒸発速度(cm/day)、 R ：ボーエン比である。また、 L 、 E 、 R はそれぞれ

$$L = 597.1 - 0.57 T_s$$

$$E = 1.037 \times 10^{-2} u (e_s - e_a)$$

$$R = 0.66 (\theta_s - \theta_a) / (e_s - e_a)$$

より計算する。ここで、 T_s は表面水温(°C)、 u は風速(m/sec)、 e_s は θ_s に対する飽和水蒸気圧である。モデル中では、 T_s は一つ前のタイムステップにおける第一層の水温の値を用いる。

底面($z=H$ 、 H は全水深)における境界条件としては、鉛直熱フラックス=0を考慮する。

2. 3 鉛直拡散係数の推定

乱流拡散型のアプローチによる鉛直熱構造のモデルでは、鉛直渦拡散係数 K_z の推定が重要であり、様々な手法が試みられている。この点に関して著者ら⁷⁾は以下の式を提案している。

$$K_z = \kappa u_* s z \exp(-k \cdot z) f(Ri) \tag{8}$$

$$Ri = \frac{-1 + \{1 + 40 N^2 \kappa^2 z^2 / u_*^2 \exp(-2k \cdot z)\}^{1/2}}{20} \tag{9}$$

ここで、 κ はカルマン定数、 Ri はリチャードソン数、 u_* は水表面摩擦速度、 N はブルントバイセラ振動数である。また、 k は摩擦速度の減衰係数であり、乱流エクマン層とのアナロジーから、海洋混合層でのKondo et al.¹⁰⁾の成果を基に、

$$k = 4.7 f / u_* \quad (= 0.51 \sin \phi / U) \tag{10}$$

と表すことができる。ただし f はコリオリ係数、 ϕ は緯度、 U は風速である。式(8)において、安定度依存性を表す $f(Ri)$ については、大阪湾における著者らの検討をもとに、以下のMunk-Anderson式を用いる⁷⁾。

$$K_z / K_{z0} = f(Ri) = (1 + \alpha Ri^\gamma)^{-\beta} \quad (\alpha = 10/3, \beta = 3/2, \gamma = 1) \tag{11}$$

3. 検証計算

中禅寺湖を対象にモデルの検証計算を行う。中禅寺湖は東西6.54km、南北1.85km、湖表面12.1km²、平均水深94.7m、総貯水量11.4億m³の堰止湖である¹¹⁾。検証の対象期間は、1982年の一年間とする。同年一年間を含む期間の水温イソプレットを図-1に示す。中禅寺湖は、典型的な深い温帯湖の特徴を有する。すなわち、冬期及び春期の2度の循環期を持ち、図中でも、冬期の循環期から逆列成層へ、春期の循環期から水温躍層の形成へ、そして、再び冬期の大循環へと至る湖水温の季節変化が明瞭に認められる。この時間的、空間的な湖水温の変化を再現することを目的とする。

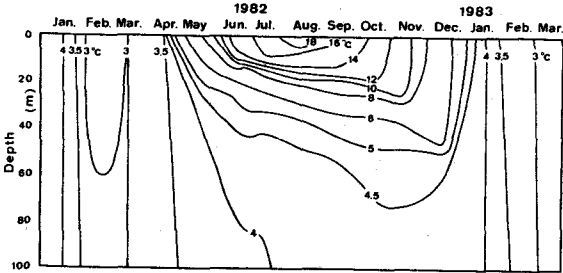


図-1. 中禅寺湖における水温観測値¹¹⁾。数値は水温(℃)

3. 1 計算条件

表層における境界条件である式(4)～(7)に対するinputとして、中禅寺湖に比較的近い日光測候所の毎日の気象観測データ¹²⁾を用いる。実際に用いたデータは気温、相対湿度、雲度、平均風速、日照時間である。計算に必要な大気の水蒸気圧については気温と相対湿度から算定した。また、日射量についても実測のデータを得られなかったため、日照時間から日射量を推定する大概ら¹³⁾の方法を基に、

$$I / I_0 = a + b (n / N) \tag{12}$$

を用いて毎日の値を算定した。ここに、 I は全天日射量、 I_0 は単位時間当りに水平面に入射する大気外放射量、 n は日照時間、 N

表-1 パラメーター諸量

緯度	$\phi (^{\circ})$	36.5
日射吸収率	β	0.4
消散係数	$\eta (m^{-1})$	0.1
カルマン定数	κ	0.4
抵抗係数	C_d	1.2×10^{-3}
アルベド	r	0.04
有効放射率	ε	0.96

表-2 計算ケース一覧

ケース	拡散係数 $K_z (m^2/day)$	風速 $U (m/sec)$
BL	式 (8)	日平均値
K1	0.1 (constant)	日平均値
K2	1.0 (constant)	
K3	10.0 (constant)	
UM	式 (8)	日平均値 $\times 1.5$
UA		月平均値
UL		-2σ
UH		$+2 \sigma$

は日照時間である。a, bはそれぞれ宇都宮における値、 $a = 0.20$, $b = 0.43$ (観測期間1973~1980)を用いた。

計算に用いたパラメーターの諸量は表-1に示す通りである。表中、消散係数 η は、中禅寺湖における透明度(T_r)の観測値が15mをめったに越えないことから、一般に湖沼で用いられる $\eta = 1.7/T_r^{1.4}$ を考慮して決定した。計算は1982年1月1日をスタートとして、12月31日までの一年間を検証期間とした。層分割は、計算の対象とする全水深80mを一定厚さ2mの全40層に分割した。断面積は水深 z によって変化する関数として与えた。時間ステップは1/10(day)とし、各ステップ毎に、前タイムステップの密度を用いて式(8)~(11)より K_z が計算される。そして、式(1)と(2)より水温及び密度が求められ、密度の逆転が生じていないかのチェックを行い、逆転していれば瞬間的に混合させるようにする。密度逆転のチェックの後、次のステップに移る。水温の初期条件は、実測の水温プロファイルより推定した値を各層毎に与えた。

上記の計算条件(baselineケース'BL')のほかに、鉛直拡散係数を時空間的に一定とした3ケース(K_1, K_2, K_3 、表-2参照)を条件とする計算を行い、 K_z の値を変化させる効果を調べた。

3.2 計算結果

ケースBLの計算結果を図-2に、観測水温との比較を図-3に示す。図-1と比較して、中禅寺湖の湖水循環パターンは良く再現されているようである。 K_z を時間的、空間的に一定とした場合の、ケース K_1, K_2, K_3 の逆列成層期(Feb. 18)、受熱期初期(May. 19)、成層期(Aug. 16)、放熱期初期(Nov. 11)の水温プロファイルの観測値との比較を図-4に示す。これらを比較すると、 K_z が $0.1(m^2/day)$ の場合すなわち、ケース K_1 については、成層期は観測値との適合度が比較的高いのに対して、冬期の逆列成層期において表面付近での K_z が過小評価されるため、表層の冷却が極端に大きい。また、逆に $K_3(10 m^2/day)$ の場合は、成層期から放熱期にかけて K_z の過大評価により、明瞭な水温躍層が形成されない。このように、時間的・空間的に一定の K_z のみでモデルを記述するには限界があり、一年を通じての水温プロファイルの変動の再現という点ではケースBL、つまり本モデルの妥当性が証明される。

3.3 感度解析(風に対する応答)

入力として用いた気象データは、湖上における値ではなく陸上値で

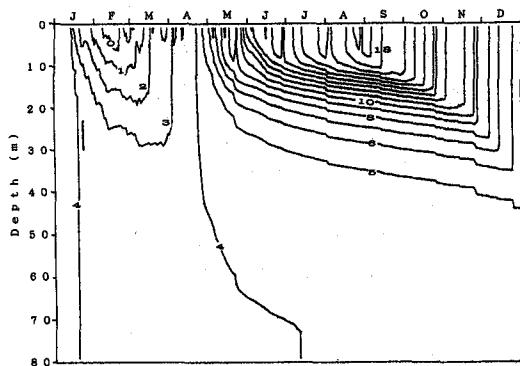


図-2. 数値計算結果

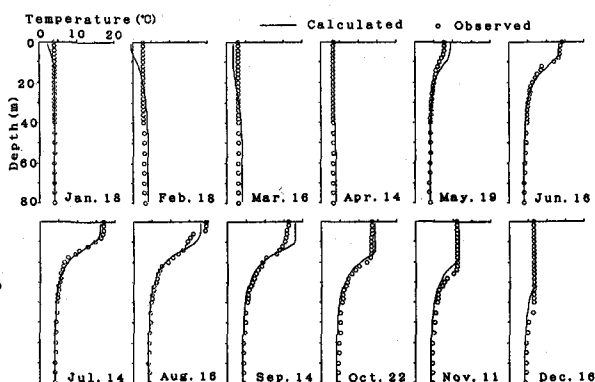


図-3. 観測水温と数値計算結果との比較

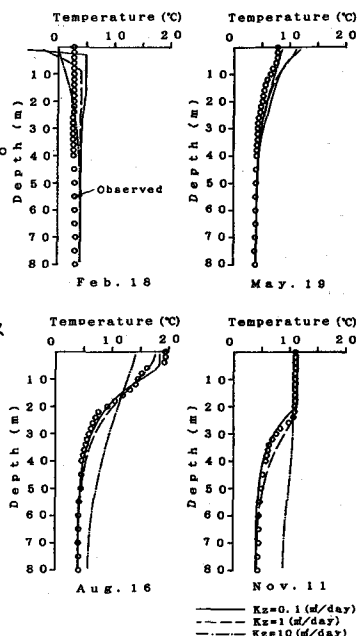


図-4. K_z を一定にした計算結果

ある。一般に湖面上の風速は陸上で観測される風速の1.3倍とも1.5倍とも言われており、湖上値は陸上値になんらかの補正を行う必要がある。しかしながら、湖上観測が行われていないことから、その正確な補正量を推定することは困難である。本研究では、感度解析の意味で1.5倍の値を選び、補正の無い場合との比較を行った。表-2においてケースUMがそれに相当する。図-5はケースBLの計算結果に対するUMの計算値の差を表している。図5において、成層期以前は水温差は全水深に渡ってほぼ一様に負の値を示している。これは、風速の増加による

混合層厚さの様な増加を表している。成層期については、躍層の上下で熱構造に逆の効果が現れている。また、 $\pm 0^{\circ}\text{C}$ の等値線が成層期から放熱期にかけて深くなっていることから、風速の増大が放熱期の混合層のdeepeningを加速化させていることが分かる。

次に、現実陸上で観測された風速の変動幅を考慮した解析を行った。両者は、すなわち日平均風速の発生頻度を各月毎にまとめ、対数正規分布を適用した際の $\pm 2\sigma$ に相当する風を与えた計算を行ったその結果が、ケースUL, UHである。各月毎に得られたそれぞれの風速値を表-3に示す。図-6はケースUAの計算結果であり、図-7(1), (2)はそれぞれ、ケースUAに対するULとUHの水温計

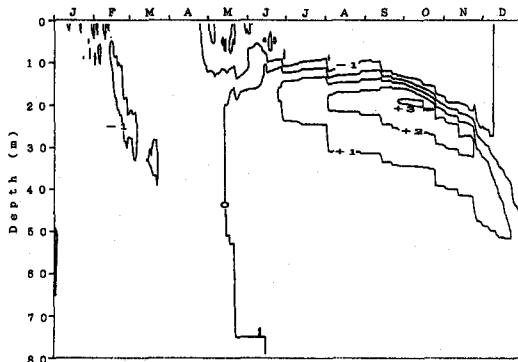


図-5. 観測風速を1.5倍にした計算結果
(ケースBLの結果との差)

		表-3 風速頻度分布 (1982年) (m/sec)											
月		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
平均		3.83	3.50	3.70	3.03	2.51	2.11	1.56	1.93	2.07	2.55	3.13	3.66
-2σ		1.30	1.22	1.33	1.05	1.27	0.90	0.71	0.69	0.85	1.20	0.94	1.30
$+2\sigma$		8.95	8.05	8.32	6.99	4.49	4.24	3.00	4.35	4.29	4.79	7.90	8.31

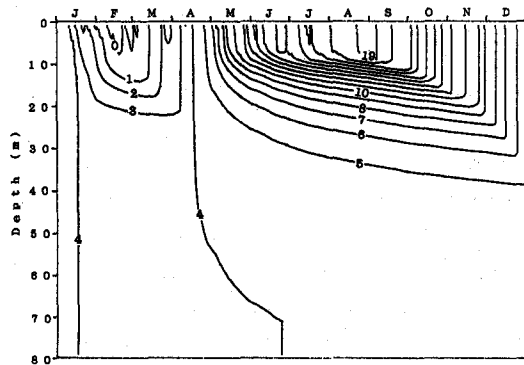


図-6. 風速の月平均値を用いた計算結果

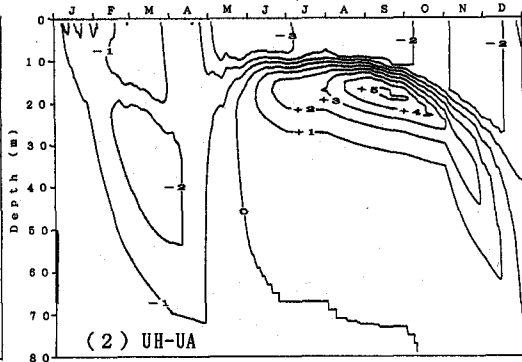
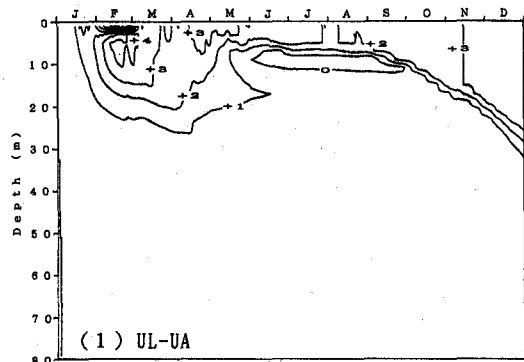


図-7. 風速の感度解析結果. (1) ケースUAに対するULの差 (2) ケースUAに対するUHの差

算値の差を表している。

図-6 からケースUAはBLとほぼ同様の結果であるが、混合層のdeepeningが緩められていることがわかる。つまり、放熱期の水温構造に対して日単位の風速の変動が重要な役割を持っていることが分かる。このケースUAに対して現実の風速の変動幅を考慮したUL, UHの結果を比較してみよう。まず、ULの場合(図-7(1))は、成層期の前後で表面水温の増加が見られ、冬期の逆列成層期にはごく薄い表層で急勾配の躍層がみられる。また、ケースUH(図-7(2))は、風速を1.5倍にしたケースUMと同様の特徴を示しているが、表面水温の減少量はより大きい。風速の増大は、混合の増加と表面での蒸発潜熱及び顕熱輸送量の増加の非線形的な重ね合わせによって、表面水温や躍層付近の水温に大きな影響を与えることが分かる。

4. 結論

鉛直一次元温度成層モデルを構築した。モデル中の鉛直拡散係数は風速及び勾配型リチャードソン数の関数として与えられる。水表面を通じての熱交換量はMurakamiら⁹⁾の用いた式によって、毎日の気象データから算定できる。本モデルを中禅寺湖に適用したところ、実測の水温変動をよく再現でき、モデルの妥当性が示された。さらに、風速の感度解析を行い、風速の変動が温度構造に敏感に反映することが示された。

参 考 文 献

- 1) Kraus, E. B. and Turner, J. S.: A one-dimensional model of the seasonal thermocline, *Tellus*, 19, pp.98-106, 1967.
- 2) Sundaram, T. R. and R. G. Rehm: The seasonal thermal structure of deep temperate lakes, *Tellus*, 25(2), pp.157-167, 1973.
- 3) Henderson-Sellers, B.: New formulation of eddy diffusion thermocline models, *Appl. Math. Modelling*, vol.9, pp.441-446, 1985.
- 4) 室田 明・道典康治・阪口進一: 停滞水域の水温構造年周変化に関する考察、第32回水理講演会論文集、pp.263-268, 1988.
- 5) 宮永洋一・白砂孝夫: 貯水池溶存酸素の成層化とその予測、第27回水理講演会論文集、pp.191-197, 1983.
- 6) Babajimopoulos, C. and Papadopoulos, F.: Mathematical Prediction of Thermal Stratification of Lake Ostrovo (Vegoritits), Greece, *Water Resour. Res.*, vol.22, pp.1590-1596, 1986.
- 7) 中村由行・西田克司・早川典生・西村 肇: 沿岸海域における鉛直拡散係数の推定法に関する研究、第36回海岸工学講演会論文集、pp.809-813, 1989.
- 8) Dake, J. M. K. and D. R. F. Harleman: Thermal stratification in lakes - Analytical and laboratory studies, *Water Resour. Res.*, vol.5, pp.484-495, 1969.
- 9) Murakami, M., Y. Oonishi, and H. Kunishi: Heat and salt balance in the Seto Inland Sea, *J. Oceanogr. Soc. Japan*, vol.45, pp.204-216, 1989.
- 10) Kondo, J. and Y. Sasano: On wind-driven current and temperature profiles with diurnal period in the oceanic planetary boundary layer, *J. of Phys. Oceanogr.*, vol.9, pp.360-372, 1979.
- 11) 平田健正・村岡浩爾: 中禅寺湖の水温成層と内部波、国立公害研究所研究報告、第69号, pp.5-35, 1984.
- 12) 日本気象協会: 日光の気象表、1981-1983.
- 13) 大槻恭一・三野徹・丸山利輔: 気象資料から推定したわが国の蒸発散量、農業土木学会論文集、第112号, pp.25-32, 1984.
- 14) Poole, H. H. and W. R. G. Atkins: Photoelectric measurements of submarine illumination throughout the year, *J. Mar. Biol. Assoc. U.K.* 16, pp.297-324, 1929.