

洪水におけるハイドログラフの特性と

その形成過程に関する研究

On the Formation of Hydrograph and
Its Characteristics of Flood wave

山田 正*・豊田康嗣**

By Tadashi Yamada and Yasushi Toyoda

The objective of the present study is to clarify the processes of the formation of hydrograph and its characteristics in actual basins. From the field observation and numerical analysis, the followings are concluded. (1) The linearity between the discharge in a river and the catchment area is assured in the basin with the catchment area less than 4000km². (2) The effects of Manning's coefficient for the deformation of hydrograph is smaller than the magnitude of the discharge from large tributaries and its timing.

Keywords: formation of hydrograph, peak discharge,
diffusion term, Manning's coefficient

1.はじめに

洪水ハイドログラフの特性に関しては、水文学の基本的な問題として様々な観点から研究されてきたが、近年の水位観測所の充実により、従来より数多くのハイドログラフの観測値を入手することが可能になってきた。このような現況を踏まえ、本研究は一般河川における洪水ハイドログラフの水力・水文特性とその形成過程について調べたものである。対象河川は北海道内の河川であり、主に洪水のピーク流量とその伝播速度の特性について調べてみた。次に石狩川を対象にして不定流計算を行い、ハイドログラフの形成に及ぼす抵抗則の果たす役割を検討してみた。近年の水文学においては、小流域における流出解析が進展し、多くの成果が得られている。しかしそれらの小流域を結合させた大流域の流出計算においては、物理性があり、分布定数系でかつ短時間で計算することのできる流出モデルの開発が必要となっている。本研究ではこれらの条件を満たす河道内流れに関するモデル式を提案し、その精度について検討している。

2.ピーク流量の諸特性

表-1は本研究で取り扱っている河川流域の概要を示すものである。

* 正会員 工博 北海道大学助教授 工学部土木工学科
(〒060 札幌市北区北13条西8丁目)

** 学生員 北海道大学大学院工学研究科
(同上)

2.1 ピーク流量と伝播速度の関係： ここでは鷗川における昭和56年～63年までの6月～11月までのハイドログラフがはっきり観られるものについて、ピーク流量とその伝播速度について調べてみた。図2-1は栄～鷗川観測所間(23.6km)における伝播速度と鷗川観測所(河口より2.6km)におけるピーク流量との関係を示すものである。この図より流量が300m³/s以上のものは、流量の増加に伴い伝播速度も速くなっている。この傾向は後に示す図3-5の石狩川においても観測されている。流量が少ない場合に伝播速度の分布がばらつくのは、支川の流入がハイドログラフの形成に大きく左右され易いためと考えられる。図2-2は河口にある鷗川観測所におけるピーク流量が100m³/s以上の洪水(融雪出水を含む)を取り出して、各観測所から河口までのピーク流量の平均到達時間を示したものである。この図より算出される区間平均伝播速度は上流から下流に進むに従って次第に遅くなっている。

表-1 本研究で取り扱った河川流域の概況

河川名	流域形状	流域面積	流路延長
石狩川	放射+羽状	14330km ²	268km
十勝川	放射状	9010km ²	156km
天塩川	羽状	5590km ²	256km
鷗川	羽状	1270km ²	135km
沙流川	羽状	1350km ²	104km
尻別川	羽状	1640km ²	126km

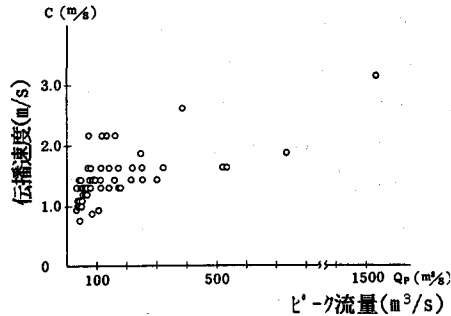


図2-1 鷗川下流部におけるピーク流量とその伝播速度の関係

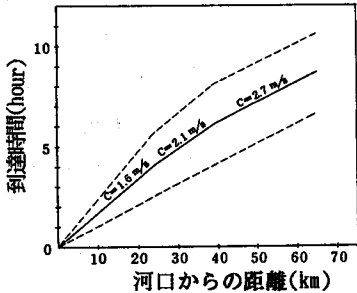


図2-2 鷗川における各観測所から河口までのピーク流量の平均到達時間(破線はデータの散らばりの90%を示す)

2.2 ピーク流量と流域面積の関係： ここでは北海道内の主要河川における洪水時のピーク流量と流域面積の関係を示す。図2-3は昭和50年8月洪水における石狩川の各観測所とその受け持つ流域面積との関係を示すものである。この図より流域面積が4000km²までのピーク流量は、面積と共に線形的に増大していることが分かる。しかし4000km²以上における流量の増加率は急激に小さくなっている。この傾向は昭和56年8月3～9日洪水においても観られている。一方、図2-4、図2-5はそれぞれ十勝川、天塩川における同様の図である。二つの河川とも石狩川とは流域形状が違うものの同じ傾向を示している。

図2-6は鷗川におけるピーク流量とその観測地点の受け持つ流域面積を示すものであるが、流域の規模が前述の3つの河川よりも小さい河川である。このため図2-1～図2-3にみられるような変曲点が無く、ピーク流量は面積と共にそのまま線形的に増加し続けている。これは鷗川と同規模の流域面積を持つ沙流川と尻別川においても同様の傾向が得られている。以上のことから3000～4000km²の大きさの流域面積までは、ハイドログラフは線形的に合成されていると言えよう。

3. 本川におけるハイドログラフの形成過程

3.1 石狩川における不定流計算結果： 図3-1、3-2は計算対象とする石狩川の平面模式図及び縦断面図である。

通常河川の流量計算においては、以下の運動の式と連続式を連立させて解いている。

$$\frac{\beta}{g} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\alpha v^2}{2g} \right) + \frac{\partial H}{\partial x} = - \frac{n^2 v^2}{R^{4/3}} \quad (1)$$

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (A v) = q \quad (2)$$

ここにA:流水面積、v:断面平均流速、H:基準水平面より測った水位 ($H = z + h \cos \theta$)、n:マンニングの粗度係数、R:径深、 α :エネルギー補正係数、 β :運動量補正係数、q:単位長さ当たり支川(横)流量である。

本研究では石狩川において(1)、(2)式を連立させたleap-frog法を用い、昭和56年8月洪水を対象にした計算を行っている。計算区間は河口から130kmまでを対象としている。境界条件は、上流端流量に納内観測所

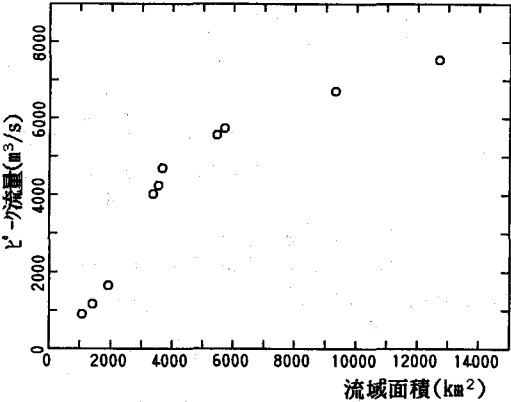


図2-3 石狩川における Q_p 流量と流域面積の関係

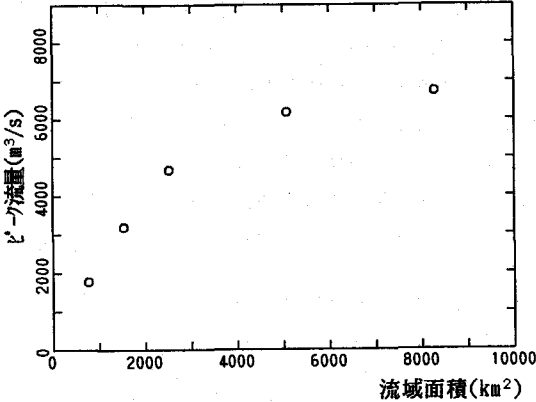


図2-4 十勝川における Q_p 流量と流域面積の関係

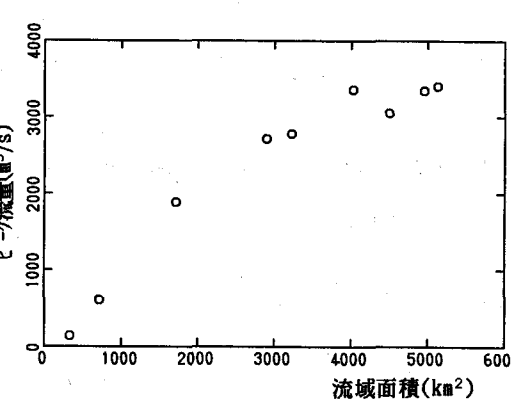


図2-5 天塩川における Q_p 流量と流域面積の関係

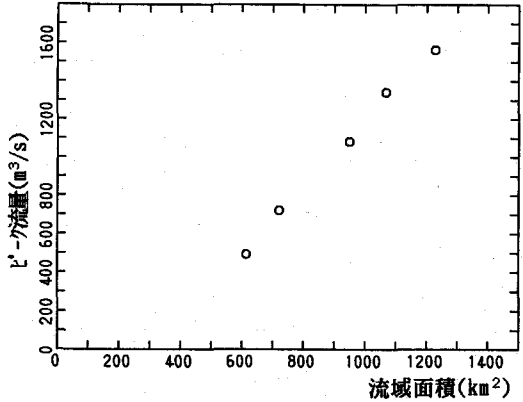


図2-6 鶴川における Q_p 流量と流域面積の関係

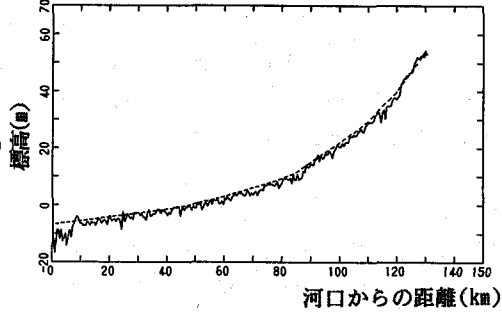
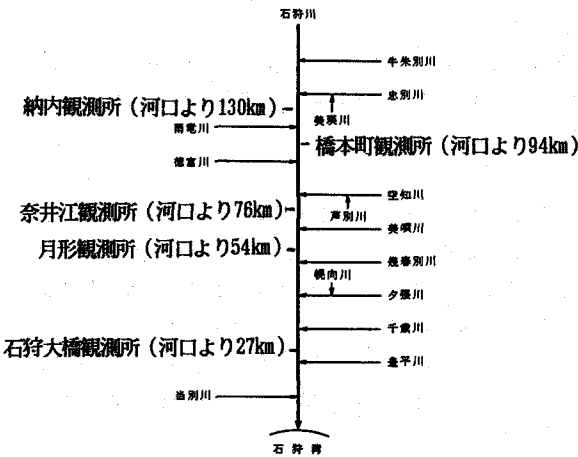


図3-2 石狩川の縦断図(上図)
(実線:最深河床高 破線:計算に用いた河床高)

図3-1 石狩川流域の概略図(左図)

(河口より130km)の観測値を与えており、観測がなされている5つの支川の流量の観測値を横流入させている。下流端の水位は、河口の存在する石狩湾の干満差(±0.10m)が小さいことから、一定の値をとっている。マンニングの粗度係数値としては山口の石狩川における観測値を採用している。

図3-3は橋本観測所(河口から94km地点)におけるハイドログラフの観測値と計算値との比較を行ったものである。両者はよく一致しており、この不定流の基本式と抵抗則はハイドログラフを忠実に再現していることがわかる。なおこの計算にあたって下流域における小支川のデータがないため、計算でカバーできる流域面積の割合は75%となっている。

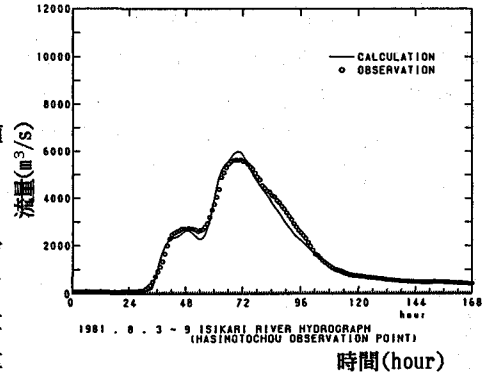


図3-3 不定流計算と観測値によるハイドログラフの比較(実線:不定流式、○:観測値)

3.2 Kinematic diffusion式の導出: (1)、(2)の両式をKinematic wave理論より変形すると次式を得る¹⁾。

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{5}{3}v \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - q \right) = -\frac{Q}{2(i-L)} \frac{\partial L}{\partial t} \quad \text{ここに } L(x, t) = \frac{\beta}{g} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\alpha v^2}{2g} \right) + \frac{\partial h}{\partial x} \quad (3)$$

さらにフルード数の大きくない河川の洪水波においては $L \approx \frac{\partial h}{\partial x}$ が成立する。さらに L を時間 t で微分し、連続式を代入すると次のようになる。なお B : 河川幅である。

$$\frac{\partial L}{\partial t} = -\frac{1}{B} \left(\frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} - \frac{\partial q}{\partial x} \right) \approx -\frac{1}{B} \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} \quad (4)$$

また(3)式の左辺 $(i-L)$ について $i \gg \frac{\partial h}{\partial x}$ の条件では(3)式は

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{5}{3}v \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - q \right) = \frac{Q}{2Bi} \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} \quad (5)$$

となる。この(5)式の左辺第2項の v を以下の手順で消去する。まず計算簡略化のため、矩形断面として考え、

$R \approx h$ でマンニング式より $Q = \frac{B}{n} h^{5/3} i^{1/2}$ で、これを h に対して微分すると

$$\frac{dQ}{dh} = \frac{5}{3} \frac{B}{n} h^{2/3} i^{1/2} \quad (6)$$

となる。ここで $5v/3$ に(6)式を代入し h を消去すると

$$\frac{5}{3}v = \frac{dQ}{dA} = \frac{1}{B} \frac{dQ}{dh} = \frac{5}{3} \frac{i^{0.5} Q^{0.4}}{n^{0.6} B^{0.4}} \quad (7)$$

が得られる。結局(5)式は

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{5}{3} \frac{i^{0.5} Q^{0.4}}{n^{0.6} B^{0.4}} \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - q \right) = \frac{Q}{2Bi} \frac{\partial^2 Q}{\partial x^2} \quad (8)$$

となる。この式は、今までの流量計算式とは違って従属変数が流量 Q だけであり、従来のKinematic wave式に非線形拡散項を備え、さらに非線形移流項を持つということが特徴である。以下この式をKinematic diffusion式またはKD式と呼ぶことにする。

3.3 Kinematic Diffusion式の精度: 図3-4は石狩大橋観測所における不定流計算とKD式(8式)を条件を全て同じにして計算し比較したものである。両者はほとんど重なる曲線となり、他の地点でのハイドログラフもほとんど一致している。図3-5は石狩川における図2-1の伝播速度-ピーク流量関係と同様の図であり、観測値と式(8)で計算した値を比較している。この図より両者は同じ様な値を示していることがわかる。図3-4、3-5からKD式は洪水波の物理性をよく表現したのと言えよう。さらに(1)、(2)式を連立させる不定流計算よりも計算時間がかからず計算プログラムも簡易であり、将来において予測計算を行う際に有効な式であると言えよう。

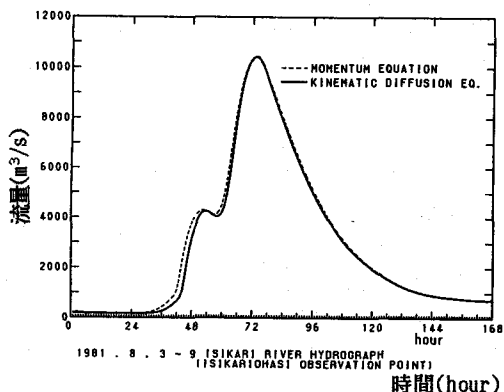


図3-4 KD式と不定流計算におけるハイドログラフの比較
(実線:KD式 破線:不定流式)

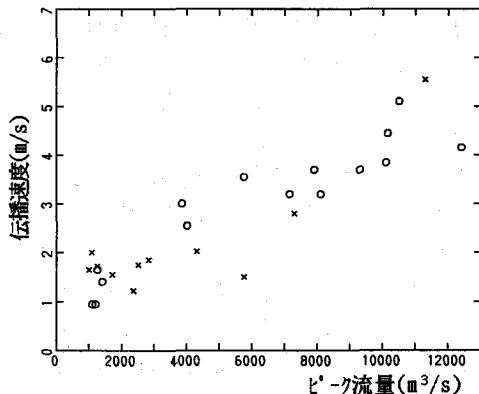


図3-5 石狩川におけるピーク流量と伝播速度の関係
(×:観測値 ○:計算値)

次に従来から用いられてきたモデル式とKD式を比較し、これらの式の特徴について考察を行ってみた。ここで取り扱ったモデル式は(8)式の拡散項を取り除いた非線形移流項を持つ従来のKinematic wave式

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{5}{3} \frac{i^{0.3} Q^{0.4}}{n^{0.6} B^{0.4}} \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - q \right) = 0 \quad (9)$$

と $5V/3$ =一定値とした単純たし合わせの式

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{5}{3} v \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - q \right) = 0 \quad (10)$$

である。図3-6はKD式(8式)と従来のKinematic wave式(10式)を用いた計算結果であり、各地点のピーク流量の違いを示すものである。洪水が下流に進行するにつれ、Kinematic wave式の方が大きめの値を示す。また流量が大きくなるにつれ両者の差が大きくなっている。このことから石狩川の下流部においては拡散項を考慮しなければならないことが分かる。

ここで式(8)における移流項と拡散項の比として $Re=2iL/h$ を定義する。 i =河床勾配、 L =ハイドログラフの空間スケール、 h =代表水深である。このとき $Re < 10$ ならばKinematic wave式には拡散項を考慮しなければならないことが明らかになった。

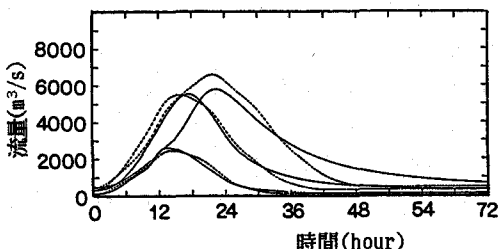
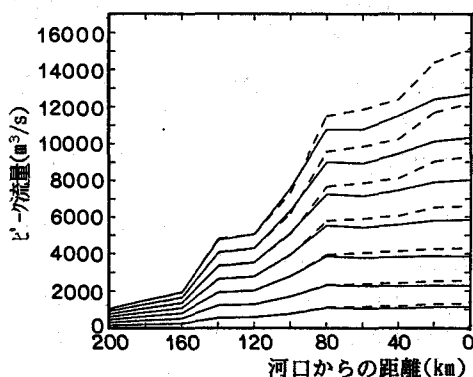


図3-7 KD式と単純たし合わせによるハイドログラフの比較
(実線:KD式 破線:単純たし合わせ($v=2m/s$), 図中の数字は河口からの距離を示す、上図)

図3-6 KD式とKinematic wave式によるピーク流量の比較
(実線:KD式 破線:Kinematic wave式、左図)

図3-7はKD式(8式)と単純たし合わせの式(10式)によって同じ条件で計算したハイドログラフの比較を行ったものである。この図では上流における両者のハイドログラフはほとんど同形であるが、下流に行くに従いピーク流量かその出現時刻のどちらかが合っていないし、ハイドログラフの波形も合っていない。この結果は先に示した図2-3のピーク流量-流域面積の関係と関連があると考えられ、石狩川では $3000 \sim 4000 km^2$ までは線形たし合わせによる計算でもある程度の精度は得られるようである。

3.4 粗度係数がハイドログラフに及ぼす影響： 近年の洪水観測により実河川においては洪水期間中といえども粗度係数が時間的に変化することが明らかにされてきた²⁾。石狩川においては昭和50年と56年に起きた洪水の水位変化に伴う粗度係数が観測されている²⁾。

本研究では粗度係数の違いがハイドログラフに与える影響を明らかにするため、幾通りかのマンニングの粗度係数を流下方向一様に与え不定流計算を行ってみた。図3-8は河口よりそれぞれ94km、76km、54km、27km地点におけるそれぞれ与えられた粗度係数に対するピーク流量とその出現時刻を表すものである。この図より94km地点における n 値の違いによるピーク流量の増減はあまりなく、 $n=0.020$ と 0.060 とでは出現時刻は約1時間しか変わらない。27km地点においては $n=0.020$ と 0.060 とではピーク流量の差にして約1割の $1000\text{m}^3/\text{s}$ 、出現時刻の差は約3時間50分である。しかしこれらの差はハイドログラフの規模と粗度係数の変化の大きさからすれば意外に小さいものである。これらの図よりハイドログラフの形成の大勢は大きな支川の流入するタイミングとその流量の大きさに大きく支配されておりハイドログラフの形成に及ぼす粗度の効果は比較的小さいと言えよう。

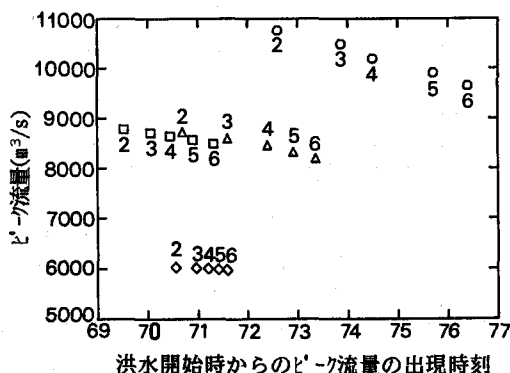


図3-8 粗度の変化によるピーク流量とその出現時刻の変化(図中にある数字はそれぞれ与えた粗度係数の変化を示す 2: $n=0.020$ 3: 0.030 4: 0.040 5: 0.050 6: 0.060)

4. 結論

- 1: 支川の影響が小さければ、洪水の伝播速度は流量増大に伴い速くなる。また上流から下流にかけて遅くなる傾向がある。
- 2: 流域全体に一樣な降雨があれば、ある流域面積の大きさまではピーク流量は流域面積の大きさに比例して増えていく。この流域面積は $3000\sim 4000\text{km}^2$ であり、この範囲までは線形たし合わせの計算でもある程度の精度は得られる。その面積より大きな場所で観測されるピーク流量の増加率は急激に小さくなる。
- 3: 本研究で提案したKinematic Diffusion式(8式)は一次元不定流式と計算精度の差はなく、洪水波の物理性をよく再現している。
- 4: Kinematic wave式においては前述した $Re < 10$ を満たす区間をもつ河川については拡散項を考慮しなければならない。
- 5: 河道の粗度係数の違いがハイドログラフの形成に与える影響は比較的小さく、支川の流量の大きさやそのタイミングによる影響が大きいものと考えられる。

謝辞： 解析に使用した資料は北海道開発局によって集積されたものである。貴重な資料の使用に対してここに深湛なる感謝の意を表す。また本研究は重点領域研究(1)「気象解析とレーダ雨量計を補完的に組み合わせた豪雨災害の予測手法に関する研究」(代表: 山田正、北大)の補助のもとに行われている。これに対しても著者らは感謝の意を表す。

参考文献

- 1) 椿東一郎：水理学Ⅱ、森北出版社、1974。
- 2) 自然災害特別研究(1)「昭和56年北海道豪雨災害に関する調査研究」(代表: 岸力、北大)、1982。
- 3) Hayashi, T.: Mathematical theory of flood waves, Proceedings of Japan National Congress for Applied Mechanics, 1951。