

都市下水道における形態特性について

Morphological Characteristics
of Urban Sewer System

神田 徹*・神吉和夫**・田中俊行***

By Tohru KANDA, Kazuo KANKI and Toshiyuki TANAKA

Morphological characteristics of the urban sewer system at Higashinada District in Kobe City are investigated in terms of Horton's Law, Hack's Law, Melton's Law and Fractal dimension. Results of calculation for 25 main sewers show that the maximum order of the sewer system is 1~3 and the Fractal dimension is 1.00~1.33 (ave. 1.10). Horton's Law, Hack's Law and Melton's Law are almost proved with some exceptions. Modified Hack's Law using Fractal dimension gives higher correlation between main sewer length and drainage area compared with the original Hack's Law.

Keywords : Horton's Law, Hack's Law, Fractal dimension,
Urban sewer system, Kobe City

1. まえがき

都市域の下水道は、地域の浸水被害防止と衛生環境改善に役立つ一方、場合によっては、都市内河川の渇水時流量の減少、下水道放流先河川等への負荷の増大をもたらし、また計画降雨を超過する降雨時に下水道からの溢水を生じることもある。したがって、今後の水環境計画のためには、現状の下水道についてその機能を総合的に評価することが重要であると考えられる。本研究は、下水道の雨水排除機能に関する現状把握の基礎として、神戸市東灘排水区を対象にその形態特性を明らかにしようとしたものである。雨水幹線網について、河道網で成立するHortonの地形統計則、Hackの法則、Meltonの法則を調べ、また、主幹線についてフラクタル次元解析を行った結果を示す。

2. 対象流域の概要

図-1に神戸市東部に位置する東灘排水区を示す。本排水区は、六甲山系を背に瀬戸内海に南面しており、

* 正会員 工博 神戸大学教授 工学部土木工学科

** 正会員 工修 神戸大学助手 工学部土木工学科

(〒657 神戸市灘区六甲台町1-1)

*** 学生会員 神戸大学大学院工学研究科

西は石屋川, 東は傍示川までの区域であり, 六甲山系の山麓台地と三角州および海岸低地で構成され, 南北に急坂となっている。神戸市の下水排除方式は主に分流式で行われているが, 本区域の海岸沿いの低地域は合流式を採用している。本研究では, 解析の対象を同排水区域の分流式雨水幹線のみとし, 25の幹線を選んだ。表-1に, 各雨水幹線についての排水区域の略記号(a~y), 流出形式, Horton-Strahlerの河道位数の概念に基づく最高位数 k , 排水面積 A (km^2), 主幹線長 L_m (km), b/L_m を示す。排水面積 A と主幹線長 L_m は神戸市下水道局の基礎資料を地形図(1/10,000)に落とし, デジタイザーによって算定した。なお, 合流式区域を幹線が通過する場合, 幹線長はその部分の長さを含むが排水面積の寄与はない。 b/L_m は各幹線排水区域を1本の河道と2枚の斜面からなる斜面・河道流域に置き換えたときの河道長(主幹線長)に対する斜面長の比($=A/2L_m^2$)である。流出形式は, 神戸の地形を考慮して図-2に示すように排水区域を3通りに分類した。すなわち, ①:○印は海岸線に対して垂直に海へ流出, ②:△印は海岸線に対して垂直に河川に流出, ③:▲印は海岸線に対して平行に河川に流出する場合を表す。全25排水区域の内, 最高位数が1の排水区域が15, 2のものが9, 3のものが1であり, 後に示すように各排水区域では河道位数1の河道数が最大でも6本であり単純な構造を持っている。流出形式別にみると, 流出形式①の排水区域が13(最高位数が2以上のもの6), ②が5(1), ③が7(3)となっている。排水面積は0.05~0.71 km^2 で平均0.24 km^2 , 面積が他に比べて大きいのは住吉川右岸に位置する排水区域m, lおよび高橋川左岸の排水区域yである。主幹線長は0.78~1.86 km で平均0.78 km , また, b/L_m は0.02~0.45で平均0.14である。排水区域uの0.45を除けば他は0.3以下であり, 特に流出形式①では平均0.05と細長い排水区域となっている。

表-1 排水区域の概要

		k	A	L_m	b/L_m			k	A	L_m	b/L_m
a	○	1	0.05	0.60	0.07	n	△	1	0.15	0.59	0.22
b	○	1	0.10	0.63	0.13	o	△	1	0.17	0.54	0.29
c	○	1	0.14	1.32	0.04	p	△	1	0.20	0.97	0.11
d	○	1	0.15	1.27	0.05	q	△	1	0.26	0.69	0.27
e	○	1	0.18	1.53	0.04	r	△	2	0.34	1.23	0.11
f	○	1	0.19	2.11	0.02	s	▲	1	0.07	0.39	0.23
g	○	1	0.26	1.41	0.07	t	▲	1	0.23	0.66	0.26
h	○	2	0.11	1.15	0.04	u	▲	1	0.28	0.56	0.45
i	○	2	0.18	1.75	0.03	v	▲	1	0.36	0.84	0.26
j	○	2	0.20	1.42	0.05	w	▲	2	0.20	0.70	0.20
k	○	2	0.29	2.47	0.02	x	▲	2	0.28	0.78	0.23
l	○	2	0.52	1.76	0.08	y	▲	2	0.46	1.25	0.15
m	○	3	0.71	2.23	0.07						

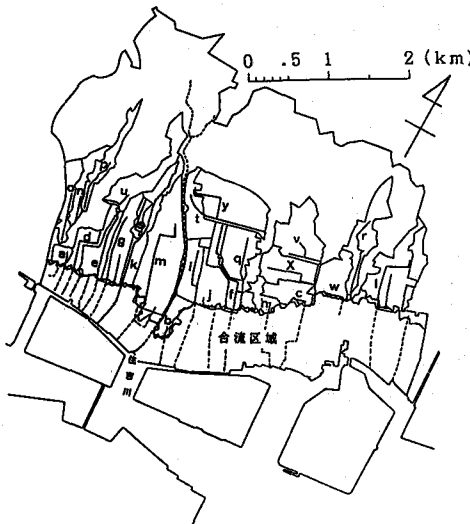


図-1 対象区域
(神戸市雨水幹線, 東灘排水区)

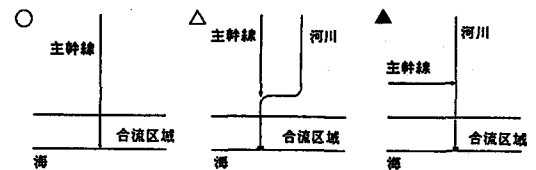


図-2 流出形式

3. 都市雨水幹線の管渠網特性

3.1 河道位数の概念に基づく管渠網(地形)統計則

Horton-Strahlerの河道位数の概念に基づく管渠網統計則¹⁾を次式に示す。以下の河道とは下水道(雨水)幹線を意味する。

$$\begin{aligned} \text{河道数則: } N_i &= R b^{k-1} & \text{河道長則: } \bar{L}_i &= \bar{L}_1 R^{1-i} & \text{集水面積則: } \bar{A}_i &= \bar{A}_1 R a^{1-i} \\ \text{河道勾配則: } \bar{S}_i &= \bar{S}_1 R s^{1-i} & \text{管径則: } \bar{D}_i &= \bar{D}_1 R d^{1-i} \end{aligned}$$

$$Rb = \frac{N_i}{N_{i+1}}, \quad Rl = \frac{\bar{L}_{i+1}}{\bar{L}_i}, \quad Ra = \frac{\bar{A}_{i+1}}{\bar{A}_i}, \quad Rs = \frac{\bar{S}_i}{\bar{S}_{i+1}}, \quad Rd = \frac{\bar{D}_i}{\bar{D}_{i+1}}$$

ここに、 i :河道位数、 k :最高位数、 N_i :位数 i の河道数、 $\bar{L}_i, \bar{A}_i, \bar{S}_i, \bar{D}_i$:位数 i の河道の平均的な長さ、集水面積、勾配、管径、 Rb :分岐比、 Rl :河道長比、 Ra :集水面積比、 Rs :河道勾配比、 Rd :管径比。

対象とするのは、主幹線の他に幹線を持ち最高位数2以上である10の排水区域とする。最高河道位数は排水区域 m が3となる以外は2であり、管渠網統計則の成立を論じることが困難であるが、図-3～7に各排水区域の管渠網統計則を示す。表-2に分岐比 Rb などの平均値を示す。表-2には比較のため、理論値、六甲山系の山地自然河川流域²⁾、および松山・大阪の下水道³⁾の値も載せた。なお、管渠はボックス型等の場合も円管に換算した。

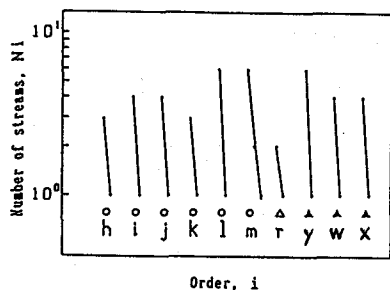


図-3 河道数則

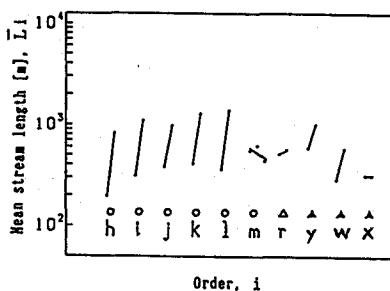


図-4 河道長則

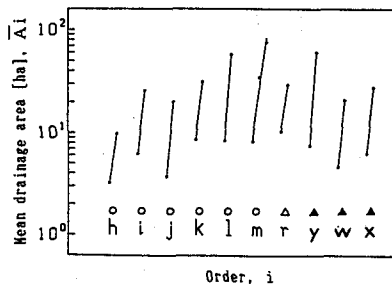


図-5 集水面積則

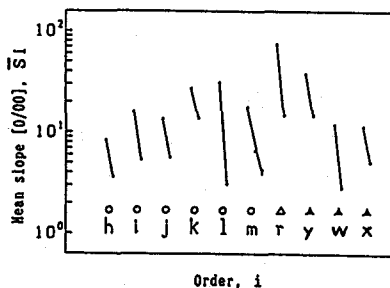


図-6 河道勾配則

表-2 Rb, Rl, Ra, Rs, Rd の平均値

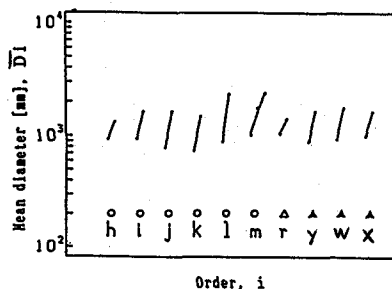


図-7 管径則

	神戸市下水道東灘排水区雨水幹線				六甲山 山地自然 河川	大阪・ 松山 下水道	理 論 値
	全幹線	①(○)	②(△)	③(▲)			
Rb	3.84	3.74	2.00	4.67	4.04	3.93	4
Rl	2.40	3.03	1.09	1.57	2.12	1.94	2
Ra	4.54	4.32	2.77	5.58	4.78	4.43	4
Rs	3.59	3.62	5.00	3.04	1.55	1.50	2
Rd	1.82	1.90	1.34	1.82	1.61		2

表-2をみると、六甲山系の山地自然河川、大阪・松山の下水道の分岐比Rb、河道長比Rl、集水面積比Raおよび河道勾配比Rsは理論値に近い値が得られているが、本排水区域の場合はRb、Rl、Raの全幹線平均値が理論値に近いものの、Rsは理論値よりもかなり大きい。図-4において、排水区域m、r、yでは河道長は位数による変化は小さく、排水区域mでは海に向かって3本の幹線が平行して位置し、排水区の末端部分で結合するため、最高位数の河道長が短くなっている。河道勾配は、本排水区域の地形特性を反映している。図-6にみるように、位数1の勾配は10~80‰のオーダーであり、大阪・松山に比べて一桁大きい。河道勾配比Rsは、六甲山系の自然河川流域、大阪・松山の下水道流域の2倍以上の値をとる。管径比Rdは大阪・松山の値と同程度であり、図-7より管径則はほぼ成立すると思われる。

3.2 Hackの法則とMeltonの法則

河川における主河道長と流域面積の関係を示すHackの法則¹⁾は次式で表される。

$$L_m = u A^v \quad (1)$$

ここに、uは流域によって異なり自然河川で1.3~1.9程度、vは流域によらず0.5以上で0.6程度の値をとる。

図-8に排水面積Aと主幹線長 L_m の関係を示す。プロットは若干散らばっているが、流出形式別に回帰式を求めると、

$$\textcircled{1}: L_m = 3.24 A^{0.50} \quad \textcircled{2}: L_m = 2.65 A^{0.80}$$

$$\textcircled{3}: L_m = 1.46 A^{0.50}$$

となる。vは流出形式①、③では0.50で同じ値、②では0.80となり、自然河川の0.6に近い値をとる。vが等しい流出形式①、③のuを比べると、①が③の2倍以上大きな値をとっている。よって、①が③より流域形状が細長くなっていることがわかる。

水系密度 D_d と水系頻度 F_d の相関関係を表すMeltonの法則は次式で与えられる。

$$F_d = \beta D_d^\gamma \quad (2)$$

$$F_d = \left(\sum_{i=1}^N N_i \right) / A, \quad D_d = \left(\sum_{i=1}^N (N_i \cdot L_i) \right) / A \quad (3)$$

ここに、 β 、 γ ：流域によって異なる定数、Meltonによると自然河川流域を対象にした場合、 $\beta = 0.694$ 、 $\gamma = 2$ をとる。¹⁾

図-9に水系密度 D_d (1/km)と水系頻度 F_d (1/km²)の関係を示す。プロットは図中に示すMeltonの定数を用いた直線の近傍に分布するが、流出形式別に回帰式を求めると、

$$\textcircled{1}: F_d = 2.07 D_d^{0.76} \quad \textcircled{2}: F_d = 3.07 D_d^{0.42}$$

$$\textcircled{3}: F_d = 0.89 D_d^{1.70}$$

となり、流出形式③以外はMeltonの法則は成立していないことがわかる。

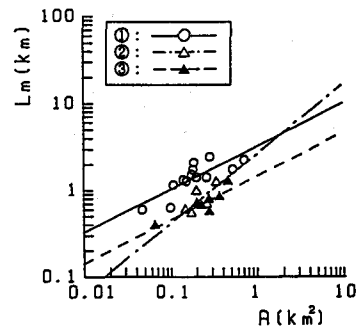


図-8 A~ L_m の関係

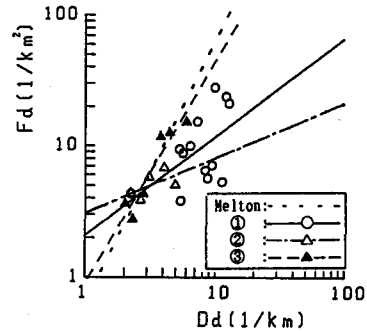


図-9 $D_d \sim F_d$ の関係

4. 都市雨水幹線のフラクタル次元解析

4. 1 フラクタル次元

フラクタル次元の定義と算定方法は種々あるが、ここでは、正方形の一辺の長さを変えてその一辺の長さ
と河川を含む正方形の個数を数える方法 (Box Counting法、以下B.C.法と略記、図-10)を採用する。⁴⁾
一辺の長さ r を持つ正方形でフラクタル図形を近似するとき必要な正方形の総数を $N(r)$ とすると、

$$N(r) = \alpha r^{-FD} \quad (4)$$

ここに、 F_D :フラクタル次元、 r :正方形の一辺の長さ、 $N(r)$:一辺 r の正方形の数、 α :定数。

表-3に25の主幹線のフラクタル次元を求めた結果を示す。流出形式別にみると、全流域: $F_D=1.00\sim 1.33$
(平均値1.10)、①○: $F_D=1.03\sim 1.14(1.07)$ 、②△: $F_D=1.00\sim 1.11(1.05)$ 、③▲: $F_D=1.09\sim 1.33(1.18)$ で
ある。日本や世界の川の本川について、 $F_D=1.1\sim 1.3$ であり⁴⁾、本排水区での値はおよそこの範囲に入り1.1
以下のものも多い。流出形式①、②と比較して流出形式③の F_D の方が大きいのは、③の場合主幹線が左右に
屈曲しており、また、主幹線長が①、②より短いものが多いことによると考えられる。

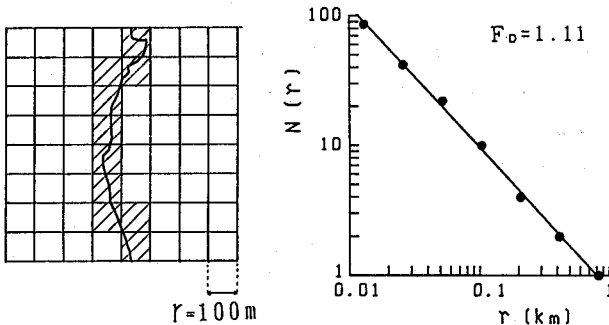


図-10 Box Counting法(排水区域(p))

表-3 主幹線のフラクタル次元

	F_D		F_D
a ○	1.03	n △	1.00
b ○	1.06	o △	1.00
c ○	1.14	p △	1.11
d ○	1.13	q △	1.04
e ○	1.04	r △	1.09
f ○	1.05	s ▲	1.33
g ○	1.03	t ▲	1.16
h ○	1.14	u ▲	1.18
i ○	1.04	v ▲	1.14
j ○	1.10	w ▲	1.23
k ○	1.05	x ▲	1.09
l ○	1.07	y ▲	1.13
m ○	1.08		

4. 2 フラクタル次元とHackの法則

測度の関係よりフラクタル次元を求める方法によれば、一般に長さを L 、面積を A 、体積を V 、フラクタル次元 F_D を持つ量を X とおくと、これらの諸量の一般化された関係は次式で表される。⁴⁾

$$L \propto A^{1/2} \propto V^{1/3} \propto X^{1/FD} \quad (5)$$

X として L_m をとると、

$$A^{1/2} \propto L_m^{1/FD} \quad (6)$$

式(6)より、Hackの法則はフラクタル次元 F_D を用いて次式で表される。

$$L_m \propto A^{FD/2} \quad (7)$$

図-12にB.C.法で算定した F_D を用いた排水面積 $A^{FD/2}$ と主幹線長 L_m の関係を示す。式(7)が成立すると考えれば、 A の指数は $0.5 \cdot F_D$ とならねばならないが、流出形式別の回帰直線を求めると、

$$\textcircled{1}: L_m = 3.19(A^{FD/2})^{0.92} = 3.19A^{0.46FD}$$

$$\textcircled{2}: L_m = 2.40(A^{FD/2})^{1.42} = 2.40A^{0.71FD}$$

$$\textcircled{3}: L_m = 1.28(A^{FD/2})^{0.69} = 1.28A^{0.35FD}$$

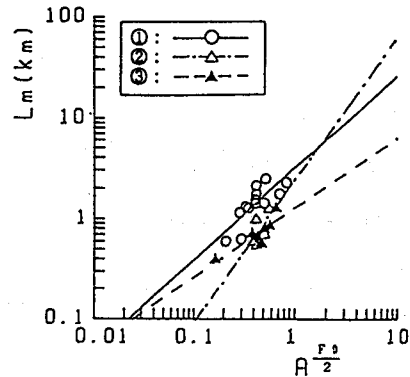


図-12 $A^{FD/2} \sim L_m$ の関係

となり、得られた回帰直線の指数は、流出形式①では $0.46 \cdot F_0$ とほぼ等しいが、②では $0.71 \cdot F_0$ と大きく、③では $0.35 \cdot F_0$ とやや小さくなっている。しかし、図-12より、フラクタル次元を導入したHackの法則は、図-4で示したHackの法則より相関が良くなっていることがわかる。したがって、Hackの法則はフラクタル次元 F_0 を用いて次式のように表現してもよいと思われる。

$$L_m = u' \cdot A^{\omega F_0} \quad (8)$$

ここで、 u' 、 ω は流域によって異なる定数と考えられるが、 u' 、 ω の持つ意味を明確にするには、神戸市の他の排水区域や他都市の下水道の事例を追加検討する必要がある、今後の課題としたい。

5. 結 論

神戸市東灘排水区の25本の分流式雨水主幹線の形態特性について得られた結果をまとめると以下のようになる。

- (1) Horton-Strahlerの河道位数の最高位数は1の排水区が15、2のもの9、3のものが1であり、河道位数1の河道数も最大6であり単純な構造を持っている。
- (2) 管渠網統計則を調べると、本排水区域の場合は R_b 、 R_l 、 R_a の全幹線平均値が理論値に近いものの、 R_s は理論値よりもかなり大きい。河道勾配は、本排水区域の地形特性を反映している。管径比 R_d は大坂・松山の値と同程度であり、管径則はほぼ成立すると思われる。
- (3) 流出形式で分類してHackの法則を調べるとほぼ成立するが、Meltonの法則については流出形式によっては成立しない。
- (4) 主幹線に対してフラクタル次元解析を行った結果、フラクタル次元 F_0 は $1.00 \sim 1.33$ と求まった。流出形式①、②と比較して流出形式③の F_0 の方が大きいのは、③の場合主幹線が左右に屈曲しており、また、主幹線長が①、②より短いものが多いことによる。
- (5) フラクタル次元を用いて修正したHackの法則は、元のHackの法則より相関は良くなった。

謝 辞 本研究において貴重な資料を提供頂きました神戸市下水道局に謝意を表します。また、データ整理に際し、神戸大学生 楠 哲矢君に御助力を得た。

参考文献

- 1) 高山茂美：河川地形，共立出版，1974。
- 2) 沖村孝・秦永一智：Horton則と崩壊特性の研究－崩壊地形立地解析IV，建設工学研究所報告，第24号，1982。
- 3) 渡辺政弘：都市下水道流域の流出解析と流出制御に関する基礎的研究，学位論文，1989。
- 4) 高安秀樹：フラクタル，朝倉書店，1986。
- 5) 小川進・和泉清：流域の都市化とフラクタル次元解析，東京都土木技術研究所年報，1989。