

蒸発に伴う乾燥層の発達過程と蒸発量予測のための簡便解法

Simple Analysis for Development Process of
Dry Layer and Estimation of Evaporation

福原輝幸*・佐藤邦明**・S.Bories***

By Teruyuki FUKUHARA, Kuniaki SATO and Serge BORIES

A theoretical study of combined steady thermal energy and vapor diffusion equations has been performed to estimate temperature and evaporation in an unsaturated porous media under temperature gradient due to the radiation. The results calculated were compared with experimental results and the availability of the present model was confirmed. For a simulation of drying process an application of the present model to the successive steady method was tried, and could produce a couple of attractive results, that is, $Q \propto t^a$ (Q : cumulative evaporation, t : time, $a \approx 0.5$) and $D \propto t^b$ (D : thickness of dry layer, $b \approx 0.4$).

Keywords: heat and mass transfer, evaporation, groundwater, unsaturated flow

1. 緒 論

筆者等はこれまでに蒸発に伴う不飽和多孔媒体中の熱・水分および溶質移動について系統的に研究を進めており、そのメカニズムについて検討を重ねてきた^{1) - 3)}。特に、定常蒸発問題に関しては温度・水分・濃度分布の解析的なアプローチが可能であり、それらの妥当性について実験結果との比較から検討してきた。そこで解析モデルの基本的考え方は容認できたが、改良すべき点もいくつかある。一つは熱伝導率と体積含水率の間の相関関係をモデルに組み込んでいるものの、乾燥帯と毛管帯の代表水分量に対する代表熱伝導率を各領域で与えているので、熱伝導率と体積含水率の関係が完全な形で引用されていない。もう一つは不飽和多孔媒体中の蒸発量の見積もりである。蒸発量はニュートンの冷却則の表現でされているために、熱伝達率に相等する比例定数は実験値から逆に決定されなければならない、未知量を含んだ形で定式化が完結している。そのために工学的側面から観れば、以前のモデルは汎用性に欠ける。

以上の点を踏まえ、本論文は新たな実験結果を基に、実用的な見地から温度分布と蒸発量を同時に計算できる簡便モデルを提案する。次に、乾燥過程を擬定常とみなし、本モデルを使って乾燥層厚さおよび蒸発量の経時変化を計算するとともに、得られた結果を基に仮定の妥当性について検討を行なう。

* 正会員 工博 福井大学助教授 工学部環境設計工学科
(〒910 福井県福井市文京3 - 9 - 1)

** 正会員 工博 埼玉大学助教授 工学部地盤水理実験施設
(〒338 埼玉県浦和市下大久保255)

*** Ph.D. Director Institut National Polytechnique
E.N.S.E.E.I.H.T. Departement de Mecanique des Fluides
(2, rue Charles-Camichel 31071, Toulouse Cedex, France)

2. 理論的考察

2.1 モデルに含まれる仮定

本モデルは図-1に示すような地下水面上に乾燥層と毛管帯が存在する場を対象とする。溶質の集積および濃度の凝縮が毛管帯上縁部に集中することを考慮して³⁾、以下の仮定を与えることにする。

- (1) 毛管帯での蒸発量は毛管帯上縁部を除いては微小であるとし、地中内蒸発は乾燥帯と毛管帯との内部境界面(界面)で集中して発生する。
- (2) 乾燥帯と毛管帯との内部境界面は明瞭な2層モデルとする。
- (3) 蒸発過程は緩慢であり、局所的に熱的平衡状態にある。
- (4) 乾燥層が発達し、毛管フリンジが下降しても、毛管帯の水分布形状は時間的に変わらない。

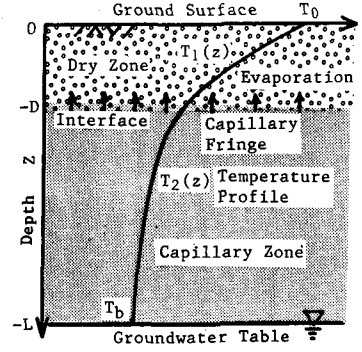


図-1 蒸発・乾燥モデル

2.2 基礎方程式

(a) 乾燥帯(領域1)

乾燥帯での熱エネルギー輸送は熱伝導と水蒸気移動による顕熱から成る。水分量は乾燥帯全域にわたり一定(ほぼゼロ)であるから、次の熱エネルギー方程式を得る。

$$\kappa_1 \frac{d^2 T_1}{dz^2} - \frac{c_v m_v}{(\rho c)_1} \frac{dT_1}{dz} = 0 \quad (1)$$

なお、本文中の添字 a、v、l および g は空気、水蒸気、液状水およびガスの各成分をそれぞれ表す。

(b) 毛管帯(領域2)

毛管帯での熱エネルギー輸送は熱伝導と液状水移動による顕熱である。

$$\kappa_2 \frac{d^2 T_2}{dz^2} - \frac{1}{(\rho c)_2} \left(\frac{dl_2}{dz} - c_l m_l \right) \frac{dT_2}{dz} = 0 \quad (2)$$

ここに、 $\kappa = \lambda/(\rho c)$ 、 κ ：温度拡散率、 λ ：熱伝導率、 ρc ：体積熱容量(ρ ：密度、 c ：比熱)。

2.3 乾燥帯と毛管帯との間の質量収支と熱エネルギー収支

仮定(1)より、毛管帯を地表に向かって浸透する液状水は界面で全て地中内蒸発するから、次のマスフラックスに関する釣り合い式が成立する。

$$m_v = \rho_v U_v = \rho_l U_l = \rho_l V_e \quad (3)$$

ここに、 U_l ：浸透速度($i = v, l$)、 V_e ：蒸発速度、 m_v ：蒸発マスフラックス。 V_e は実験から容易に求まる。

一方、乾燥帯-毛管帯間のエネルギーの釣り合い式は蒸発潜熱を考慮して、以下のようになる。

$$Q_2 = Q_1 + Q \quad (4)$$

ここに、 Q_1 ：界面から乾燥帯へ流出する熱エネルギー、 Q_2 ：毛管帯から界面へ入る熱エネルギー、 Q ：界面の単位面積あたりに放出される蒸発の潜熱エネルギー。本研究で対象とするような蒸発・乾燥過程では顕熱輸送量は熱伝導量に比べて無視できるから¹⁾、

$$\lambda_1 (dT_1/dz) - \lambda_2 (dT_2/dz) = \Delta h_v m_v \quad (5)$$

となる。ここに、 Δh_v ：蒸発熱。

2. 4 水分分布と熱伝導率

式(2)を計算する前に、毛管帯の水分分布および体積含水率 θ と熱伝導率 λ の関係を定式化しなければならない。前者は以前の研究から⁴⁾、近似的に次のように与えることができる。

$$\theta = a_1 + a_2 \cdot \exp(\gamma z) \quad (6)$$

ここに、 a_1 、 a_2 および γ は定数である。 λ と θ の関係は図-2に示すように、線形で近似でき、以下のように表わされる。

$$\lambda = \lambda^* + b\theta \quad [b = (\lambda_{sat} - \lambda^*)/\varepsilon] \quad (7)$$

ここに、 λ^* : 真の熱伝導率、 λ_{sat} : 飽和時の熱伝導率、 ε : 空隙率。なお、式(7)の妥当性については後で述べる。

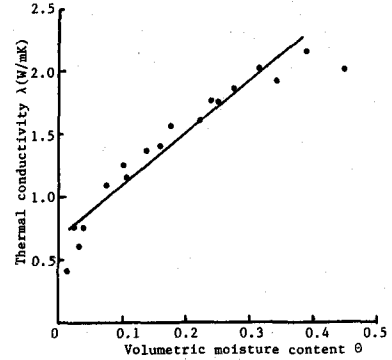


図-2 λ と θ の関係

3. 温度分布の解

3. 1 熱伝導・潜熱・顕熱を考慮した場合

(a) 乾燥帯 (領域1)

式(1)の解析解は次式で与えられる。

$$T_1 = c_1 + c_2 \cdot \exp(\zeta z) \quad (\zeta = c_v m_v / \lambda_1) \quad (8)$$

(b) 毛管帯 (領域2)

毛管帯の温度分布は式(2)より次のように表現される。

$$T_2 = c_3 \int_{-z}^D \exp[-\int f(z) dz] dz + c_4 \quad (9)$$

$$f(z) = (d\lambda_2/dz - c_1 m_1) / \lambda_2 \quad (10)$$

3. 2 熱伝導・潜熱を考慮した場合

前述したように顕熱の温度分布への影響は小さいので、液状水および水蒸気の移動による顕熱輸送を無視すると、式(1)および式(2)は簡略化され、乾燥帯と毛管帯に対して温度分布の解析解を得る。すなわち、

$$(a) \text{ 乾燥帯 : } T_1 = c_5 \cdot z + c_6 \quad (11)$$

$$(b) \text{ 毛管帯 : } T_2 = c_7 \{ z/\eta - \log[\beta a_2 \cdot \exp(\gamma z) + \eta] \} / \gamma \eta + c_8 \quad (12)$$

$$\eta = \lambda^* + a_2 \cdot b \quad (13)$$

以上より、温度分布は主として熱伝導率の鉛直分布、換言すれば水分分布に依存することが知れる。

4. 境界条件

式(8)、(9)、(11)および(12)中に含まれる積分定数 $c_1 \sim c_8$ は以下の4つの境界条件 (界面では温度および熱エネルギー連続条件) より決定される。

$$\begin{aligned} z = 0 & : T_1 = T_0 \\ z = -L & : T_2 = T_b \\ z = -D & : T_1 = T_2 = T_D \\ z = -D & : \lambda_1 (dT_1/dz) - \lambda_2 (dT_2/dz) = \Delta h_v m_v \end{aligned} \quad (14)$$

ここに、 T_D : $z = -D$ での温度、 T_0 : 地表温度、 T_b : 地下水面温度。

5. 蒸発量の推定

不飽和多孔媒体中の温度分布は蒸発潜熱に大きく影響されるので、蒸発量の正確な推定が温度分布の計算精度を左右する。以下では、空隙中のガス圧力勾配を無視し⁵⁾、空気成分が質量輸送に貢献しないと仮定して不飽和多孔媒体中の蒸発量を見積もる。なお、この仮定の妥当性は現在実験で検証中である。

乾燥帯中の対流速度を V 、拡散質量を J_a (空気成分)、 J_v (水蒸気成分) とすれば、各相のマスフラックス密度 m_a および m_v は次式で与えられる。

$$m_a = \rho_a \cdot V + J_a \quad (15)$$

$$m_v = \rho_v \cdot V + J_v \quad (16)$$

現象が緩慢で気体の圧力勾配が小さい場合、理想気体の状態方程式が使用でき、気体拡散を気体の分圧で表わすことは都合がよい。空隙中の空気と水蒸気の間で近似的に等温拡散が成り立つとすれば

$$J_a = - \frac{D_{a,tm}}{R_a \cdot T} \frac{dP_a}{dz} \quad (17)$$

となる。ここに、 R : 気体定数、 P : 圧力。 $D_{a,tm}$ は多孔媒体中の水蒸気拡散係数であり、大気中のそれに比べて屈曲度などの影響で小さくなる。すなわち、

$$D_{a,tm} = \xi \cdot D_{a,tm}^* \quad (18)$$

ここに、 ξ : 屈曲度(=0.67)、 $D_{a,tm}^*$: 大気中の水蒸気拡散係数。

すでに述べたように空気成分が質量移動に貢献しない ($m_a = 0$) と考えれば、式(15)より対流速度 V が求まり、最終的に水蒸気のフラックス m_v は式(16)より以下のように与えられる。

$$m_v = \frac{D_{a,tm}}{R_v \cdot T} \frac{P_g}{P_a} \frac{dP_a}{dz} \quad (19)$$

次に、式(19)の積分を蒸発面上方の乾燥帯全域にわたり実行する。この時、乾燥帯の代表温度 $\bar{T}$ は次式、

$$\bar{T} = (T_o + T_D) / 2 \quad (20)$$

で与えられ、 $D_{a,tm}$ は $\bar{T}$ の値に対して計算される。その結果、 m_v は次のようになる。

$$m_v = \frac{D_{a,tm} \cdot P_g}{D \cdot R_v \cdot \bar{T}} \ln \frac{P_{a0}}{P_{aD}} \quad (21)$$

地表面付近の相対湿度 H は小さく⁵⁾、 P_a は P_v に比べて十分大きい ($P_a \gg P_v$) ので、大気圧 $P_{a,tm}$ に等しいとする。一方、毛管帯上縁部の相対湿度を H_D とすると、式(21)は

$$m_v = \frac{D_{a,tm} \cdot P_{a,tm}}{D \cdot R_v \cdot \bar{T}} \ln \frac{P_{a,tm}}{P_{a,tm} - \rho_{v,s} \cdot H_D \cdot R_v \cdot T_D} \quad (22)$$

となる。ここに、 $\rho_{v,s}$ は毛管帯上縁部の飽和水蒸気密度であり、温度 T_D で決まる。式(22)に基づけば温度勾配下の不飽和多孔媒体中の蒸発量は以下の性質を有する。

- (1) m_v は乾燥帯の厚さ D に反比例する。
- (2) m_v は地中・地表温度に依存する。例えば、多孔媒体中の温度が上昇 (ただし、地表付近の相対湿度変化は小さいと) すれば、 $D_{a,tm}$ および毛管帯上縁部の P_v は増大し、結果的に m_v は増大する。

(3) 一方的な蒸発過程では m_v は毛管帯上縁部の相対湿度 H_0 に依存し、 H_0 が大きくなると m_v は増大する。

6. 温度分布と蒸発量のカップリング計算

不飽和多孔媒体中の温度分布は蒸発量を規定し、蒸発量は温度分布を変化させるために、計算に際しては温度分布の式[(8)と(9)あるいは(11)と(12)]および蒸発量の式[(22)]を同時に満たさなければならない。すなわち、最初に任意の m_v を与え、 $T(z)$ を計算する。次に T_D を基に m_v を計算し、再び $T(z)$ を計算する。この計算過程を繰り返して、 m_v と $T(z)$ が共に収束した時点で計算を終了する。

7. 擬定常法による乾燥帯の発達と蒸発量の経時変化の予測

蒸発が段階的に生ずる (successive steady state)と近似して、乾燥帯の発達と蒸発量の経時変化の予測を試みる。6. で述べた温度分布と蒸発量のカップリング計算を含め、図-3に擬定常計算のフローチャートを示す。この場合、重要となる乾燥層厚さ D の時間的变化量は次式で計算される。

$$\varepsilon \cdot \Delta D / \Delta t = -m_v / \rho_l \quad (23)$$

本計算では、 $\Delta t = 1 \text{ hr}$ とした。

8. 計算結果と実験結果の比較

実験方法については参考文献(3)を参照されたい。図-4および図-5は温度分布 $T(z)$ に関する計算結果と実験結果の比較を示す。前者は熱伝導、潜熱および顕熱を考慮した式(8)と(9)による計算値と実験値の比較を、後者は熱伝導と潜熱を考慮した式(11)と(12)による計算値と実験値の比較を示している。実験は地下水位 $z=-45 \text{ cm}$ 、毛管帯上縁部 $z=-10 \text{ cm}$ の場合である。計算に用いた定数は $a_1 = -0.2$ 、 $a_2 = 0.2$ 、 $\gamma = 0.07$ 、 $\xi = 0.67$ 、 H_0 は実験結果⁵⁾より90%を与えている。両図とも計算値と実験値は良く一致すること、および乾燥帯の温度はほぼ直線的であることより、顕熱による $T(z)$ への貢献は無視できるほどに小さいことが再確認できる。従って、 $T(z)$ の計算は実用上、式(11)と(12)で十分である。また、熱伝導に抗しての蒸発による温度上昇の抑制は当然ながら毛管帯上縁部(約3℃の温度低下)を中心に全域に及んでいる。蒸発速度 V_v の実験値は $5.89 \times 10^{-9} \text{ m/s}$ であるのに対して、計算値は $6.15 \times 10^{-9} \text{ m/s}$ となり、実験値に良好に一致する。このケースは地表温度の高い場合であるが、代表温度 $\bar{T}$ に対する $D_{a,tm}$ は地表温度のそれに対して約10%小さく、毛管帯上縁部のそれに対して逆に約10%大きい。 $D_{a,tm}$ の温度依存性が蒸発量の計算に及ぼす影響は小さいことが判る。基本的に熱エネルギー輸送は熱伝導で支配されるが、 $\lambda \sim \theta$ の関係および蒸発量が $T(z)$ の決定に重要な因子となる。また、 $\lambda \sim \theta$ の関係は厳密には線形でないので非線形関数を用いて、式(9)より $T(z)$ の計算を試みた。結果は図-5の $T(z)$ と殆ど差異がなく、実質的に式(7)で十分近似できる。

図-6および図-7は擬定常法で計算された乾燥層厚さ D および積算蒸発量(厳密には積算蒸発高さ) Q の経時変化を示しており、両図とも両対数表示である。図中の直線の勾配から、積算蒸発量 Q および乾燥層厚さ D と蒸発時間 t の間には以下の関係が成立する。

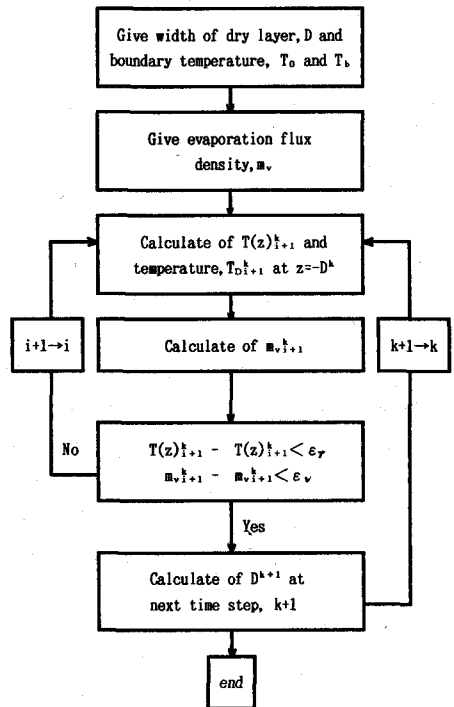


図-3 計算のフローチャート

$$Q \propto t^a \quad (a \approx 0.5), \quad D \propto t^b \quad (b \approx 0.4) \quad (24)$$

Dの経時変化は Bories⁶⁾ および新井の実験結果⁷⁾ とほぼ一致する。一方、 $Q \propto t^a$ の関係は、例えば Gardner⁸⁾ が液状水移動量が最終的に地表から蒸発量に変わるとして、液状水の質量保存則から（等温状態ではあるが）理論的に導いている。いずれにせよ、擬定常過程の仮定に基づいた計算方法でも土中の蒸発乾燥過程を単純ながら簡潔に説明できる。勿論、この仮定は蒸発乾燥現象が極めてゆっくりと変化する場合に限られる。

8. 結 論

蒸発乾燥のメカニズムを単純化して温度および蒸発量計算のための簡便モデルを提案したが、計算結果は蒸発量および乾燥層厚が共に時間のべき乗に従うという事実（ $Q \propto t^a$ 、 $D \propto t^b$ ）を良好

に再現することができた。特に、乾燥帯と毛管帯の温度分布は熱伝導率の水分依存性および蒸発潜熱（蒸発量）に規定されることが判った。また、自然状態の砂層中の乾燥過程における蒸発量は水蒸気の等温一方拡散理論で推量できると考えられる。

最後に、本研究は岩谷科学助成金の援助を受けて行なわれた。記して謝意を表します。

参 考 文 献

- 1) Sato, K., Fukuhara, T. and Bories, S.: Dynamic analysis of heat and mass transfer due to evaporation from a soil surface, 9th Int. Heat Transfer Confer. Jerusalem, Israel, 1990
- 2) Sato, K. and Fukuhara, T.: Dynamic analysis of evaporation from soil surface, 6th Cong., APD, Kyoto, Japan, 25-32, 1988
- 3) 高野新吾・福原輝幸・松浦弘泰: 蒸発に伴う溶質の蓄積とSoret効果、土木学会第45回年次学術講演会、I-12, 1990
- 4) 福原輝幸・佐藤邦明: 乾燥過程における多孔媒体中の熱と水分移動に関する一考察、土木学会第44回年次学術講演会、I-96, 1989
- 5) 馬場富夫・竹川秀夫: 砂層中の乾燥過程における水蒸気移動のメカニズム、福井大学卒業論文、1991
- 6) Bories, S.: Thermomigration en milieu poreux. Evolution de la zone sèche en système. CRAS, 280-B, 29-32, 1975
- 7) 新井正巳: 不飽和多孔媒体の乾燥過程における毛管流動と伝熱に関する実験的研究、埼玉大学卒業研究、1986
- 8) Gardner, W.R.: Solutions of the flow equation for the drying of soils and other porous media, Soil Sci. Soc. Am. Proc. 26, 183-187, 1959

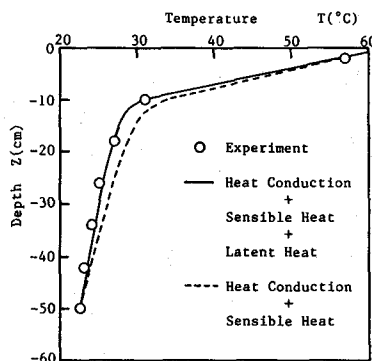


図-4 温度分布（理論値は熱伝導・潜熱・顕熱効果を含む。）

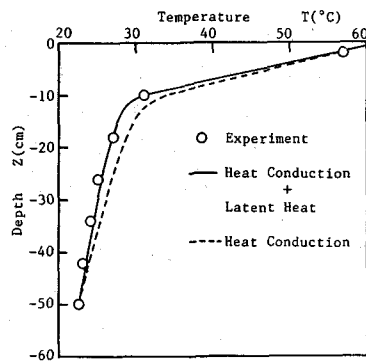


図-5 温度分布（理論値は熱伝導・潜熱効果を含む。）

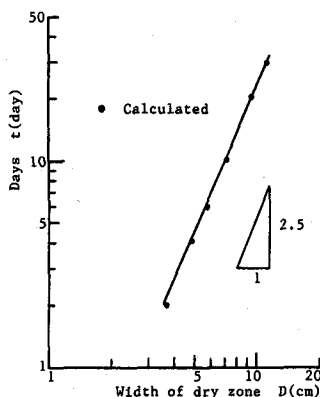


図-6 乾燥層厚さの経時変化

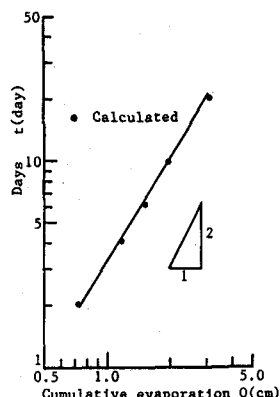


図-7 積算蒸発量の経時変化