

直交曲線座標系を用いた2方向多層流れの数値解析
Numerical Simulation of Two-directional Multi-layered Flow
by Use of Curvilinear Orthogonal Coordinate System

中部大学工学部	松 尾 直 規	Naoki MATSUO
京都大学工学部	岩 佐 義 朗	Yoshiaki IWASA
四電技術コンサルタント	椎 野 佐 昌	Sukeaki SHIINO
京都大学大学院	若 林 伸 幸	Nobuyuki WAKABAYASHI

This paper deals with the numerical simulation method concerning the two-directional multi-layered flow by use of the curvilinear orthogonal coordinate system and its verification through the numerical experiment of stratified flows in a reservoir. Starting from the hydrodynamic principles, the mathematical models are deduced by making use of the integral technique with respect to the control volumes derived from the geometrical features in the flow field. The numerical simulation method with use of the models is developed by means of the finite difference technique in terms of the staggered schemes. The results obtained through the proposed procedures in a reservoir are agreed with the past experiences and usefulness of the procedures is successfully verified.

Keywords : numerical analysis, two-directional multi-layered flow, geometrical feature

1. はじめに

本研究は、湖沼、貯水池、河口等における複雑な幾何形状ならびに流出入に関する境界条件が3次元的な流れの運動学的挙動とそれに関連する各種水質変化に及ぼす影響を詳細に明らかにすることを目的として直交曲線座標系を用いた2方向多層流れの数値解析法を開発するとともに、その貯水池成層流への適用例について検討するものである。

ここで対象とするような大規模水域における流体運動の3次元的な解析は、デカルト座標系により記述された数学モデルを有限差分法あるいは有限要素法を使って解くのが普通である^{1), 2)}。ところが、直交格子を用いる前者の方法では複雑な地形形状の忠実かつ効率的な表現に難があり、また、後者の方法では計算精度や計算所要時間などで不利な面がある。そこで、最近では、両者の欠点を克服すると同時にそれぞれの長所を取り入れんとする一般曲線座標系を用いた数値解析法が試みられているが³⁾、3次元的な流れの解析については未だ十分な成果を挙げるに至っていない。

本研究における直交曲線座標系を用いた数値解析法は、上述した一般曲線座標系によるそれと同様の目的で開発するものであるが、モデルの離散化及び数値解法において従来の1方向1層流れ、1方向多層流れに関する経験が活用でき、しかも物理的な空間分割と数値計算格子との対応がつき易く現実の地形形状の特徴に応じた忠実な取り扱いが比較的容易に可能となると考えられる。

2. 数学モデルとその展開

2. 1 直交曲線座標系における基礎方程式

対象とする流れの場における水の性質ならびに流れの運動学的特徴より、基礎数学モデルは、非圧縮性流体の連続式、運動量保存式、水温および水質濃度の収支式、密度と水温、濃度との関係を示す状態方程式より構成される。また、流れは変化が緩慢な乱流であり、ブシネスク近似に加え、水深方向には静水圧分布を仮定しうるものとする。そこで、直交曲線座標系において、 X_1 , X_2 を水平方向に、 X_3 を鉛直方向にとり(各方向に関する距離補正係数 h_1 , h_2 , h_3 について、 $\partial h_1 / \partial X_3 = 0$, $\partial h_2 / \partial X_3 = 0$, $\partial h_3 /$

$\partial X_1 = 0$, $\partial h_3 / \partial X_2 = 0$ とする)、また上述の条件を用いて基礎数学モデルを簡略化すると、対象とする流れを記述する基礎方程式が以下のように得られる。

・連続式

$$\frac{1}{h_1 h_2} \left(\frac{\partial}{\partial x_1} (h_2 u_1) + \frac{\partial}{\partial x_2} (h_1 u_2) \right) + \frac{1}{h_3} \frac{\partial u_3}{\partial x_3} = 0 \quad (1)$$

・水平方向 (X_1 および X_2 方向) の運動量保存式

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_1}{\partial t} + \frac{u_1}{h_1} \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{u_2}{h_2} \frac{\partial u_1}{\partial x_2} + \frac{u_3}{h_3} \frac{\partial u_1}{\partial x_3} = & -\frac{1}{\rho h_1} \frac{\partial p}{\partial x_1} + \frac{1}{\rho_1 h_1 h_2} \left[\frac{\partial}{\partial x_1} \left(h_2 (\sigma_{x_1} - \rho \overline{u'_1 u'_1}) \right) \right. \\ & \left. + \frac{\partial}{\partial x_2} \left(h_1 (\tau_{x_1 x_2} - \rho \overline{u'_1 u'_2}) \right) \right] + \frac{1}{\rho h_3} \frac{\partial}{\partial x_3} (\tau_{x_3 x_1} - \rho \overline{u'_3 u'_1}) \\ & + \frac{1}{\rho_1 h_1 h_2} \left(\frac{\partial h_1}{\partial x_2} (\tau_{x_1 x_2} - \rho u_1 u_2 - \rho \overline{u'_1 u'_2}) - \frac{\partial h_2}{\partial x_1} (\sigma_{x_2} - \rho u_2 u_2 - \rho \overline{u'_2 u'_2}) \right) \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_2}{\partial t} + \frac{u_1}{h_1} \frac{\partial u_2}{\partial x_1} + \frac{u_2}{h_2} \frac{\partial u_2}{\partial x_2} + \frac{u_3}{h_3} \frac{\partial u_2}{\partial x_3} = & -\frac{1}{\rho h_2} \frac{\partial p}{\partial x_2} + \frac{1}{\rho h_1 h_2} \left[\frac{\partial}{\partial x_1} \left(h_2 (\tau_{x_1 x_2} - \rho \overline{u'_1 u'_2}) \right) \right. \\ & \left. + \frac{\partial}{\partial x_2} \left(h_1 (\sigma_{x_2} - \rho \overline{u'_2 u'_2}) \right) \right] + \frac{1}{\rho h_3} \frac{\partial}{\partial x_3} (\tau_{x_2 x_3} - \rho \overline{u'_2 u'_3}) \\ & + \frac{1}{\rho h_1 h_2} \left(\frac{\partial h_2}{\partial x_1} (\tau_{x_1 x_2} - \rho u_1 u_2 - \rho \overline{u'_1 u'_2}) - \frac{\partial h_1}{\partial x_2} (\sigma_{x_1} - \rho u_1 u_1 - \rho \overline{u'_1 u'_1}) \right) \end{aligned} \quad (3)$$

・鉛直方向 (X_3 方向) の運動量保存式 (静水圧分布式)

$$0 = -g - \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_3} \quad (4)$$

・水温収支式

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{u_1}{h_1} \frac{\partial T}{\partial x_1} + \frac{u_2}{h_2} \frac{\partial T}{\partial x_2} + \frac{u_3}{h_3} \frac{\partial T}{\partial x_3} = & \frac{1}{h_1 h_2} \left[\frac{\partial}{\partial x_1} (-h_2 \overline{u'_1 T'}) \right. \\ & \left. + \frac{\partial}{\partial x_2} (-h_1 \overline{u'_2 T'}) \right] + \frac{1}{h_3} \frac{\partial}{\partial x_3} (-\overline{u'_3 T'}) + H_T \end{aligned} \quad (5)$$

・濃度収支式

$$\begin{aligned} \frac{\partial c}{\partial t} + \frac{u_1}{h_1} \frac{\partial c}{\partial x_1} + \frac{u_2}{h_2} \frac{\partial c}{\partial x_2} + \frac{u_3}{h_3} \frac{\partial c}{\partial x_3} = & \frac{1}{h_1 h_2} \left[\frac{\partial}{\partial x_1} (-h_2 \overline{u'_1 c'}) \right. \\ & \left. + \frac{\partial}{\partial x_2} (-h_1 \overline{u'_2 c'}) \right] + \frac{1}{h_3} \frac{\partial}{\partial x_3} (-\overline{u'_3 c'}) + S_c + P_c \end{aligned} \quad (6)$$

・密度に関する状態方程式

$$\rho = f(T, c) \quad (7)$$

ここに、各式は平均流に関するものであり、 u_i ($i=1\sim3$) : X_i 方向の速度成分、 T : 水温、 c : 水質濃度、 ρ : 水の密度、 p : 圧力、 g : 重力加速度、 σ, τ : 応力テンソル、 Sc : 濃度に関する沈降項、 Pe : 濃度に関する生産、消費項、 H_T : 水温に関する発生項、 t : 時間、添字' : Reynoldsの平均操作により得られた平均値からの変動分を示している。なお、(5)、(6)式においては分子拡散項を無視している。

2. 2 数値解析モデルへの展開

2. 1 で示された基礎方程式を、対象とする流れの場の幾何形状の特徴と、それに関連する各水理量の空間的一様性に基いて得られる適当な流体塊 (コントロール・ボリューム) について、与えられた境界条件の下で積分し空間的な平均操作を行うと、2 方向多層流れの数値解析に用いる数学モデルが得られることになる。いま、図-1 のように X_1, X_2, X_3 の座標軸

とある流体塊を考え、流体塊の体積 dV を $dV = h_1 h_2 h_3 dX_1 dX_2 dX_3$, 各表面積を $dS_1 = h_2 h_3 dX_2 dX_3$, $dS_2 = h_1 h_3 dX_1 dX_3$, $dS_3 = h_1 h_2 dX_1 dX_2$ とし、粘性応力を Reynolds 応力に対して無視するとともに、Reynolds 応力および T, c の乱流拡散フラックスを平均量に関する勾配輸送型で表示することにすれば、この流体塊について得られる数値解析のための基礎式は以下ようになる。なお、紙面の都合上、(1)、(2)

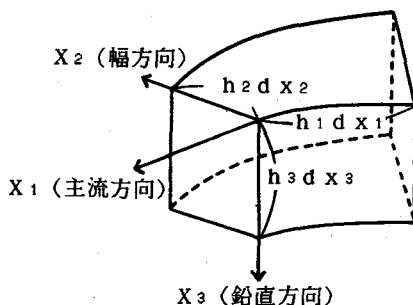


図-1 コントロール・ボリューム

(5) 式に関するものだけに示すことにする。

・連続式

$$\frac{1}{h_1 h_2 dX_1} \left| h_2 u_1 \right|_{x_{1i}^{j+1}} + \frac{1}{h_1 h_2 dX_2} \left| h_1 u_2 \right|_{x_{2j}^{j+1}} + \frac{1}{h_3 dX_3} \left| u_3 \right|_{x_{3k}^{j+1}} = 0 \quad (8)$$

・ X_1 方向の運動量保存式

$$\begin{aligned} & \frac{\partial u_1}{\partial t} + \frac{1}{h_1 h_2 dX_1} \left| h_2 u_1 u_1 \right|_{x_{1i}^{j+1}} + \frac{1}{h_1 h_2 dX_2} \left| h_1 u_2 u_1 \right|_{x_{2j}^{j+1}} + \frac{1}{h_3 dX_3} \left| u_3 u_1 \right|_{x_{3k}^{j+1}} = \\ & - \frac{1}{\rho h_1 h_2 dX_1} \left| h_2 p \right|_{x_{1i}^{j+1}} + \frac{1}{\rho dV} \int \frac{p}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial x_1} dV + \frac{1}{h_1 h_2 dX_1} \left| 2E_{x_1 x_1} \frac{h_2}{h_1} \left(\frac{\partial u}{\partial x_1} + \frac{u_2}{h_2} \frac{\partial h_1}{\partial x_2} \right) \right|_{x_{1i}^{j+1}} \\ & + \frac{1}{h_1 h_2 dX_2} \left| E_{x_1 x_2} \left(h_2 \frac{\partial}{\partial x_1} \left(\frac{u_2}{h_2} \right) + \frac{h_1^2}{h_2} \frac{\partial}{\partial x_2} \left(\frac{u_1}{h_1} \right) \right) \right|_{x_{2j}^{j+1}} + \frac{1}{h_3 dX_3} \left| E_{x_1 x_3} \left(\frac{1}{h_3} \frac{\partial u_1}{\partial x_3} + \frac{1}{h_1} \frac{\partial u_3}{\partial x_1} \right) \right|_{x_{3k}^{j+1}} \\ & + \frac{1}{dV} \int \frac{1}{h_1 h_2} \frac{\partial h_1}{\partial x_2} \left[E_{x_1 x_2} \left(\frac{h_2}{h_1} \frac{\partial}{\partial x_1} \left(\frac{u_2}{h_2} \right) + \frac{h_1}{h_2} \frac{\partial}{\partial x_2} \left(\frac{u_1}{h_1} \right) \right) - u_1 u_2 \right] dV \\ & - \frac{1}{dV} \int \frac{1}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial x_1} \left(\frac{2E_{x_2 x_2}}{h_2} \left(\frac{\partial u_2}{\partial x_2} + \frac{u_1}{h_1} \frac{\partial h_2}{\partial x_1} \right) - u_2 u_2 \right) dV \end{aligned} \quad (9)$$

・水温収支式

$$\begin{aligned} & \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{1}{h_1 h_2 dX_1} \left| h_2 u_1 T \right|_{x_{1i}^{j+1}} + \frac{1}{h_1 h_2 dX_2} \left| h_1 u_2 T \right|_{x_{2j}^{j+1}} + \frac{1}{h_3 dX_3} \left| u_3 T \right|_{x_{3k}^{j+1}} = \\ & \frac{1}{h_1 h_2 dX_1} \left| \frac{D_{Tx_1} h_2}{h_1} \frac{\partial T}{\partial x_1} \right|_{x_{1i}^{j+1}} + \frac{1}{h_1 h_2 dX_2} \left| \frac{D_{Tx_2} h_1}{h_2} \frac{\partial T}{\partial x_2} \right|_{x_{2j}^{j+1}} + \frac{1}{h_3 dX_3} \left| \frac{D_{Tx_3}}{h_3} \frac{\partial T}{\partial x_3} \right|_{x_{3k}^{j+1}} + H_T \end{aligned} \quad (10)$$

ここで、各式における水理量は空間平均値であり、 $E_{x_1x_1}$, $E_{x_1x_2}$, $E_{x_1x_3}$, $E_{x_2x_2}$: 渦動粘性係数の断面平均値、 D_{Tx_1} , D_{Tx_2} , D_{Tx_3} : 水温に関する乱流拡散係数の断面平均値である。

また、自由表面を有する流体塊については、次式の運動学的条件

$$u_{3s} = h_{3s} \left(\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{u_{1s}}{h_{1s}} \frac{\partial h}{\partial x_1} + \frac{u_{2s}}{h_{2s}} \frac{\partial h}{\partial x_2} \right) \quad (11)$$

および、幾何学的条件

$$\cos_s(x_1, \nu) = -\frac{1}{h_{1s}} \frac{\partial h}{\partial x_1} \quad \cos_s(x_2, \nu) = -\frac{1}{h_{2s}} \frac{\partial h}{\partial x_2} \quad \cos_s(x_3, \nu) = \frac{1}{h_{3s}} \quad (12)$$

を用いて(1)～(6)式の変形が行われることになる。なお、添字 s は自由表面での値、h は水位を示す。ここでは、紙面の都合上、連続式のみ示せば次のようである。

$$\frac{1}{dx_1} \left| h_2 h_{3s} u_1 \right|_{x_{1i}}^{x_{1i+1}} + \frac{1}{dx_2} \left| h_1 h_{3s} u_2 \right|_{x_{2j}}^{x_{2j+1}} + \frac{1}{dx_1 dx_2 dx_3} \int \frac{\partial h}{\partial t} dS_s - \frac{h_1 h_2 u_3}{dx_3} \Big|_{x_{3s-1}} = 0 \quad (13)$$

ここに、 h_{3s} は水表面の流体塊(厚さを $h_{3s} dX_3$ とする)の h_3 の値、 dS_s : 流体塊の水表面積、 X_{3s-1} は水表面流体塊の下側境界面での値を示す。

3. 貯水池成層流への適用

3.1 貯水池分割

2. で述べた数学モデルを貯水池における水温成層流に適用し、その妥当性を検討した。まず、解析にあたっての貯水池分割、すなわち 2.2 で述べた流体塊については、主流方向を X_1 、それと直交する幅方向を X_2 、鉛直方向を X_3 と定め、貯水池の幾何形状の特徴を表現し得る範囲での計算の簡単化を図るために $h_2 = h_3 = 1$ (幅方向及び鉛直方向には等間隔)として分割を行った。主流方向 X_1 は、平面図上において適当な間隔で入力した貯水池最深部の座標点を 3 次関数で結ぶことにより求め、その曲率の場地的な変化すなわち貯水池の湾曲の程度に応じて $h_1 dX_1$ を変えながら X_1 軸と直交する X_2 軸を定めるとともに、貯水池幅の変化に対応して X_2 方向の分割数を変えた。なお、以上の分割操作は最深点および陸地境界点の座標の取り込みを除いて計算機を用いて処理された。得られた貯水池分割の例を図-2 に示す。

3.2 数学モデルの簡略化

上述した貯水池分割で得られた流体塊に対する数値解析モデルは、(1)～(6)式を 2.2 で述べた空間的平均操作により変形することにより得られるが、それらは例えば(8)～(10)および(13)式において $h_2 = h_3 = 1$, $\partial h_2 / \partial X_1 = 0$ と置いたものとなる。さらに、貯水池内の流れは一般に主流方向の速度成分 u_1 が卓越し、 u_2 , u_3 の変化は u_1 のそれに比べると十分に小さいと考えられることから拡散項に含まれる微小項を省略しモデルの簡略化を図ることにした。なお、(9)式の右辺第 6 項、すなわち、曲がりに伴う移流、拡散の補正項は、以下のように近似する。

$$\frac{1}{dV} \int \frac{1}{h_1 h_2} \frac{\partial h_1}{\partial x_2} \left[E_{x_1 x_2} \left(\frac{h_2}{h_1} \frac{\partial}{\partial x_1} \left(\frac{u_2}{h_2} \right) + \frac{h_1}{h_2} \frac{\partial}{\partial x_2} \left(\frac{u_1}{h_1} \right) \right) - u_1 u_2 \right] dV \approx \left(\frac{E_{x_1 x_2}}{h_1^2} \left(h_1 \frac{\partial u_1}{\partial x_2} - u_1 \frac{\partial h_1}{\partial x_2} \right) - \frac{u_1 u_2}{h_1 dx_2} \right) \Big|_{x_{2j}}^{x_{2j+1}}$$

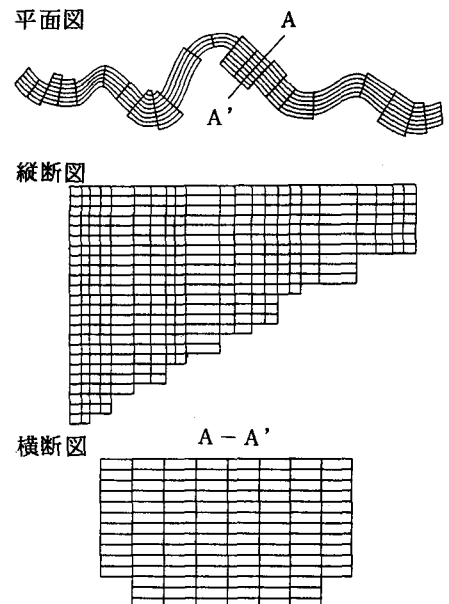


図-2 貯水池分割例

また、圧力項を次のように近似する。

$$\begin{aligned}
 & -\frac{1}{\rho h_1 h_2 d x_1} \left| h_2 p \right|_{x_{1i}^{i+1}} + \frac{1}{\rho d V} \int \frac{p}{h_1 h_2} \frac{\partial h_2}{\partial x_1} d V \\
 & \doteq -\frac{1}{\rho h_1 h_2 d x_1} \left(h_2 \left| p \right|_{x_{1i}^{i+1}} + p \left| h_2 \right|_{x_{1i}^{i+1}} - p \left| h_2 \right|_{x_{1i}^{i+1}} \right) \\
 & = -\frac{1}{\rho h_1 d x_1} \left| p \right|_{x_{1i}^{i+1}}
 \end{aligned}$$

これらの近似はX₂方向の運動量式についても同様に行われる。得られた数学モデルの表示は省略し、著者らの文献⁴⁾に譲ることにする。

3. 3 数値計算法

3. 2で得られた数学モデルは、従来より2次元、3次元の数値計算にしばしば用いられるstaggered schemeにおいて移流項に風上差分、拡散項に中央差分を用いて陽型の階差式に変形され、数値的に解かれることになる。図-3はこのときの各水理量に関する計算点の配置を示したものであり、また図-4はそれらに関する階差式の計算領域のある水平面について示している。

計算手順は次のようである。1) 自由表面を有する最上層ブロックの $t = n \, dt$ における u^{n1s} , u^{n2s} , u^{n3s-1} , h^{n3s} の値を用いて、連続式より $t = (n+1) \, dt$ における最上層ブロックの厚さ h^{n+13s} と X_3 をもとめ、貯水位

h^{n+1} を決定する。2) 水温及び濃度の収支式より全ブロックについて $t = (n+1) \, dt$ における T^{n+1} , C^{n+1} を求め、状態方程式から ρ^{n+1} を計算する。3) 運動量保存式より、 $t = (n+1) \, dt$ における u^{n+11} , u^{n+12} を全ブロックについて計算する。このとき、圧力項の p には、 ρ^{n+1} , h^{n+1} を用いて静水圧分布式より得られる値 p^{n+1} を用いる。移流、拡散項は $t = n \, dt$ の諸量より計算される。4) 最上層を除く各ブロックで連続式より u^{n+13} を計算する。5) 上記の1)～4)を計算終了時刻まで繰り返す。

境界条件については、陸地境界および底面に対して垂直方向の流速成分を0としNon-Slip条件を用いる。なお、せん断抵抗力は考えないことにする。また、水温、濃度についてはすべての境界面でそれぞれの勾配を0とし、水温の発生項、濃度の生産、消費項は考えないことにする。上流端では、流速に関して水深方向には対数分布、幅方向には一様分布を仮定し、また、水温、濃度は断面内で一様とする。下流端では、堤体部は陸地境界と同一の条件を与え、取水口に相当するブロックにおいては、所与の取水量が流出するものとする。なお、支川流入など、幅方向に流入、流出がある場合には、それらに相当するブロックにおいて流量に応じた流入、流出流速を与える。

3. 4 適用例とその結果

対象とした貯水池は室生貯水池であり、前出の図-2に示すような貯水池分割の下で、開発したモデルの適用性を検討した。分割は、主流方向のブロック長が65～390m、幅方向に30m、水深方向に2mの長さで行われ、対象域の総ブロック数は1709個である。計算は、一様水温分布ならびに夏期成層時の温度分布の下で静水状態から開始し、計算時間間隔 Δt を、C.F.L条件より決まる最小値1.6秒として進めた。運動量及び水温、濃度の分散係数は今後の課題であるが、ここではとりあえずいずれも水平方向に $1.0 \, m^2/s$ 、水深方向には $0.0001 \, m^2/s$ を一様に与えた。以下に得られた計算例を示す。

図-5～7は、水温成層形成時に表水層水温と等しい温度の水が流入する場合について、本研究で開発

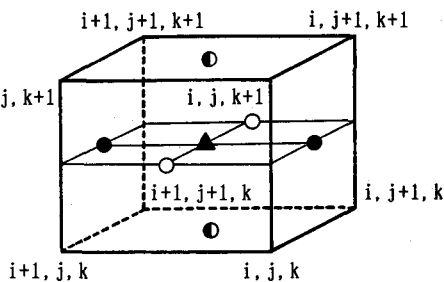


図-3 計算格子と諸量の配置

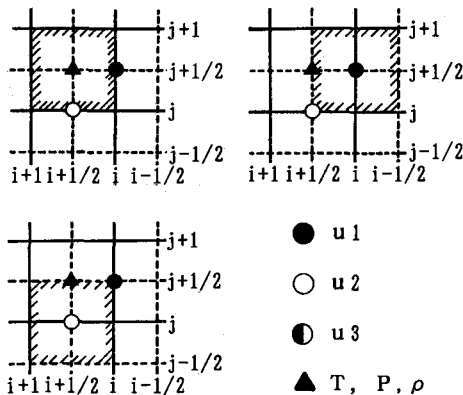


図-4 階差式の計算領域

EL = 275 m (中層)

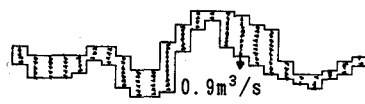


EL = 285 m (最上層)



図-5 直交曲線座標系を用いた2方向多層モデルによる貯水池成層流の計算例

EL = 275 m (中層)



EL = 285 m (最上層)

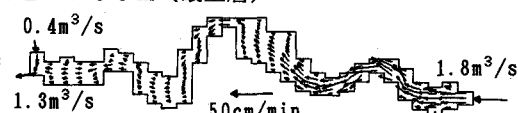
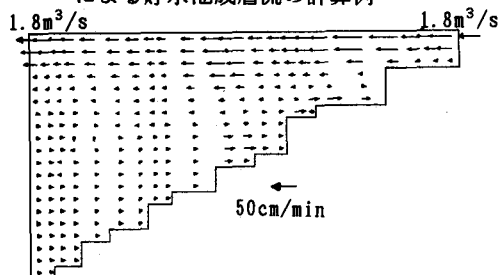
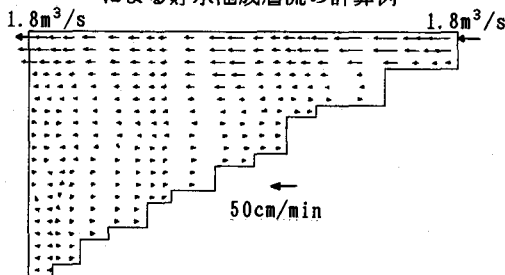


図-6 デカルト座標系を用いた2方向多層モデルによる貯水池成層流の計算例



(a) 1方向多層モデルによる結果



(b) 2方向多層モデルによる結果

図-7 1方向多層モデルと2方向多層モデルによる幅平均流速分布に関する計算結果の比較

されたモデル、デカルト座標系によるモデルならびに著者らの1方向多層モデルにより計算した結果を並べ比較したものである。図-5, 6より、いずれの座標系を用いても定性的にはほぼ一致した流れの状況が得られ、平面形状および図中に示した流入条件に対応した流速分布がおおむね妥当に表現されていると考えられるが、図-5に示す本研究による結果の方が地形形状の表現がより忠実であり、対応する流れの特徴を明確に把握し易いと言えよう。図-7 (a), (b)の比較では、両者の流速分布はほぼ一致しており、本研究における解析手法と従来の1方向多層モデルによる方法との整合性が示されていると考えられる。

図-8は、図-5に示した流動状況下での滞留時間を、単位体積当たりについて求め、図示したものである。同図より、貯水池中央付近に位置する取水口からの取水の影響により、それより下流側での滞留時間が長くなること、貯水池幅が広がる場所や湾曲の影響を受ける側岸部で滞留時間が長くなることがわかる。滞留時間の空間的分布は、貯水池における水の華の発生などの富栄養化現象と密接な関連があると考えられるが、そうした関係についての詳細な説明は今後の課題である。

以上より本研究で開発した直交曲線座標系を用いた2方向多層流れの数値解析法は、複雑な地形形状を有する場において、その影響を反映した流れの挙動を少なくとも定性的には妥当に表現しうることが確かめられた。最後に、計算、作図に協力頂いた京都大学大学院生山田哲也君、京都大学四回生福井直之君に謝意を表します。

以上より本研究で開発した直交曲線座標系を用いた2方向多層流れの数値解析法は、複雑な地形形状を有する場において、その影響を反映した流れの挙動を少なくとも定性的には妥当に表現しうることが確かめられた。最後に、計算、作図に協力頂いた京都大学大学院生山田哲也君、京都大学四回生福井直之君に謝意を表します。

参考文献 1) 岩佐他：琵琶湖湖流の三次元的な解析, 京大防災研年報26号B2, 1983

2) 富所：FEMによる浅水域における三次元流動解析法, 第27回海岸工学講演会論文集, 1980

3) 岩佐他：一般曲線座標系を用いた流れと水質混合の2次元解析, 京大防災研年報31号B2, 1988

4) 松尾他：2方向多層モデルによる貯水池水理の流れと滞留時間の数値解析, 年次講演会, 1989

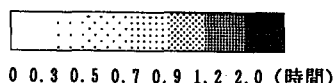


図-8 滞留時間の分布に関する計算例