

ファジー推論を用いた水文情報サービスの利用に関する研究

Study on An Application of the Hydrologic Information Networks Based on Fuzzy Inference

北見工業大学 早川 博 Hiroshi HAYAKAWA
北海道大学工学部 藤田 睦博 Mitsuhiro FUJITA

The hydrologic information networks such as FLICS has been recently expanded across the country. The effective use of these informations becomes a serious matter of great concern.

This paper shows two fuzzy inference methods to predict runoff. First method applies the following conditional propositions.

If X is A and Y is B then Z is C.

If X is A' and Y is B' then Z is C'.

A, B, C, A' and B' are given fuzzy concepts and C' is an unknown one. Second method uses the linear regression model which include fuzzy concepts. These two methods are examined in a small basin and good results are obtained.

Keywords: fuzzy inference, runoff prediction, fuzzy linear regression

1. はじめに

近年、水文情報サービス網が充実し、市町村においても端末機があれば全国的規模から県単位規模までの水文情報をオンラインに近い形で入手可能になっている。これらの水文情報を防災対策にいかにも有効に利用するかが今後の問題であろう。例えば、市町村管轄の中小河川においては、必ずしも降雨や水位の観測施設が十分でなく、水位の予測には水文情報の利用が不可欠である。水位予測に必要な降雨予測は「弱、並、強極強」等にランク別化されたものなので、これらの情報を有効に利用しようとするときFuzzy理論の応用が最適であると思われる。本論文は、小流域の水位予測に関してFuzzy理論に基づく二つの予測手法を比較検討したものである。

2. 基礎理論

2.1 Fuzzy線形回帰式による予測

水文資料の完備していない流域を対象に流出量や水位を予測しようとするとき、まず、既存の流出モデルやパラメータ値を利用することが考えられる。一方、前述のランク別化された降雨量の予測値をFuzzy的な量として定義すると、既存の流出モデルを利用するにはFuzzy量と非Fuzzy量あるいはFuzzy量とFuzzy量の加減乗除やその他の演算が必要になる。ここでは、最も単純な流出モデルとしてFuzzy線形回帰式を用いた予測計算手法について述べる。

Fuzzy線形回帰式はTanaka¹⁾らによって提案されているが、通常の回帰式では誤差の自乗和を最小にするように回帰係数を決定している。Fuzzy回帰式ではシステム自体に「ゆらぎ」を認めて回帰係数をFuzzy数で記述しようとしているところに特徴がある。Fuzzy線形回帰式の詳細については参考文献を参照してもらうこととして、ここでは要点のみを記述する。

既知の非Fuzzy要素からなる n 元の列ベクトル Y と $n \times m$ のマトリックス X が与えられたとき、Fuzzy係数 A を同定する。列ベクトル、マトリックスの要素を小文字で表すものとする。 A はFuzzy数からなる行ベクトルである。Fuzzy数 A のMember-ship関数を図-1に示すように三角形で与えるものとする。 A の要素 a_i を次のように記

すと、 α_i, c_i が未知数となる。

$$a_i = L(\alpha_i, c_i) \quad (2.1)$$

通常の表現法では、 A, X, Y の関係は、式(2.2)のように書くことができる。

$$Y = A \cdot X \quad (2.2)$$

Fuzzy 回帰係数の場合、図-2 に示すように推定Fuzzy数が指定されたグレード β 以上に y_i を含むように α_i, c_i を決定する。 α_i, c_i に関して次式を得る。

$$\{C^t | X_i | \} \rightarrow \text{Min} \quad (2.3)$$

$$y_i \leq X_i^t \alpha + (1-\beta) C^t | X_i |$$

$$y_i \geq X_i^t \alpha - (1-\beta) C^t | X_i |$$

$$C = [c_1, c_2, \dots, c_m] \quad (2.4)$$

$$c_i \geq 0, \quad i=1, 2, \dots, n$$

$$X_i = [x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{in}]$$

したがって、式(2.4)の条件下で式(2.3)を最小にするLP問題に帰着できる。

上述の理論を実流域に適用した例を以下に示す。現時刻 t 以前の降雨量 r_i 、水位 $h_i, i \leq t$ が既知の条件下で、水位と降雨量の関係式を次のように仮定する。

$$H(i) = a_1 H(i-1) + a_2 H(i-2) + a_3 r(i) \quad (2.5)$$

式(2.5)の式形は流域の特性に応じて変形できる。また、対象としている流域の単位図が既知ならば、それを参照することもできる。ここでは、 $t-9 \leq i \leq t$ の区間の既知データを用いてFuzzy係数 a_1, a_2, a_3 を同定するものとする。式(2.2)を参照すると

$$Y^t = [H(t), H(t-1), H(t-2), \dots, H(t-9)] \quad (2.6)$$

表-1 予測降雨のランク

ランク	降雨強度	ランク	降雨強度
0	0 (mm/hr)	5	30~40 (mm/hr)
1	0~5	6	40~50
2	5~10	7	50~70
3	10~20	8	70~
4	20~30		

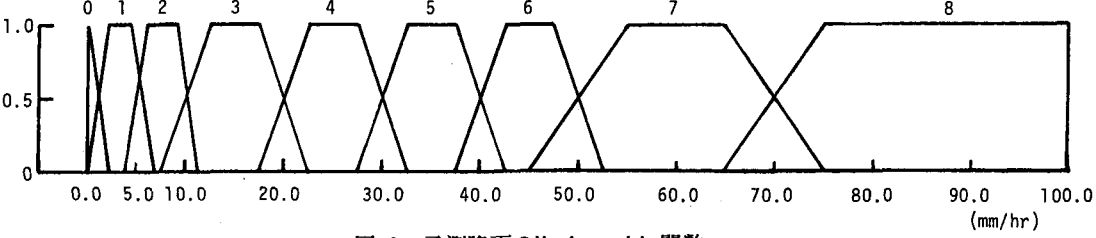


図-3 予測降雨のMember-ship関数

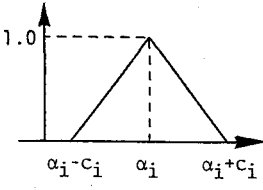


図-1 三角形型 Fuzzy数

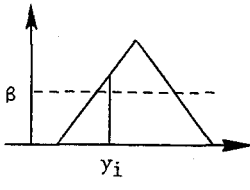


図-2 β レベル集合

表-2 Fuzzy数の演算

演 算	区間	区間	結 果
$(F_1) \times (NF)$	$[a, b]$	$[c]$	$[ac, bc]$
$(F_1) + (F_2)$	$[a, b]$	$[c, d]$	$[a+c, b+d]$
$(F_1) \times (F_2)$	$[a, b]$	$[c, d]$	$[ac, bd]$

F_1, F_2 : Fuzzy数 NF : 非Fuzzy数

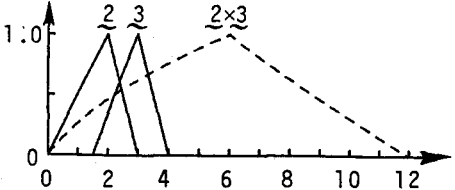
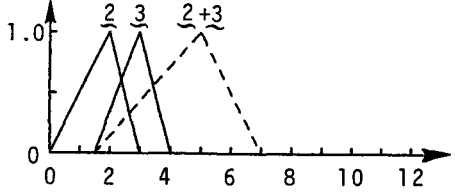
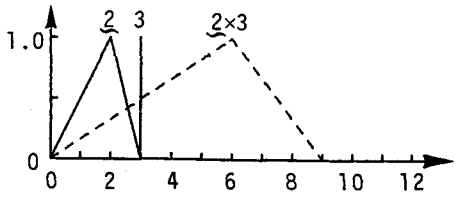


図-4 Fuzzy数の演算

$$X = \begin{vmatrix} H(t-1) & H(t-2) & r(t) \\ H(t-2) & H(t-3) & r(t-1) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ H(t-10) & H(t-11) & r(t-9) \end{vmatrix} \quad (2.7) \quad , \quad M_i(H) = 1 - \frac{|H - \sum_k \alpha_i x_{ik}|}{\sum_k c_i |x_{ik}|} \quad (2.8)$$

$M(H)$ は H の Member-ship 関数である。

予測計算をするには、式(2.5)においてリードタイムを l とおいて $i=t+l$ とするとよい。

$$\hat{M}_f(t+l) = a_1 M_H(t+l-1) + a_2 M_H(t+l-2) + a_3 \hat{M}_f(t+l) \quad (2.9)$$

上式の右辺第1,2項の $()$ の値 $\leq t$ のとき、水位は既知なので通常の数値となる。 $\hat{M}_f(t+l)$ は予測降雨の Member-ship 関数である。予測降雨の Member-ship 関数は、図-3に示すように降雨強度に応じて0から8までの9段階(表-1)に分けた。式(2.9)によると (Fuzzy数) $\times$ (Fuzzy数)、(Fuzzy数) $\times$ (非Fuzzy数)あるいは (Fuzzy数) + (

Fuzzy数)の演算が必要になる。これらの演算結果は いずれも Fuzzy 数になるが、例えば、約2 $\times$ 約3=約6、約2+約3=約5と考えると我々の直感に符合している。表-2は、これらの演算について説明したものである。表中の区間 $[a, b]$ は、 α -カットした Member-ship 関数の最大値の区間を示している。図-4は、 $(F_1)=$ 約2 $(F_2)=$ 約3、 $(NF)=3$ として表-2の結果を図示したものである。

上述の理論を著者らによって測定されてい

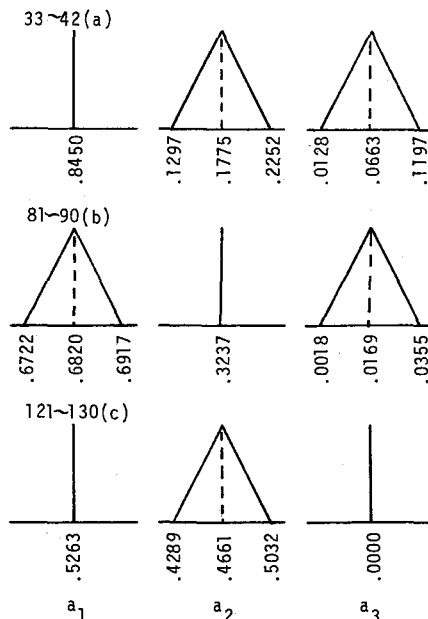


図-5 同定したFuzzy係数

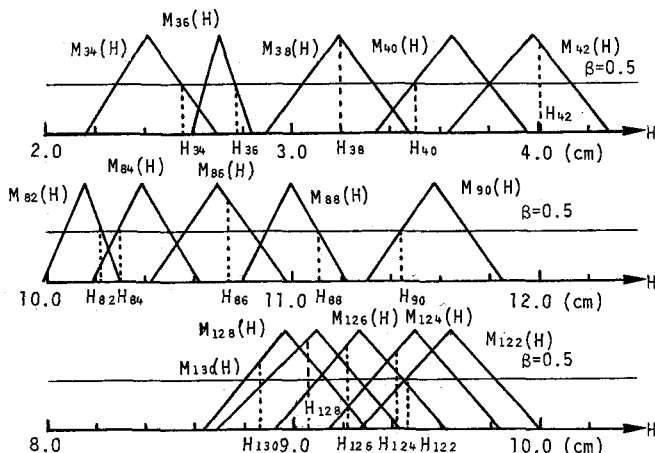


図-6 水位の推定Fuzzy量

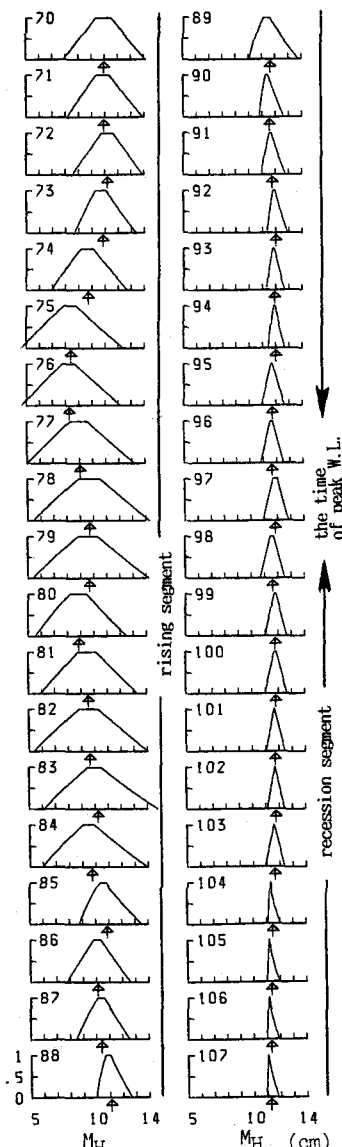


図-7 予測水位のMember-ship関数

る宮の森試験地（流域面積2.6ha）の量水堰の水位予測に適用した。測定時間間隔が10分の資料を用いた。図-5は3つの同定期間（図-8の矢印で示す）で得られたFuzzy係数 a_1 、 a_2 、 a_3 を示している。インパルス状の係数は、非Fuzzy数が同定されたことを意味している。また、図-6は図-5に示したFuzzy係数を用いて水位の推定Fuzzy量を計算したものである。計算では $\beta=0.5$ としているので、 $H(i)$ のグレードはいずれも0.5以上になっている。図-7は、式(2.9)においてリードタイム $\ell=3$ (30分)の場合の $M_{\hat{H}}(t+\ell)$ を図示している。図中の数は $(t+\ell)$ を表している。また、図-7の↑印は、Member-ship関数 $M_{\hat{H}}(t+\ell)$ の重心の位置を示している。図-8は、 $\ell=1,2,3$ として $M_{\hat{H}}(t+\ell)$ の重心の座標を予測値 $\hat{H}(t+\ell)$ として実測値と比較したものである。

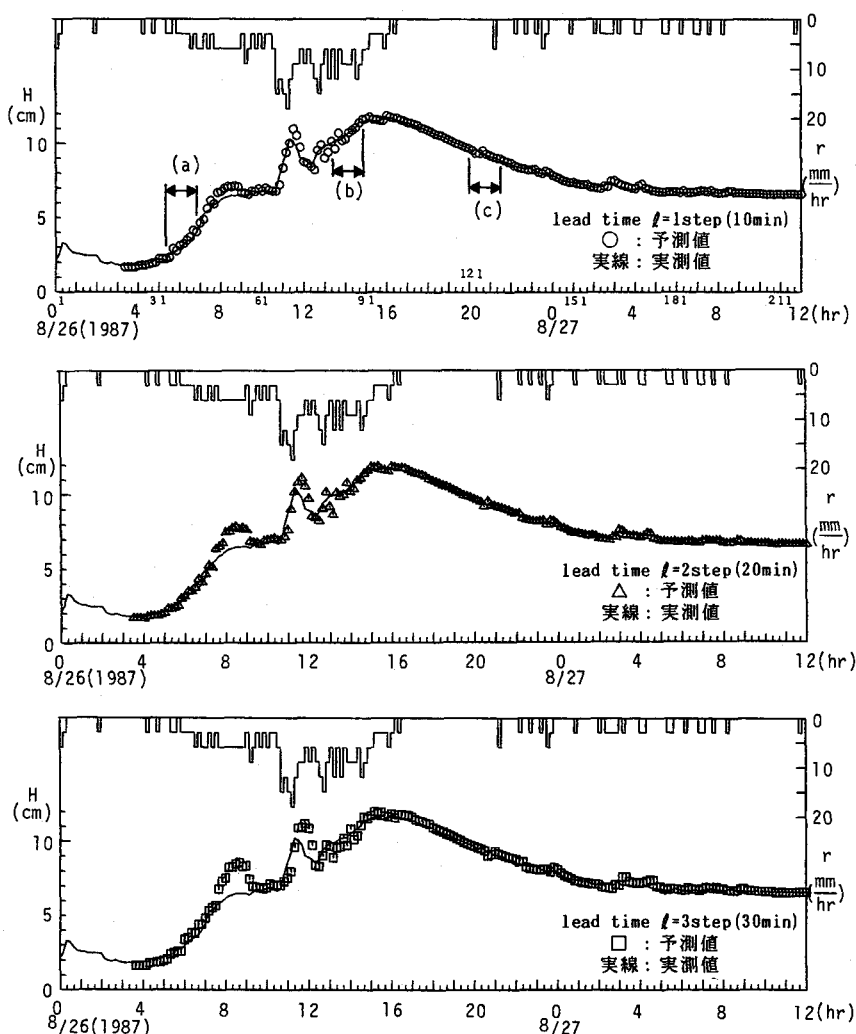


図-8 水位の予測値と実測値の比較

Member-ship関数 $M_{\hat{H}}(t+\ell)$ の重心の位置を示している。図-8は、 $\ell=1,2,3$ として $M_{\hat{H}}(t+\ell)$ の重心の座標を予測値 $\hat{H}(t+\ell)$ として実測値と比較したものである。

2.2 Fuzzy推論による予測

Fuzzy推論は、次のようなIf, then形式の条件付き命題Pが与えられ、 A' 、 B' が既知なときにFuzzy関係の合成規則によって C' を推論しようとするものである。

If X is A and Y is B then Z is C $\rightarrow P(AB \rightarrow C)$

If X is A' and Y is B' then Z is C' (?)

$$\therefore C' = A' \diamond B' \diamond P(AB \rightarrow C)$$

$$(2.10)$$

ここで、 $\diamond$ 印はMax-積合成を意味している。

著者らはすでに Fuzzy推論を用いたリアルタイムの流出予測を試みている²⁾が、比較的大きな流域を対象としていたため、到達時間が大きいという理由から現時刻までの降雨情報を基に予測を行っている。しかし

小流域を対象とする場合、到達時間が小さいので、次式を用いることとする³⁾。

$$\Delta H(t) = f\{r(t), \Delta H(t-1)\} \quad (2.11)$$

$$\Delta H(t) = H(t) - H(t-1) \quad (2.12)$$

ここで、 f は未知関数である。Fuzzy推論による流出予測では、図-9, 10に示すような $\Delta H(t)$ 、 $r(t)$ のMember-ship関数 $M_{\Delta H(t)}$ 、 $M_r(t)$ を用いて、時刻 t での条件付き命題 P_t を次のように書く。

$$P_t = M_r(t) \cap M_{\Delta H(t)} \cap M_{\Delta H(t-1)} \quad (2.13)$$

ここで $\cap$ は積演算を示す。 P_t は式(2.10)の条件付き命題 $P(AB \rightarrow C)$ の1つの表現形式である。他の表現形式の比較については文献(2)を参照されたい。時刻 t までには $P_1, P_2, \dots, P_t$ が既知であるので、これをまとめると、

$$\Pi_t = P_1 \cup P_2 \cup \dots \cup P_t \quad (2.14)$$

ここで、 $\cup$ は和演算を示す。また、過去の水文資料がある場合、出水の終了時に得られた Π_t を Π_t と表すと、これがいわゆる出水の経験となつて次の出水の予測計算の際の初期値とすることができる。すなわち

$$\Pi_t = \Pi_{t-1} \cup \Pi_{t-1} \cup P_t \quad (2.15)$$

$$(\because \Pi_{t-1} = P_1 \cup P_2 \cup \dots \cup P_{t-1})$$

1ステップだけ将来の $\Delta H(t)$ の予測されたMember-ship関数 $M_{\Delta H(t+1)}$ は式(2.10)を参照すると次式が得られる。

$$M_{\Delta H(t+1)} = M_r(t+1) \diamond M_{\Delta H(t)} \diamond \Pi_t \quad (2.16)$$

ただし、時刻 $t+1$ の降雨のMember-ship関数 $M_r(t+1)$ は図-3に示す時刻 t で予測された9ランクの降雨を用いる。 $\Delta \hat{H}(t+1)$ の予測値として $M_{\Delta H(t+1)}$ の重心の値を採用すると、予測値 $\hat{H}(t+1)$ は

$$\hat{H}(t+1) = H(t) + \Delta \hat{H}(t+1) \quad (2.17)$$

となる。なお、本論文では、Max-積合成はMax-Min合成、和演算はMax演算($\vee$)および積演算はMin演算($\wedge$)を用いている。

式(2.16)で $M_{\Delta H(t+1)}$ が得られたので式(2.13)に戻り、 $t \rightarrow t+2$ として同様な計算をすると $\hat{H}(t+2)$ が得られる。この計算過程を繰り返すことにより $\hat{H}(t+l)$ を計算できる。

$$P_t = M_r(t) \wedge M_{\Delta H(t)} \wedge M_{\Delta H(t-1)} \quad (2.18)$$

$$\Pi_t = \Pi_{t-1} \vee \Pi_{t-1} \vee P_t \quad (2.19)$$

$$(\because \Pi_{t-1} = P_1 \vee P_2 \vee \dots \vee P_{t-1})$$

$$M_{\Delta H(t+2)} = M_r(t+2) \wedge M_{\Delta H(t+1)} \wedge \Pi_t \quad (2.20)$$

$$(\because M_{\Delta H(t)} = M_{\Delta H(t)}, H(t) = \hat{H}(t))$$

$$\hat{H}(t+l) = H(t+l-1) + \Delta \hat{H}(t+l) \quad (2.21)$$

2.1節と同様に宮の森試験地の資料を以下に示す。リードタイム $l=3$ として式(2.20)の $M_{\Delta H(t+2)}$ を図-11に示す。表記法は図-7と同じである。また、図-12は実測値と $\hat{H}(t+l)$ ($l=1, 2, 3$)を比較したものである。

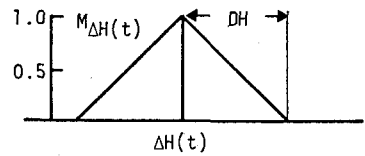


図-9 水位のMember-ship関数

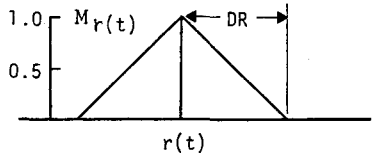


図-10 降雨のMember-ship関数

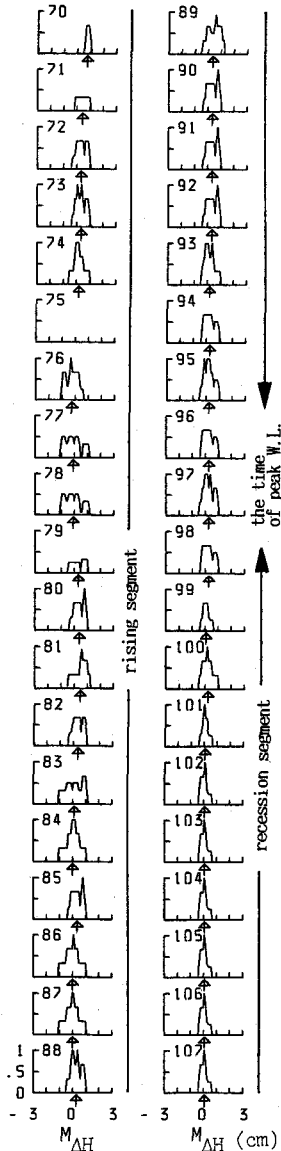


図-11 予測水位のMember-ship関数

3. まとめ

本論文では、Fuzzy理論に基づいた小流域の水位予測について2通りの手法を述べた。両手法の最大の相違点は、現時刻より過去の観測値をFuzzy量とみなすか非Fuzzy量とみなすかにあると思われる。観測値自身も近似値であり、さらに地点降雨量から流域平均雨量を推定する際の誤差などを考慮すると、観測値をFuzzy量とみなすことができる。しかしながら、ランク別化された予測降雨量と現時刻以前の観測降雨量を比較すると「あいまいさ」の程度が相当に異なるものと思われる。本論文の計算結果からみると、現時刻よりも過去の観測値をもFuzzy量とみなす2.2節の手法が良好な結果を得ている。

2.1節の手法は、流域のシステム方程式として仮定した式(2.5)に予測値が依存しており、本論文の結果からだけでは必ずしも両者の優劣を判定できないと思われる。

本研究は文部省科学研究費（一般(C)、代表：藤田陸博）の補助を受けた。関係各位に謝意を表します。

【参考文献】

- 1) H. Tanaka, S. Uejima and K. Asai: Linear Regression Analysis with Fuzzy Model, IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, SMC-12-6, pp.903-907, 1982.
- 2) Fujita, M. and Hayakawa, H.: An Application of Fuzzy Inference to Runoff Prediction, Proc. of Pacific International Seminar on Water Resources Systems, pp.303-320, 1989.
- 3) 館谷清・早川博・藤田陸博：水文情報サービス網の利用に関する研究—ファジー推論による水位予測—, 第8回日本自然災害学術講演会要旨集, pp.121-123, 1989.

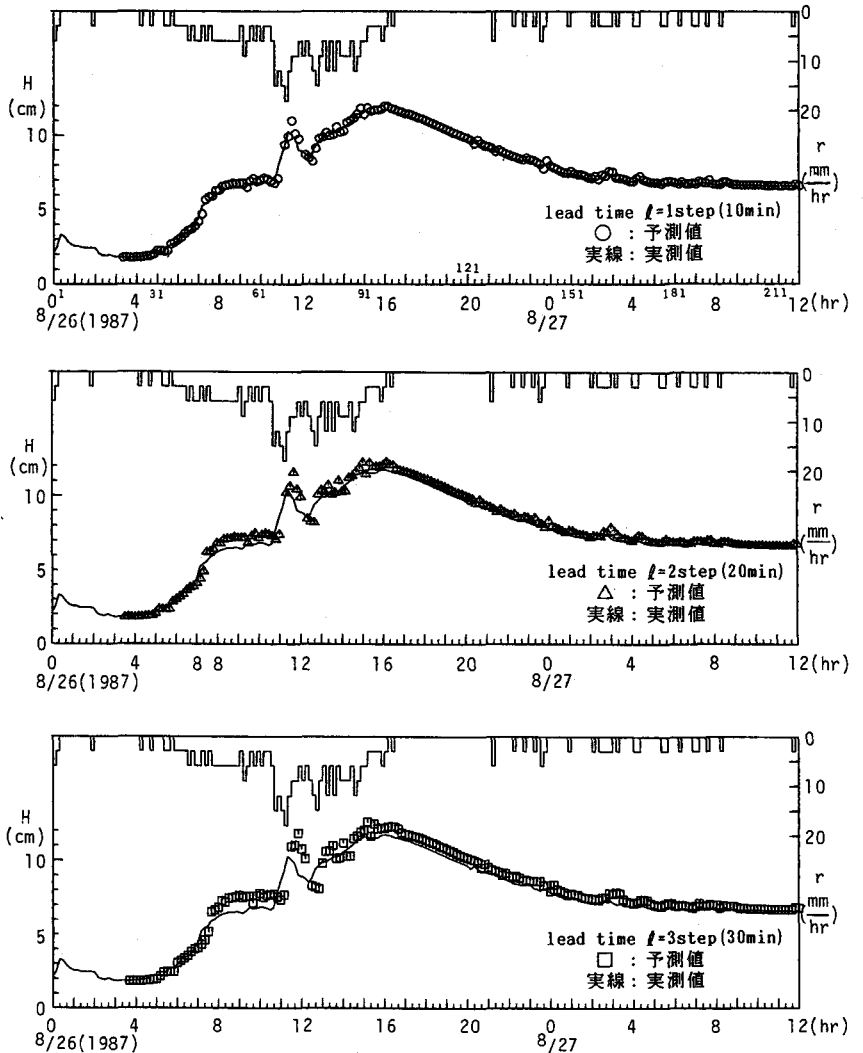


図-12 水位の予測値と実測値の比較