

自由水面を持つ急変流の数値計算

Numerical Computaion of a Rapidly Varied Flow with Free Surface

東北大学大学院	木 嶋 卓 也	Takuya	KIJIMA
北陸電力(株)	西 田 勝 幸	Katsuyuki	NISHIDA
東北大学工学部	首 藤 伸 夫	Nobuo	SHUTO

In numerical simulations of a rapidly varied turbulent flow in an open channel, there are several difficulties to be solved. They are; (1) determination of the position of the free surface, (2) method of expressing the bottom boundary of a complicated shape, (3) modeling of the turbulence, and (4) effect of the curved streamlines on flow and turbulence characteristics. The Navier-Stokes equation, the Grid Generation Method, and the Reynolds equation with the κ - ε model are applied. Numerical results are compared to the experimental data obtained with an LDV. Mean velocity profiles and bottom shear stresses are simulated reasonably well whereas κ and ε are not partly due to the accuracy of the measured data.

Keywords : Numerical Computation, Rapidly varied flow, Grid Generation Method, κ - ε model, LDV

1. はじめに

堤防の越流破壊や、砂州崩壊過程などの流れを解析する上で、自由水面を有する急変流の水利構造を知ることは重要である。しかし、この流れを数値計算により検討するには、いくつかの問題点が残されている。その第1は、自由水面形の決定と、複雑な底面形状の近似である。第2に、流線の曲率による効果を見逃さない場での乱流現象のモデル化である。本研究では、計算領域の境界に対して Grid Generation Method を用いた数値的な写像を行い、一般座標系で計算を実施する⁽¹⁾。さらに、Navier-Stokes 方程式による層流計算、及び κ - ε モデルによる乱流計算を行い、LDV 流速計による詳細な水利実験結果と比較することにより、これらの計算方法の適用性を評価する。

2. 急変流の実験

本計算の対象とした水利実験は、図-1に示す様に、上部水平床から斜面を流下して下部水平床へと接続する急変流である。実験では、単位幅流量を $500\text{cm}^2/\text{s}$ とし、高さ 20cm 、斜面勾配 $1:2$ とした。また、水平床と斜面の接続部のカドは除き、流線の剝離の影響を無くしたものとした。平均流速 U , V , レイノルズ応力 $\overline{u'u'}$, $\overline{v'v'}$, $\overline{u'v'}$ は偏光式2次元LDV流速計により測定し、底面圧力水頭はマンメーターにて測定した。実験条件は、表-1に示す通りである。測定範囲は、図-2に示す24測線で行った。

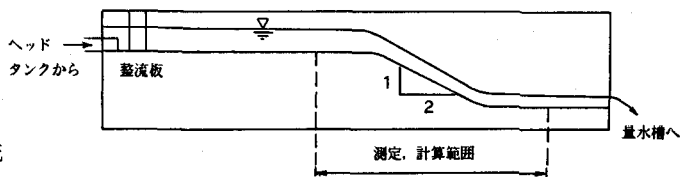


図-1 実験装置

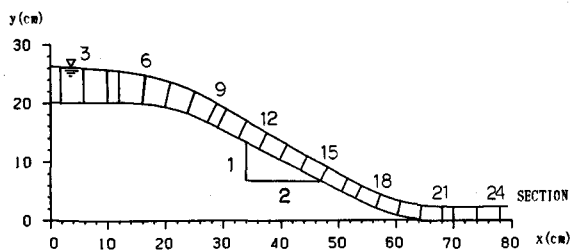


図-2 実験範囲、測定断面

3. 支配方程式及び計算方法

数値計算に用いる支配方程式は、層流計算では、連続の式と、Navier-Stokes 方程式の3本の連立偏微分

方程式である。また、乱流計算では、連続の式、Reynolds 方程式、及び、渦動粘性モデルの導入によって生まれる乱れエネルギー κ 、エネルギー消散率 ε の輸送方程式の 5 本の連立偏微分方程式 (κ - ε モデル) ⁽²⁾ である。さらに、両計算ともこれらの連立偏微分方程式を解く上で、収束性のよくない圧力を除くために渦度 ω 及び流関数 ϕ を用いて書き換えているため、圧力の計算は別に圧力方程式を解くこととなる。

表-1 実験条件

単位幅流量 (cm ² /s)	底面	レイノルズ数	データ数
500	滑面	50,000	30,000

計算には差分法を用いている。しかし、差分法を用いて高 Reynolds 数乱流の計算を行う場合、複雑な境界形状を精度よく表現し、しかも、底面境界層内での精度をあげるため、壁面近傍において計算格子間隔を細かくとる必要がある。そこで、本計算では、複雑な境界形状の設定、近似を容易にし、壁面付近での計算格子間隔を任意に細かく設定することのできる Grid Generation Method ⁽³⁾ を適用した。この方法によって、物理平面 (x, y) を計算平面 (ξ, η) へ数値写像により変換し、一般座標系で計算を実施する。この数値写像に用いた方程式は、Poisson 方程式 ⁽⁴⁾ である。空間格子間隔は一般座標系で $\Delta\xi=1.0\text{cm}$ 、 $\Delta\eta=1.0\text{cm}$ とし、時間間隔は $\Delta t=10^{-5}\text{s}$ とした。

現象は、定常状態であるが、任意の初期条件でも計算可能にするため、非定常問題として取扱い、前の時間ステップの計算値との差が 10^{-3} 以下となり収束したときに計算を終了させるものとした。

境界条件は次の通りとした。水表面では ω 、 ϕ 、 κ 、 ε に関して対称条件を用い、水表面の決定には力学的条件を利用し、水表面で圧力が大気圧と等しくなるようにその位置を移動させることとした。この時、修正すべき位置 (y) を求めるために陰関数の定理を用い Bernoulli 方程式中の独立変数 (y) を従属変数に変換している。なお、水表面位置決定の収束性が悪い計算では水理実験で得られた水面形を用いた。壁面では non-slip 条件、また、上流端での境界条件は実験値を、下流端では自由透過の条件を用いた。また、乱流計算においては、壁面において、壁関数法を用いている。

初期条件は次の通りである。層流計算では、上流端実験値を計算領域全体に与えた。乱流計算では、初期条件の違いによる計算の適用性を調べるため、3 ケースについて行った。case 1 は、上流端、下流端の実験値をもとに計算領域内を線形補間で分布させたもの、case 2 は、平均流速に実験値、 κ 値、 ε 値に関して、Nezu ら ⁽²⁾ による半理論式を用いたもの、case 3 は、平均流速分布に対数則分布、 κ 値、 ε 値に半理論式を用いたものとした。

4. 実験値と計算結果

図-3 から図-15 にかけての図は、実験範囲の 24 測線中、3 測線ごとに実験値 (丸点) と計算値 (実線) を比較したものである。

(1) 層流計算

対象とした流れは高 Reynolds 数乱流であるから層流計算は実験値との比較になり得ないが、計算手法を検討するための例題として実施した。

N-S 方程式による層流計算では壁面乱流の影響を無視しているため、斜面中央から下流にかけて壁面付近に於ける流速が加速され、実験値とは異なる分布形となる (図-3)。そのため計算による水面形は、場所によって実験値より厚いという結果となった。この計算手法で急変流の計算が行えることが確かめられた。

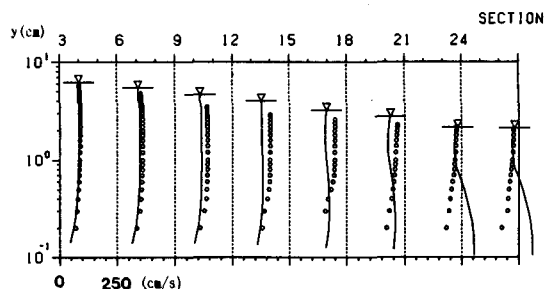


図-3 平均流速分布 (層流計算)

(2) 乱流計算

高Reynolds数 κ - ε モデルによる乱流計算においては、自由水面の変化に対して計算の収束性が悪くなること、計算時間がかかりすぎることから、この計算では、上で述べた通り、水理実験による自由水面形状を境界形状として与えて計算を行った。

< case 1 > (図-4～図-7)

平均流速分布は、斜面中央(断面12)付近までは計算値と実験値とが良く一致している。しかし、斜面中央から下流にかけては、計算値には壁面付近での境界層の発達が見られず、境界層内での実験値との誤差が大きくなる。また、乱れエネルギー κ 値分布も同様の傾向を示し、斜面中央から下流へ行くほど境界層内壁面付近での実験値との誤差が大きくなり、実験値にみられるような水深方向への乱れエネルギー κ の増加が計算されていない。エネルギー消散率 ε 値分布にも同様のことがいえる。これには、初期値としての κ 、 ε の与え方に問題がある。すなわち、上流端の κ 、 ε の特徴が下流にも色濃く残される結果となっている。特に、 ε に関しては、測定値のバラツキが大きく影響しているものと思われる。つぎに、底面摩擦速度を平均流速分布から計算した。底面摩擦速度は流れ全体に渡ってほぼ良い一致を示し、 $X=60\text{cm}$ より下流でも非常に良い一致を示している。

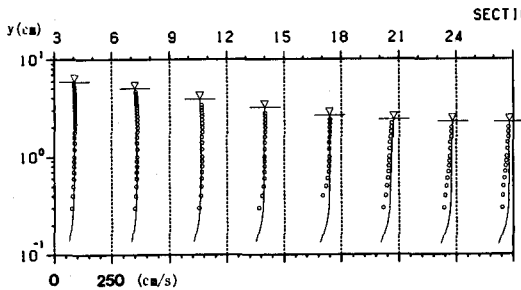


図-4 平均流速分布 (case 1)

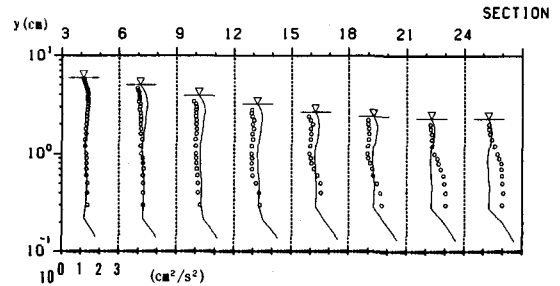


図-5 κ 値分布 (case 1)

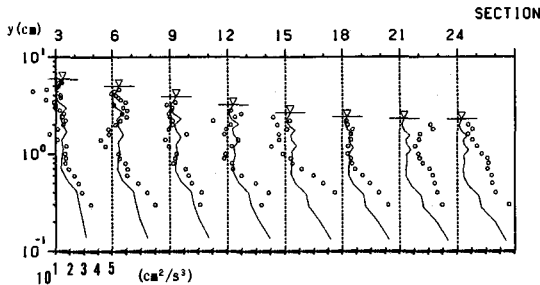


図-6 ε 値分布 (case 1)

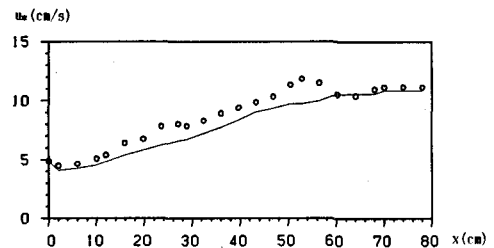


図-7 底面摩擦速度 (case 1)

< case 2 > (図-8～図-11)

平均流速は、case 1 とほぼ同じ分布形に計算された。 κ 値、 ε 値は、 $y=0.4\text{cm}$ 以下の壁面付近では値、勾配とも case 1 とほぼ等しくなる。この壁面付近では、壁面で与えた境界条件(壁関数法)に依って計算値が決定されてくるので case 1, case 2 と同等しい値となりやすい。case 1, 2 で大きく差がでた部分は、この壁面での境界条件が及びにくい上方であり、この付近での計算値は、初期条件である程度決ってしまう結果となっている。従って、実験値と

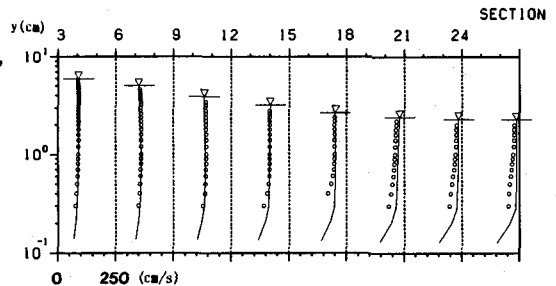


図-8 平均流速分布 (case 2)

計算結果は、case 1 に比べ誤差が大きい。断面 24 では非常に良く一致したが偶然であろう。底面摩擦速度は、場所によって、case 1 より若干誤差が大きい。

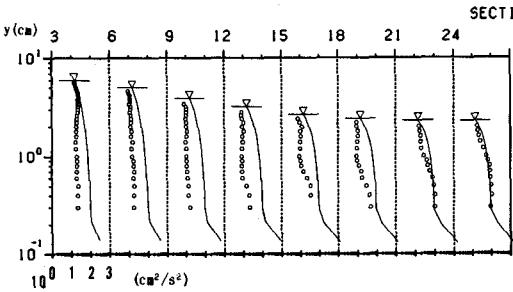


図-9 κ 値分布 (case 2)

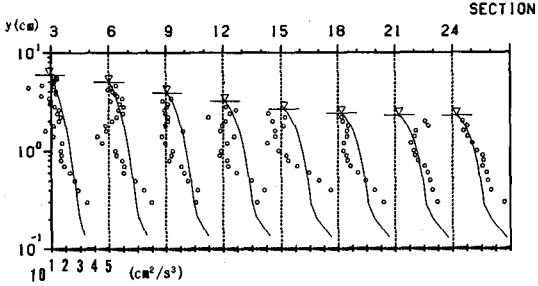


図-10 ε 値分布 (case 2)

< case 3 > (図-12～図-15)
平均流速分布は、実験値が水深方向全体に渡って
厳密には対数則分布をしていないために、初期値にお
ける流量のずれが大きく影響し、大きな誤差を生じて
しまっている。κ 値、ε 値は、case 2 とほぼ同じ
計算結果となっている。また、底面摩擦速度は、下流
へ行くほど誤差が大きくなる。

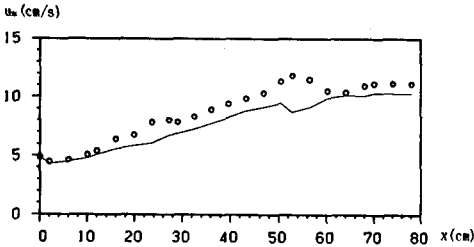


図-11 底面摩擦速度 (case 2)

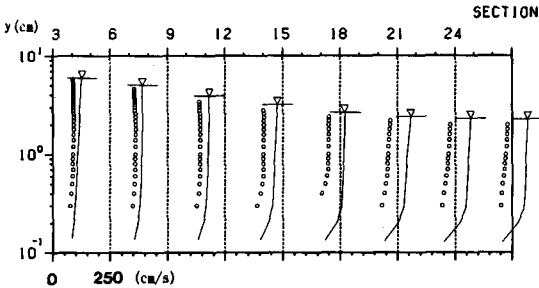


図-12 平均流速分布 (case 3)

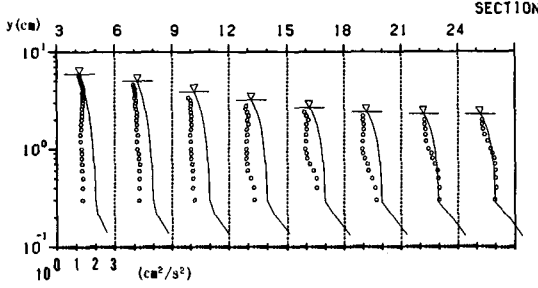


図-13 κ 値分布 (case 3)

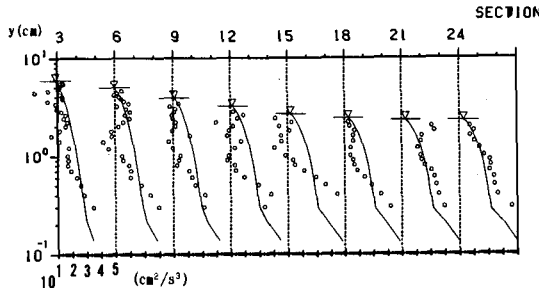


図-14 ε 値分布 (case 3)

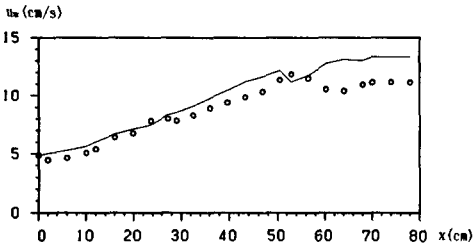


図-15 底面摩擦速度 (case 3)

5. 計算結果の誤差 [case 1の場合]

図-16は、平均流速分布の誤差を示している。誤差は $|(実験値) - (計算値)| / (実験値)$ で計算し、水深方向に平均したものである。X=20cm までの上部水平床では、誤差は5% 以下であり良い一致を示しているが、斜面を下る X=20cm 以降では誤差が増加していく。誤差と対応して各項のオーダー(図-18)を見てみると、斜面開始点より上流の X=10cm 付近から移流項が増加し、それに合わせて誤差が大きくなっている。X=60cm 以降の斜面から下部水平床にかけては移流項が減少するが、計算誤差は、そのまま残される。上部水平床の移流項のオーダーが 圧力のオーダーとほぼ等しい付近では、誤差が5% 以内で計算できることが分かる。しかし、流れ全体にわたっても誤差が20% 以内であった。

次に、底面摩擦速度の実験値と計算値の誤差を図-17に示す。x=60cm 以下では、非常に良い一致を示しているが、流れ全体としては誤差が20% 以内の精度で計算できた。

κ 値及び ε 値については、図-5, 6に見たように部分的には合っているが、全体としての適合度は良くない。流れ全体にわたって平均した誤差は、それぞれ66.7%, 72.8%と大きなものとなった。計算手法にも問題があるだろうが、実験値そのものの精度についても確信が持てない。乱れの測定に関して、測定値以外のノイズが大きく Reynolds 応力の測定に問題があること、また、 ε の実験値は、渦動粘性モデルを用いて $\overline{u'v'}$ と $\partial U / \partial y$ から計算しているため誤差が大きいことが考えられる。

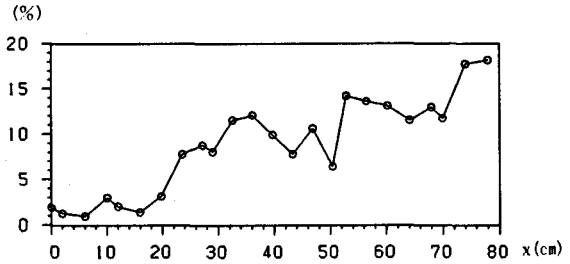


図-16 平均流速分布の誤差 (case 1)

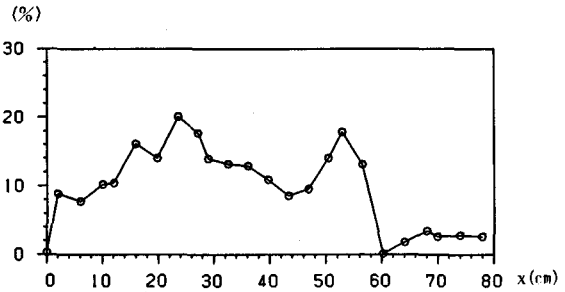


図-17 底面摩擦速度の誤差 (case 1)

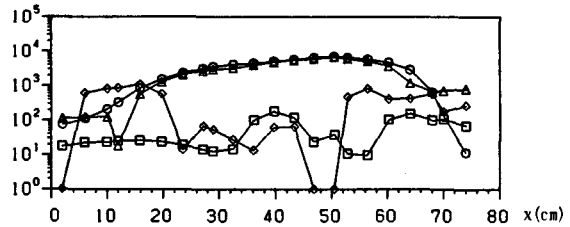


図-18 (a) 各項のオーダーの比較
圧力項…実験値から概算

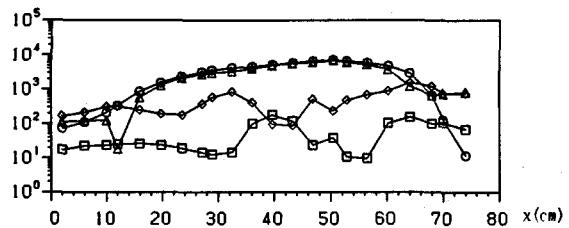


図-18 (b) 各項のオーダーの比較
圧力項…他の項から計算

図-18の記号の説明

移流項 圧力項

$$U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + 2 \frac{\partial}{\partial x} (v_t \frac{\partial U}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y} \{ v_t (\frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x}) \} \quad (X \text{ 方向})$$

○ △ ◇ □ …… 記号

6. おわりに

層流計算では、圧力方程式、水面形状ともうまく計算できた。しかし、高Reynolds数 $\kappa-\varepsilon$ モデルを用いた場合には、圧力方程式の計算に問題があり、圧力、水面形状が計算できていない。この原因については分かっていない。図-18(a), (b) (case 1) の圧力項のオーダーを見てみると、実験値（底面圧力水頭）から概算したものと計算値の各項の値より計算したものの値に1オーダー程の開きが生じてしまっている。実験値の精度の点もあり、 $\kappa-\varepsilon$ モデルがどこまで使用可能かについての結論を得ることはできなかった。

《参考文献》

- (1) 西田勝幸, 首藤伸夫: 急変流に対する $\kappa-\varepsilon$ モデルの適用性, 土木学会東北支部技術研究発表会, 昭和63年度
- (2) Thompson J F: Numerical Grid Generation, New York, North Holland, 1982, a
- (3) Peter R Eiseman: Grid Generation for Fluid Mechanics Computations, Ann. Rev. Fluid Mech, 1985. 17, pp 487-522
- (4) 瀬津家久, 中川博次: 自由水面を考慮した開水路乱流の数値計算手法, -修正 $\kappa-\varepsilon$ 乱流モデルによる解法-, 京大防災研究所年報, 第29号, B-2, 昭和61年, pp 647-673