

開水路流れに及ぼす自由水面効果の検討

On the Effect of Free Surface to the Flow Resistance in Rectangular Channels

日本大学工学部 長林 久夫 Hisao NAGABAYASHI
 日本大学工学部 木村喜代治 Kiyoji KIMURA
 一関工業高校 照井 和久 Kazuhisa TERUI
 日本大学大学院 松村 憲佳 Noriyoshi MATUMURA

Friction factor and boundary shear stress distributions are determined for rectangular channels of a wide range of Reynolds number and a range of width-to-depth ratios (B/H) 0.5 to 10. The influence of wall effect on the boundary shear and maximum-velocity point occurring below the water surface are examined. The boundary shear distributions of open channels are discussed in detail. By using the maximum-velocity point, the calculation method of the boundary shear distributions are proposed.

Keywords: boundary shear, friction factor, free surface, open channel flow

1. はじめに

開水路流れにおける抵抗則の研究は Bazin (1865年)⁽¹⁾ をはじめ Keulgan (1938年)⁽²⁾ Powell (1949年)⁽³⁾ 等, 以来精力的に行われ, 長方形のみならず台形, 三角形, 半円形水路など多くの水路について検討がなされてきた。また長方形開水路では二次元的取り扱いが可能な幅広い水路から水路幅水深比 (B/H比) の小さな流れまでを対象として, 抵抗係数, 壁面せん断応力分布等の検討がなされている。幅に比べて水深の深い水路では最大流速位置が自由水面下に存在することが知られている。最大流速位置は水路アスペクト比に対応した二次流の構造に規定されており, またこの二次流が壁面上のせん断応力の不均衡を生じせしめる要因となることが指摘^{(2), (3), (9)} されている。しかし最大流速位置が自由水面下に存在する水路についての検討は必ずしも充分とは言えず, 境界粗度, B/H比およびFr数, Re数などの水理量に対応した最大流速の発生位置や壁面せん断応力の計算法などについては十分な知見は得られていない。現在利用されている河川や用水路の断面形の中には, 特に都市域においてはB/H比の小さな水路も多く存在している。また複断面河道の実験水路等では低水路部がB/H比の小さな水路の特性を有することが多い。本研究では長方形開水路において, 二次元的取り扱いの可能なB/H比10程度の流れからB/H比が0.5程度の最大流速位置が水面下に存在する側壁効果の強い流れまでを対象として, 壁面粗度, B/H比, Fr数の水理量をもとに, 摩擦損失係数, 最大流速位置, 壁面せん断応力分布の検討を行った。

2. 実験方法

実験は長さ15m, 幅40cm, 深さ40cm, 側壁ガラス張り, 底面アクリルの長方形開水路にて行った。表-1に示すように, B/H比を変化させるために幅の異なる水路を使用した。case Aは幅10cm, case Bは幅29.5cmである。それぞれに使用した水路の粗度は, 全辺滑面, 底面粗面側壁滑面 (平均粒径5mmの鉛球一層敷き詰め), 両壁粗面底面滑面 (相当粗度1mmの粗度付ビニールシート貼)

表-1. 測定水理量概要

	水路粗度	水路幅	水路勾配	B/H比
Case A	S: 滑面	B=10 cm	1/1200	*0.5, 0.67
	B: 底面粗面		1/600	*1.0, 1.25
	W: 側壁粗面		1/100	*2.0, 3.37
Case B	S: 滑面	B=29.5cm	1/1200	2.5, *4.0
	B: 底面粗面		1/600	5.0, *6.0
	W: 側壁粗面		1/100	7.0, *8.0

の3種である。流速分布、摩擦損失係数への自由水面効果をFr数の違いにより検討するため、各B/H比ごとに水路勾配を1/1200, 1/600, 1/100として等流を求めた。case AではB/Hを3.37, *2.0, 1.25 *1.0, 0.67, *0.5, case Bでは *8.0, 7.0, *6.0, 5.0, *4.0, 2.5として、平均水量と水路中央部の主流流速分布を測定した。また*印は主流流速分布を半断面について測定している。平均流速の測定は圧力変換器を用いたピトー管を使用した。

3. 摩擦損失係数への自由水面効果の検討

開水路流れにおける抵抗則についての Keulegan⁽²⁾の検討以来、滑面長方形開水路では式③の滑面円形管路式の摩擦損失係数への形状効果による補正として多くの検討がなされてきた。Raoは $1 < B/H < 30$ の条件で式⑤を、Myers⁽⁴⁾は $1 < B/H < 35$ の条件で3種類の水路について検討し式⑥を得た。これより開水路の摩擦損失係数は広範なRe数において円形管路に比べ増加することが指摘されている。

図-1は本実験の摩擦損失係数($\lambda = f/4$)を示している。滑面における図中の実線は滑面管路式、破線はMyers⁽⁴⁾の式を示す。○はcase A, ◇はcase Bを示す。また同記号での種別はFr数の違いである。これより各粗度状態ともにFr数による違いは認められない。ただし、側壁粗面水路での低Re数(VR/ν)側に水路幅による摩擦損失係数の変化が一部見られた。摩擦損失係数に及ぼすB/H比の効果を検討したものが図-2である。縦軸 f/f_k は開水路における摩擦損失係数fに対するKuelgan値 f_k の比である。図中の実線はMyers, 破線はRaoによる検討である。また細実線は管路の値である。実験値のRe数は各値で異なるので、Case AとCase BでRe数($4VR/\nu$)が100000以上と以下に区分している。実験値とMyers, Raoの検討によりB/H比が小さい場合は1から3で抵抗が最大となり、これからB/H比が6程度までは減少し管路の値に接近していく。またB/H比が1より小さくなると、係数が再度減少することが分かる。摩擦損失係数がB/H比1程度で増加するのは、図-3の二次流の模式図に示すように、B/H比が減少するにつれ、水面側の二次流が成長してB/H比1程度で最大になることによると思われる。

表-2. 滑面開水路の抵抗則の検討

摩擦損失係数 f は	
$h_f = f \frac{L}{D} \frac{v^2}{2g}$	①
$f = \frac{2gDI}{v^2} = \frac{8gRI}{v^2}$	②
$\lambda = f/4$	
滑面円管路での摩擦損失係数は	
$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2.0 \log (Re\sqrt{f}) - 0.8$	③
Keulegan の滑面開水路式は	
$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2.03 \log (Re\sqrt{f}) - 1.08$	④
Rao の B/H 比 1 から 30 を整理した滑面開水路式は	
$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2.12 \log (Re\sqrt{f}) - 1.83$	⑤
Myers の B/H 比 1 から 35 を整理した滑面開水路式は	
$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2.10 \log (Re\sqrt{f}) - 1.56$	⑥
ここで、 h_f : 摩擦損失水頭, R: 径深, v : 断面平均流速, I: 動水勾配, $Re = vD/\nu = 4vR/\nu$: レイノルズ数である。	

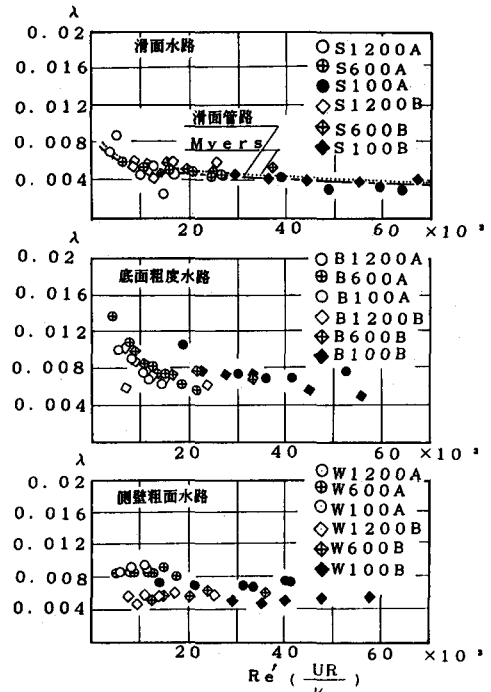


図-1. 摩擦損失係数の検討

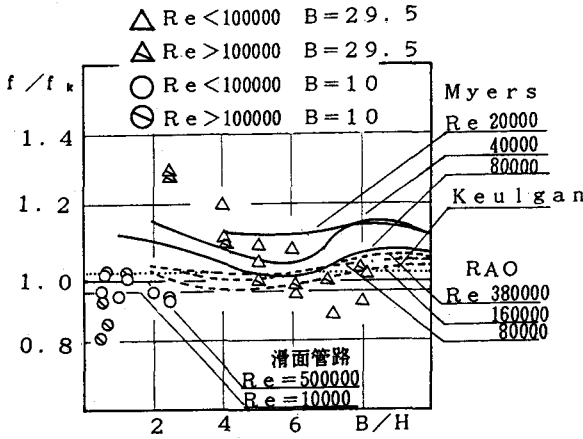


図-2. 摩擦損失係数へのB/H比の効果

4. 最大流速位置の実験的検討

最大流速位置を種々の水理量、B/H比および壁面粗度に関し、系統的に検討した研究は少ない。最大流速位置とB/H比は水路粗度状態の違いにより微妙に変化する。実験的に作成した等流においては速度分布の発達具合により大きく変わり、安定したデータが得にくいことにも要因がある。本研究では自由水面効果のみを抽出する目的で底面効果が及ばない程度までB/H比を小さくして、側面粗度と最大流速位置の関係をも検討した。前項で述べたようにB/H比が減少すると側岸の水面側の二次流は安定し、B/H比1以下でほぼ水路半幅オーダまで成長すると推測される。

図-4は水面から最大流速位置までの距離 δ と水路半幅B/2による無次元量とB/H比の関係を示したもので、図中の実線は式⑦の実験式である。また底面粗面、壁面粗面水路における点線は滑面水路のものである。滑面の Δ 印はBazin⁽¹⁾による幅約2mのモルタル仕上げ水路の結果で、砂利貼水路のデータを1点含んでいる。図中の黒 \diamond はNikuraseの幅0.15mの木製水路のデータである。これより、B/H比が1以下では水路粗度による違いは見られず、最大渦径が水路半幅の幾何学的条件のみで決まることが分かる。B/H比が1から4程度までの最大流速位置の変化は、底面粗面水路では滑面水路に比べ δ が小さく、B/H比のより小さな値から底面効果の影響を受ける。また側壁粗面水路では側壁粗度により、水面側の二次流の発達が促進されることが分かる。どの粗度状態においてもB/H比が1から4程度までは直線的

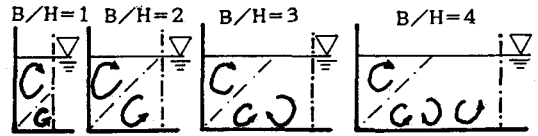


図-3. B/Hと二次流模式図

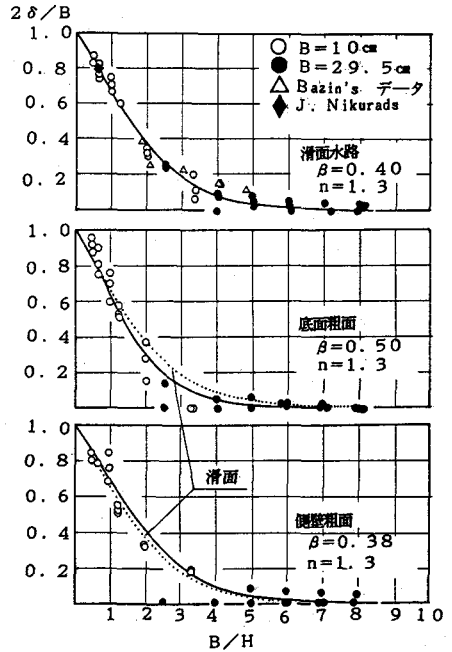


図-4. 最大流速位置とB/H (1)

表-3. 最大流速位置の検討

最大流速の実験式	
$\frac{2\delta}{B} = \text{EXP} \left\{ -\beta \left(\frac{B}{H} \right)^n \right\}$	⑦
係数は：滑面水路 $\beta = 0.40, n = 1.3$	
底面粗面水路 $\beta = 0.50, n = 1.3$	
側壁粗面水路 $\beta = 0.38, n = 1.3$	
式⑦を変形すると式⑧となる。	
$\frac{\delta}{H} = 0.5 \left(\frac{B}{H} \right) \text{EXP} \left\{ -\beta \left(\frac{B}{H} \right)^n \right\}$	⑧
ここで、 δ は自由水面から最大流速位置までの距離	

に $2\delta/B$ が減少しており、この領域まで側壁効果が大きいことが分かる。

図-5は滑面データを δ/H で示したもので、図中の実線は式⑧である。これより B/H 比3以上のデータにばらつきが多く最大流速位置測定の大難しさが見られ、この領域においては別途検討が必要となる。 B/H 比が4以上の水路の最大流速位置は最大でも水深の2割程度である。

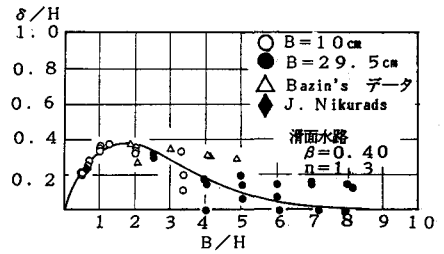


図-5. 最大流速位置と B/H (2)

5. 壁面せん断応力に及ぼす B/H 比の検討

長方形開水路の壁面せん断応力の分布はRajaratnum⁽⁶⁾、Cruff⁽⁷⁾等により長方形のみならず台形水路まで詳細に検討されている。Knight⁽⁸⁾、⁽⁹⁾は1979年から1984年の長方形水路での一連の検討において、管路と開水路における壁面せん断力の分担率の検討を B/H 比0.5から30について実験的に検討している。側壁面のせん断力の分担率が B/H 比の関数として与えられるとして式⑨から式⑬を示した。また木村⁽⁵⁾は長方形開水路の流速分布を管路の半断面として式⑭から式⑯として与えた。

図-6は底面 τ_b 、側壁 τ_w の平均せん断応力に対する壁面平均せん断応力 τ_o の比と B/H の関係を示す。図中の黒○は本研究の流速分布に対数則を適用して求めたもので、小さな白○はKnightの文献を引用したものである。実線はKnightの開水路の結果、破線は長方形管路の曲線である。細い実線は木村による計算値であり、 $Re_* (U_* R / \nu)$ による違いを示している。側壁せん断応力で B/H 比が大きな領域のデータは木村の範囲に含まれる。 B/H 比が小さくすると本研究のデータは管路の曲線の傾向を示すようになる。しかし、Knightのデータは開水路式の周囲に大きく分布している。Knightの示した式の管路と開水路の違いは B/H 比5以下で見られ、特に B/H 比4以下の底面分布の差が顕著となる。前項の摩擦損失係数に対する B/H 比の検討からも、 B/H 比が1より小さな水路ではしだいに管路に近い傾向を示すものと考えられる。

図-7は壁面上のせん断応力分布を示している。側壁面上のせん断応力分布では B/H 比が減少するに従い最大せん断力の位置が水面側に移動する様子が見られる。また Fr 数による違いは認められない。特に B/H 比が0.5の分布には側壁面上の二次流によるせん断応力の不均一性を見ることが出来る。またこの分布はKnightの長方形管路における B/H 比7および本研究の B/H 比6, 8の底面せん断力分布と相似であり、 B/H 比の小さな開水路の最大流速位置より下

表-4. Knightのせん断力分担率

Knightの滑面開水路における壁面分担百分率	
$SF = \tau_o P = wAI$	⑨
$SF_w = 2 \int_0^H \tau_w dy$	⑩
$\%SF_w = 100 \times \frac{SF_w}{SF} = EXP(\alpha)$	⑪
$\alpha = -3.23 \text{ LOG}(B/H+3) + 6.146$	
側壁面の分担せん断力	
$\frac{\tau_w}{wRI} = 0.01 \%SF_w (1 + \frac{B}{2H})$	⑫
底面の分担せん断力	
$\frac{\tau_b}{wRI} = (1 - 0.01 \%SF_w) (1 + \frac{B}{2H})$	⑬

ここで、 τ_o : 壁面平均せん断応力、 P : 潤辺、 SF : 全せん断力、 τ_w : 側壁せん断力、 τ_b : 底面せん断力

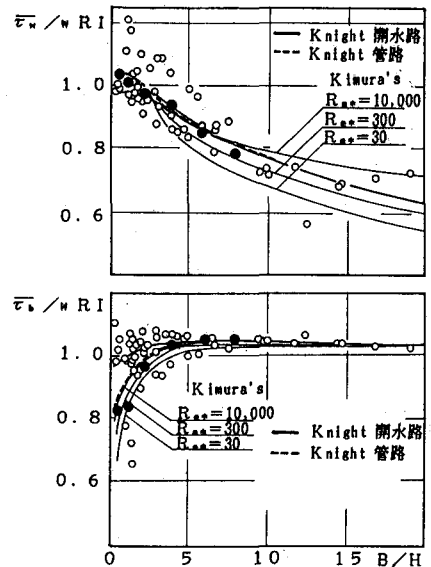


図-6. 壁面せん断応力と B/H 比

方の側壁面分布はほぼ管路と一致することが分かる。

表-5. 木村による壁面せん断応力の算定

6. B/H比と境界面分担せん断力の検討

側壁面せん断応力の分布から、最大流速位置より上方のせん断応力はやや減少する傾向を有することが分かった。壁面の全せん断力 wAI から壁面せん断力を差し引いた残りを自由水面が分担するとして、求めたのが図-8である。上方が底面と側壁の分担率、下方が水面分担率である。これより水面分担率はB/H比が2から4程度で平均せん断応力の2%程度であり、B/H比が1以下でほぼ4%程度であることが分かる。また図-9は図-7の壁面せん断応力の最大値から水面までの距離 T_d をB/H比に対してプロットしたものである。図中の実線はそれぞれの粗度に対応した最大流速位置の分布曲線、式⑦を示している。B/H比が1以下では T_d は最大流速位置に比べ小さくなるが1以上では、ほぼ最大流速位置と同様な傾向を示している。

以上の検討から、最大流速位置を水深と見立てて、下方の流れに対して木村の方法によって壁面摩擦速度分布を示したのが図-10であり、最大流速位置程度まで実測値をほぼ近似し得る。

木村による壁面せん断力算定 (滑面水路の場合)

$$z' = 0.111 \nu / \bar{u}_{*w}, \quad y' = 0.111 \nu / \bar{u}_{*0} \quad (14)$$

$$\bar{u}_{*0} = K \left\{ \ln \left(\frac{B}{2z'} \right) - 1 \right\} \quad (15)$$

$$\bar{u}_{*w} = K \left\{ \ln \left(\frac{H}{y'} \right) - 1 \right\} \quad (16)$$

$$u_{*0} = K \ln \left(\frac{z'}{z} \right) \quad (17)$$

$$u_{*w} = K \ln \left(\frac{y'}{y} \right) \quad (18)$$

$$\begin{cases} F_y = \{ \ln(H/y') - 1 \}^2 + 1 \\ F_x = \{ \ln(B/2z') - 1 \}^2 + 1 \end{cases} \quad (19)$$

$$\bar{\tau}_w = \rho K^2 F_y \quad (20)$$

$$\bar{\tau}_0 = \rho K^2 F_x \quad (21)$$

$$K = \sqrt{\frac{gIBH}{2H F_y + B F_x}} \quad (22)$$

$$u = \frac{K}{\kappa} \ln \left(\frac{y'}{y} \right) \ln \left(\frac{z'}{z} \right) \quad (23)$$

式⑭, ⑮, ⑯ を連立して解くと、 z', y', K, \bar{u}_{*0}
 \bar{u}_{*w} が求まる。
 ここで κ : カルマン定数 (= 0.4)

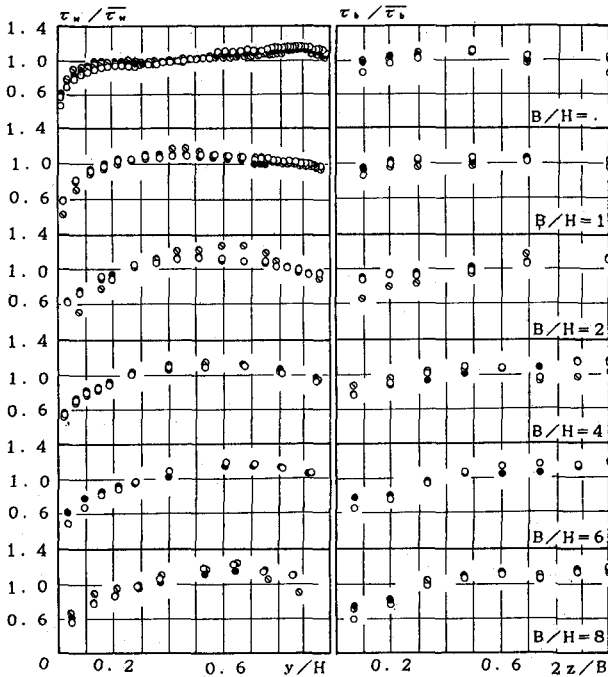


図-7. 壁面せん断応力分布の検討

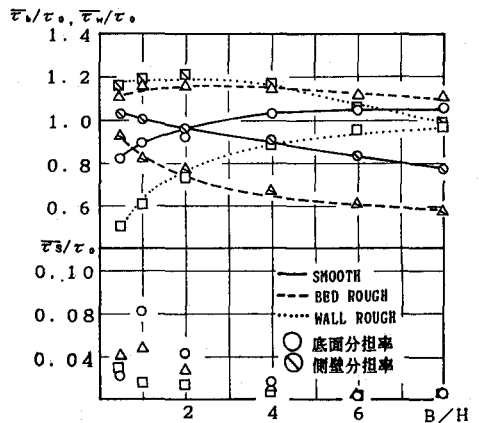


図-8. せん断力分担率とB/H比

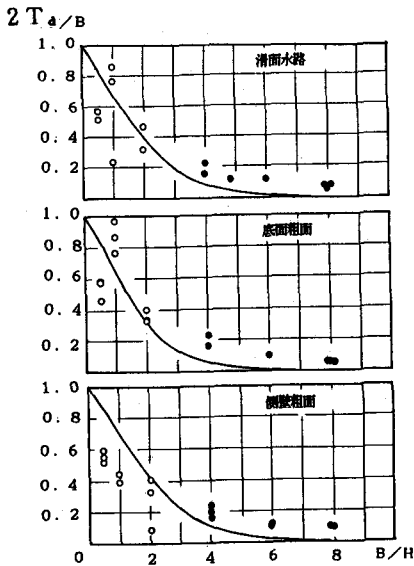


図-9. 側壁最大せん断力発生位置

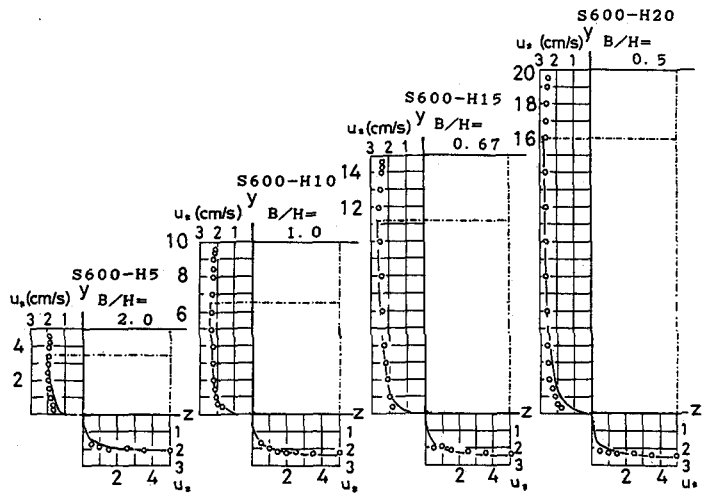


図-10. 壁面摩擦速度分布の検討

7. おわりに

開水路流れへの自由水面効果を種々の B/H 比をもとに壁面粗度, Fr 数を変化させて検討した。主要な結論を以下に示す。

- (1) 長方形開水路における摩擦損失係数への B/H 比効果は B/H 比1から3で最大となり, これより小さな B/H 比の領域ではしだいに減少し管路の係数値に接近する。
- (2) B/H 比が4位以下での最大流速の発生位置は側岸からの二次流に支配されており, B/H 比を減少させるとほぼ水路半幅オーダまでとなり, また側壁粗度, Fr 数には関係しない。
- (3) 水面でのせん断応力の分担率は B/H 比2から4ではほぼ壁面平均せん断応力の2%であり, B/H 比1程度で分担率が最大となり約4%となる。
- (4) B/H 比が小さい場合の最大流速位置下方の側壁面せん断応力分布は, 最大流速位置までの高さの2倍を幅に持つ長方形管路の底面せん断応力分布と相似することから, B/H が2以下の水路では最大流速位置から下方を管路の半断面として扱うことが可能である。

〔参考文献〕

- (1) Bazin H., "Recherches experimentales sur l'ecoulement de l'eau dans les canaux decouverts," Memoires presentes par divers savants a l'Academie des Sciences, Paris, Tome 19, 1865.
- (2) Keulegan, G.H., "Laws of Turbulent Flow in Open Channels," Research paper RP1151, National Bureau of Standards (U.S.A), Vol. 21, December, 1938
- (3) Powell R.W., "Resistance to Flow in Smooth Channels," Transactions, A.G.U., Vol. 30, Num. 6, December, 1949
- (4) Myers W.R.C., "Flow Resistance in Wide Rectangular Channels," J. of Hydraulics Division, ASCE, Vol. 108, No. HY4, April, 1982
- (5) 木村喜代治, "長方形水路における流れの一近似解析" 土木学会論文報告集, 第251号, 1976年, 7月
- (6) Rajaratnam n. Muralidhar, d., "Boundary shear stress distribution in rectangular open channels," La Houille Blanche, N° 6/ 1969
- (7) Cruff W., "Cross-Channel Transfer of Linear Momentum in Smooth Rectangular Channels," U. S. Geological Survey Water Supply Paper, 1965, pp B1-B26
- (8) Knight W.D. Demetriou J., "Boundary Shear in Smooth Rectangular Channels," J of Hydraulic Engineering, ASCE, Vol. 110, No. 4, April, 1984
- (9) knight W.D., "Boundary Shear in Smooth Rectangular Duct," J of Hydraulic Engineering, ASCE, Vol. 111, No. 1, January, 1985