

管内固液混相流における圧力損失のスケールアップ法

Scale-Up Method of Pressure Loss in Solid-Liquid Two-Phase Flow

東北大学工学部 高橋 弘 Hiroshi TAKAHASHI

東北大学大学院 崔 玉順 Yushun CUI

東北大学工学部 益山 忠 Tadashi MASUYAMA

八戸工業大学 川島 俊夫 Toshio KAWASHIMA

This paper concerns with the scale-up method of pressure loss in coarse solid-liquid two-phase flow in horizontal pipes. In general, for economic reasons, the transport velocity is determined in the range of the flow with a moving bed. Therefore, the published data on the flow with a moving bed were analyzed, and an empirical equation to scale up the pressure loss (method I) was obtained. It was confirmed that calculated results agreed with the experimental ones within 30%. Furthermore, a scale-up method of pressure loss (method II) was established based on the moving bed model. This method gave the accurate estimations of pressure loss. However, it involves two unknown variables, so the experiments have to be conducted using two different kinds of pipes. The previous method for fine particles (so called i_s method) was modified to be applicable regardless of the particle diameter (method III).

Keywords : scale-up, pressure loss, solid-liquid flow, moving bed

1. はじめに

固体粒子の水力輸送システムを計画・設計する場合、輸送速度、ポンプの容量等の設計パラメータは、一般に圧力損失を基に決定される。それゆえ、管内固液混相流の圧力損失に関する研究は数多く行われており、また多くの実験式が提案されている。しかしながら、その実験式が得られた条件下では、計算値と実験値とはほぼ一致するが、実験条件が異なる場合には、両者に差異が見られ、未だに汎用性の広い実験式は得られていないのが現状である。この理由としては、粒子が管内に存在することにより増加した付加圧力損失は粒子の物性値の影響を強く受け、またこの値を正確に推定することが困難であることによると考えられる。従って、実際に輸送する粒子を用いて、小管径での流送実験により圧力損失の値を測定し、この値を基に実操業での大管径における圧力損失を推定する、いわゆるスケールアップ法が必要である。ところで、従来の固体粒子の水力輸送は微粒子を対象としていたことから、微粒子混相流における圧力損失のスケールアップ法は、いくつか提案されている^{1)~3)}。しかしながら、近年、粉碎費および脱水費の軽減の目的から注目されている粗粒子混相流では、流動状態が微粒子混相流の流動とは大きく異なることから、従来のスケールアップ法を粗粒子混相流に適用すると、大きな誤差を生じる危険性がある。

よって、本研究は、粗粒子混相流における圧力損失のスケールアップ法について検討することを目的としたものである。

2. 圧力損失のスケールアップ法

2.1 摺動流における測定結果を用いた実験式の提案 (方法 I)

粗粒子を水力輸送する場合、経済的な理由から、一般に輸送速度は摺動流の範囲内で選定される。それゆえ、初めに粗粒子の摺動流れにおける圧力損失を測定し、従来の実験式との比較検討を試みた。図1は実験に用いた装置の概略を示したものである。供試管には透明アクリル管 (管径 $D=30.8, 39.7$ および 49.6mm) ならびに配管用炭素鋼鋼管 ($D=80.2$ および 105.1mm) の5種類の管を用いた。圧力損失 $\Delta P/L$ の値は差圧変換器を用いて測定し (測定区間 1.5m)、管内の混相流の平均流速 V_m (以下、単に平均流速と記す) は、電磁流

量計により単位時間当りの吐出流量を求め、管断面積で除すことにより測定した。なお、実験に用いた粒子は、比重 $S=2.49$ 、粒子径 $d_s=2.24$ および 4.10mm の球形ガラスビーズである。測定した圧力損失は、清水の密度 ρ_w で除して水力勾配 i に変形し、次式で示される圧力損失係数 ϕ により整理した。

$$\phi = (i - i_w) / (i_w \cdot C_v) \quad (1)$$

$$i = (\Delta P / L) / \rho_w \quad (2)$$

$$i_w = f_w V_m^2 / 2 g D \quad (3)$$

図2は、圧力損失係数 ϕ

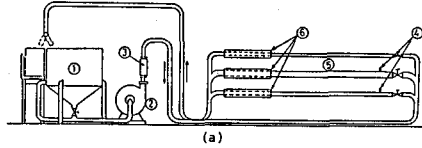
と平均流速 V_m との関係を示したものである。実験点は両対数紙上で流速の増加とともに直線的に減少している。図中の実線および破線は、従来より報告されている圧力損失係数 ϕ の主な式^{4) - 15)}より計算される計算値を示している。ただし、図中の番号は表1における式番に対応し、また実線は摺動流の範囲において得られた式であることを、破線は摺動層を伴わない非均質流の範囲において得られた式であることを示す。この図によると実験値とよく一致する式は見あたらないが、 ϕ と V_m との関係を示す勾配については⑩のNewittの式に近い。しかし、Newittの式中の係数は管径の関数になると言われていることから、Newittの式を次式のように変形し、係数 K について検討した。

$$\phi = K \cdot (S - 1) g D / V_m^2 \quad (4)$$

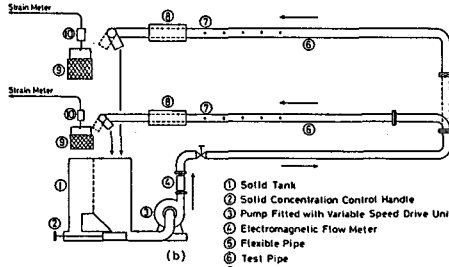
係数 K の値は管径によって異なり、本実験においては表2のような結果が得られた。D=30.8mmの管に対しては、Newittらと同じ $K=66$ が得られたが、管径の増加とともに K の値は増大した。すなわち、Newittの式はNewittが実験を行った1 inch管に対してはほぼ妥当な式であるが、全ての管径に対して成り立つ式ではないと考えられる。それゆえ、本実験結果も含め、他の研究者^{5) 11) 16) - 21)}の圧力損失値をまとめた結果、図3に示されるような結果が得られた。これによると、 K の値は管径の増加とともに増大し、管径が約100mm以上では、ほぼ一定値($K=85$)になる傾向がある。なお、図中の実線は次式で示される実験式による値を示している。

$$K = 85 (1 - e^{-4.5 \cdot 4^D}) \quad D: [m] \quad (5)$$

(4)および(5)式を用いて圧力損失の値を計算し、従来の実験値および本実験値と比較した結果を図4に示した。全実験点(360)の内、約90%の値が±30%以内に含まれており管径が約200m程度までならば、(4)および(5)式は粗粒子の摺動流における圧力損失の推定式として用いることができると考えられる。



- ① Solid Tank
- ② Pump Fitted with Variable Speed Drive Unit
- ③ Electromagnetic Flow Meter
- ④ Single Particle Injector
- ⑤ Test Pipe
- ⑥ Water Jacket



- ① Solid Tank
- ② Solid Concentration Control Handle
- ③ Pump Fitted with Variable Speed Drive Unit
- ④ Electromagnetic Flow Meter
- ⑤ Flexible Pipe
- ⑥ Test Pipe
- ⑦ Pressure Tap
- ⑧ Water Jacket
- ⑨ Sampling Bucket
- ⑩ Load Cell

図1 実験装置の概略

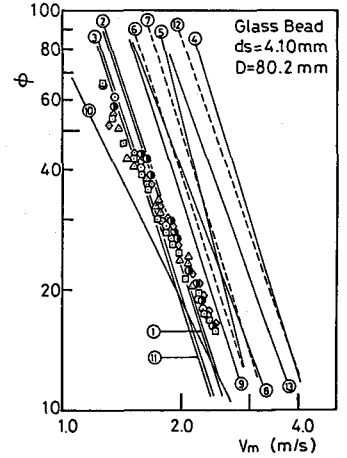


図2 ϕ と V_m との関係

表1 圧力損失係数の主な式

No.	Researcher	Equation	Ref.
1	Durand	$\phi = 81 \psi^{1.5}$	4
2	Condolios	$\phi = 85 \psi^{1.5}$	5
3	Bonnington	$\phi = 71 \psi^{1.5}$	6
4	Ellis	$\phi = 385 \psi^{1.5}$	7
5	Zandl	$\phi = 63 \psi^{0.284} \quad \phi = 280 \psi^{1.82}$	8
6	Jufin	$\phi = 2000 Fr^2 \left(\frac{d_s}{D} \right)^{0.5} \left(\frac{C_v}{D} \right)^{0.5}$	9
7	Jufin	$i = i_w \left(1 + 2 \left(\frac{V_m}{V_m^*} \right)^2 \right)$	9
8	Hayden	$\phi = 121 \psi^{1.3}$	10
9	Charles	$\phi = 120 \psi^{1.5} (S-1)$	11
10	Newitt	$\phi = 66 Fr^2 (S-1)$	12
11	Worster	$\phi = 120 Fr^2 (S-1)^3$	13
12	Smoldyrev	$i = i_w K (S-1) C \left(\frac{d_s}{D} \right) \left(\frac{D}{V_m} \right)^2$	14
13	Krivenko	$i = \frac{i_w}{1-C} \left(\frac{S-1}{1-C} \right) \left(\frac{d_s}{D} \right)^2 \left(\frac{C}{V_m} \right)^2 \left[1 + 0.16 \left(\frac{C}{V_m} \right)^2 \right]$	15

表2 係数Kの値

D (mm)	K
30.8	66.0
39.7	71.1
49.6	80.4
80.2	84.3
105.1	87.7

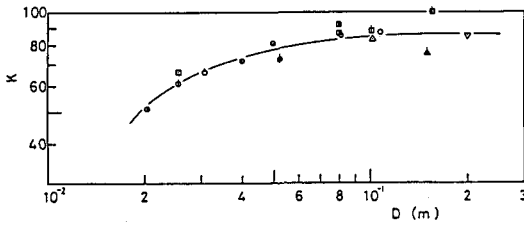


図3 係数Kと管径Dとの関係

Sym.	D(mm)	ds (mm)	S	Material	Researcher
○	20.3		2.49	Glass Bead	Maruyama
△	52.0	0.857			
◇	25.4	1.59 - 4.76	7.5	Steel Shot	Babcock
		0.59 - 1.19	4.15	Garnet	
		0.85 - 1.27	2.65	Quartz Sand	
□	25.4	0.1 - 0.76	2.64	Sand	Newitt
		1.98 - 3.81	2.60	Gravel	
		1.32 - 5.97	1.40	Coal	
■	78.7	3.70	2.59	Gravel	Televaltos
		4.23	2.58		
●	100.3	7.0	2.70	Gravel	Yagi
◆	155.2	8.75	1.40	Coal	Takeishi
▲	101.6	2.30	1.40	Coal	Takeishi
△	150	2.04	2.65	Sand	Condolios
▽	200	14	2.80	Granite	Boothroyde
○	30.8				
○	39.7	2.24	2.49	Glass Bead	Authors
○	49.6	4.10			
○	80.2	3.80	1.33	PCV Pellet	
○	105.1				

2.2 摺動流モデルによる推定式の提案 (方法Ⅱ)

前述の方法Ⅰは、水力輸送システムの設計に際して実験を行わなくても、管径が200mm以内の任意の管径における圧力損失の値を推定できる利点を有する。しかしながら、方法Ⅰは、実験式の範囲を出ないので、管径が200mm以上の管路に対する適用性は不明である。従って、ここでは管内の混相流の流動モデルによりスケールアップ法について検討する。粒子が管内に存在することにより増加した付加水力勾配 i_s に影響を及ぼす因子は、粒子径 d_s 、粒子の比重 S 、抗力係数 C_D などの粒子の物性値及び粒度分布の他に、平均流速 V_m 、吐出濃度 C_v および管径 D 等が考えられる。上述したように、粒子の物性値の影響を正確に推定することは困難であるゆえ、本研究においては粒子の物性値の影響を示す項を1つの係数 K_s にまとめ、 i_s を次式のように表す。

$$i_s = f_1 (K_s, C_v, V_m, D) \quad (6)$$

さて、著者らは既に、摺動層を伴う流れにおける管内の流動機構を図5に示されるようにモデル化し、摺動層より上側の領域 A_w における力の釣合を次式のように与えた^{2,2)}。

$$\Delta P/L = \{P_w \cdot \tau_w + P_s \cdot \tau_s + P_s \cdot \tau_r + n_s \cdot f_s\} / A_w \quad (7)$$

転動・摺動粒子によるせん断応力 $\tau_r \cdot P_s$ の値は、他の項に比べてかなり小さいことが既に確かめられているので、この項を無視し、(7)式を次式のように変形する。

$$\Delta P/L = \{P_w \cdot \tau_w + P_s \cdot \tau_s + n_s \cdot f_s\} / A_w \quad (8)$$

(8)式右辺の各項は次式のように与えられる^{2,2)}。

$$\tau_w = (f_w/8) \rho_w V_w^2 \quad (9)$$

$$f_w = 0.3164 Re^{-0.25} \quad (10)$$

$$Re = V_w \cdot D_e / \nu \quad (11)$$

$$D_e = 4 \cdot A_w / (P_w + P_s) \quad (12)$$

$$\tau_s = (f_k/8) \rho_w (V_w - V_{sb})^2 \quad (13)$$

$$f_k = 8 / \{2.5 \cdot \ln [11 \cdot (D - h_s) / (2 \cdot d_s)]\}^2 \quad (14)$$

$$n_s \cdot f_s = \frac{3}{2} C_D \cdot C \frac{(1-\zeta)^2}{\zeta} \left(\frac{d_s}{D}\right)^{-1} \frac{\rho_w V_w^2}{2} \cdot \frac{1}{D_e} A_w \quad (15)$$

領域 A_w からの吐出濃度 C および領域 A_w における平均流速 V_w は次式で与えられる。ただし、 q は粒子層内の粒子の濃度である。

$$C = (A \cdot V_m \cdot C_v - A_s \cdot V_{sb} \cdot q) \quad (16) \quad V_w = (A \cdot V_m - A_s \cdot V_{sb}) \quad (17)$$

摺動層の速度 V_{sb} の値は、著者らが先に求めた次の実験式により算出する^{2,3)}。

$$V_{sb} = 12.3 V_{ss} \cdot (d_s/D)^{1.3} C_v^{0.45} (S-1)^{-1.35} Fr^{3.0} \quad (18) \quad Fr = V_m / \sqrt{gD} \quad (19)$$

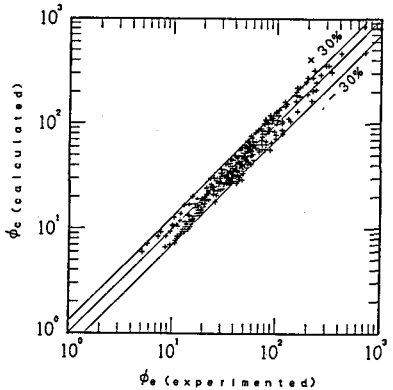


図4 計算値と実験値との比較

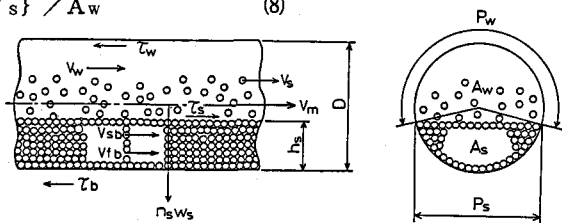


図5 摺動流モデル

(8)ないし(9)式により、付加水力勾配 i_s に及ぼす平均流速 V_m および濃度 C_v の影響について検討した結果の一例を図6および図7に示した。図6に示されるように、 i_s に及ぼす V_m の影響は小さい。これは Newittらが得た結果と同様である¹²⁾。なお、このような結果は、他の条件においても同様であった。また図7に示されるように i_s は C_v の1次に比例していることから、(6)式を次式のように変形することにする。

$$i_s = C_v \cdot f_2(K_s, D) \quad (20)$$

さて、粒子径 d_s は粒子の物性値の1つであり、 K_s に含まれるものであるが、(20)式には管径 D を含むので、ここでは d_s を用いて管径 D を無次元化し、(20)式を次式のように表す。

$$i_s = C_v \cdot (d_s/D)^n \cdot f_3(K_s) \quad (21)$$

$f_3(K_s)$ の値は粒子の物性値のみの関数であり、流送される粒子に対して一定の値を示すものであると考えられる。それゆえ、 $f_3(K_s) = K_P$ と置くと次式が得られる。

$$i_s = K_P \cdot C_v \cdot (d_s/D)^n \quad (22)$$

従って、水力勾配 i は次式のように表される。

$$i = i_w + K_P \cdot C_v \cdot (d_s/D)^n \quad (23)$$

スケールアップの手順は次のようである。すなわち、(23)式には K_P と n の2つの未知数を含むので、管径の異なる2種類の小管径の管路で流送実験を行い、 K_P および n の値を決定する。この値を用いて、実操業規模の大管径の管路における水力勾配の値を推定する。本実験では、管径30.8および39.7mmの管路における水力勾配の実験値から、2種類のガラスビーズにおける K_P および n を求めた結果、2.24mmの粒子に対しては $K_P = 3.4$ 、4.10mmの粒子に対しては $K_P = 2.3$ 、 n の値としてはともに0.35が得られた。この値を用いて $D = 105.1$ mmの管路における水力勾配を計算し、実験値と比較した結果を図8および図9に示した。なお、参考のため、微粒子に対して提案されている従来のスケールアップ法による推定値も併せ示した。これらの図に示されるように従来の方法を粗粒子混相流に適用すると、大きな誤差が生じるが、本研究で著者らが提示した方法、すなわち、(23)式を用いれば、実験値をほぼ推定し得ることが分かる。この方法は、(23)式中の2つの未知数を実験により決定することにより、粒子の物性値の影響をほぼ正確に求め得ると考えられるため、精度の良いスケールアップができると思われる。しかしながら、2つの未知数を決定するために、最低2種類の管路により実験を行わなければならないのが欠点である。ただし、粒子の物性値のなかでも、粒子径に関しては、粒子径が約2mmを超えると水力勾配は粒子径の影響をほとんど受けなくなることが報告されており^{5) 24)}、従って、粒子径が2mm以上の粒子に対しては、 $n = 0.35$ としてもよいと思われる。この場合は、(23)式中の未知数は1つとなるため、1種類の管路でのみ実験を行えばよいということになる。

2.3 従来の i_s 法を修正した推定式の提案 (方法Ⅲ)

主に微粒子混相流を対象とした従来のスケールアップ法の1つに i_s 法がある。これは、1種類の管路において流送実験を行い付加水力勾配 i_s を求め、さらに $i_s \sim D$ の関係を示す両対数紙上で実験により得られた

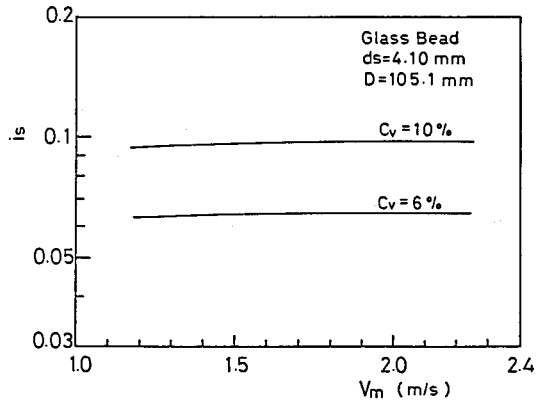


図6 i_s に及ぼす V_m の影響

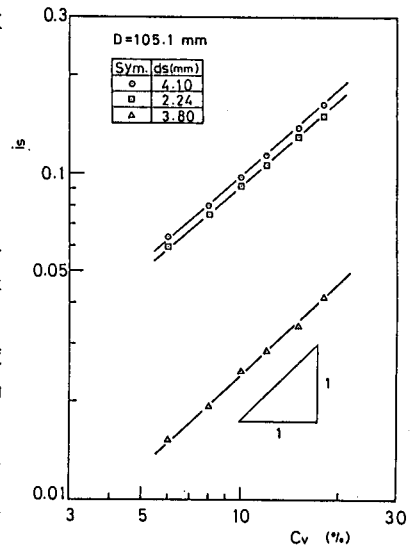


図7 i_s に及ぼす C_v の影響

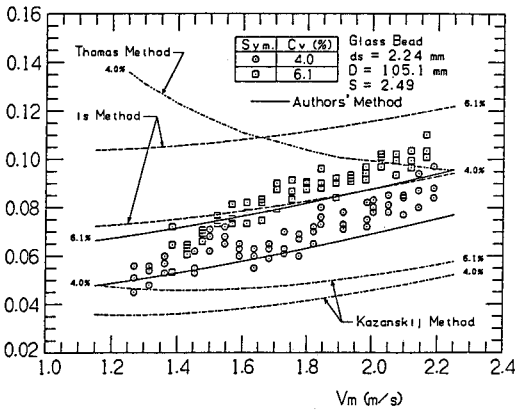


図8 計算値と実験値との比較

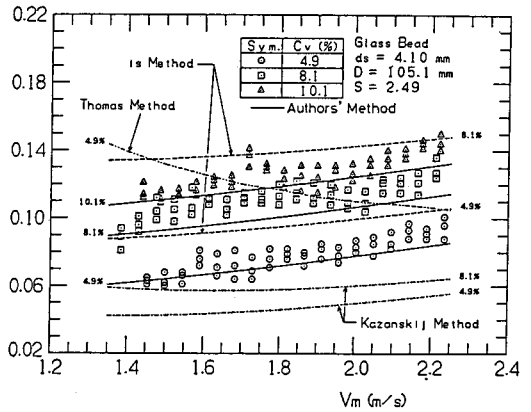


図9 計算値と実験値との比較

i_s を通り、傾きが $i_w \sim D$ の関係を示す直線の傾き($m = -1.25$)に等しい直線を引くことにより、任意の管路における付加水力勾配を求め、水力勾配 i を推定するものである。この方法の利点としては、実験を1種類の管路でのみ行えばよく、また大管径の管路における付加水力勾配を図面上から容易に求め得る点にある。

さて、

図10は付加水力勾配 i_s と管径 D との関係の一例を両対数紙上に図示したものである。この

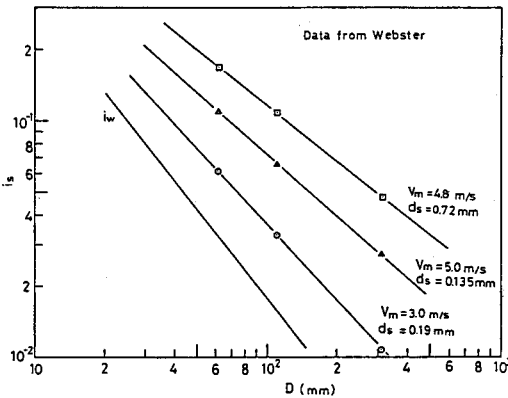


図10 i_s と管径 D との関係

図に示されるように、 $i_s \sim D$ の直線の傾きは必ずしも $i_w \sim D$ の直線の傾き($m = -1.25$)に等しくなく、粒子径によって異なる値をとる。すなわち、小管径の管路により詳細な流送実験を行っても、任意の管路における i_s を推定する際に、誤った直線の傾きを用いると、正確な水力勾配の推定は行えないことになる。それゆえ、本実験結果を含め、他の研究者のデータより $i_s \sim D$ の直線の傾き m を求め、粒子径 d_s との関係として図11に示した。この図より、微粒子に対しては直線の傾き m は約 -1.2 であるが、粒子径が増加するにつれて m の値は増加し、中粒子に対しては $m = -1.2 \sim 0$ 、粗粒子に対しては $m = -0.25 \sim 0.25$ の範囲内の値となった。従って、傾き m の変化に対して使用できるものとして、次式を提案する。ただし、 K_b の値は小管径の実験により求める。

$$i = i_w + K_b \cdot D^{-m} \quad (24)$$

さて、図12はSaskatchewan Research Council (SRC)で行われた流送実験の結果を示したものである。実験はメジアン径 $d_{50} = 0.17 \text{ mm}$ の砂粒子を用いて行われたが、この結果を基に $D = 8, 10$ および 12 inch の管路における値を推定した結果を図13に示した。図中の実線が i_s 法による結果を示しているが、従来、提唱されている $m = -1.25$ の値を用いると、推定値は実験値よりもかなり小さな値となる。図11より、粒子径 0.17 mm の粒子に対する m の値は約 -1.0 であり、従って、 $m = -1.0$ を用いて i_s 法により水力勾配を推定すると、推定値

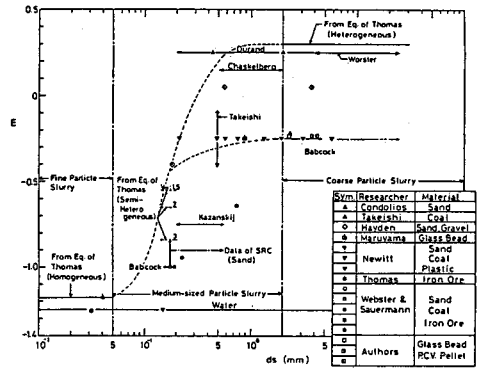


図11 直線の傾き m と粒子径 d_s との関係

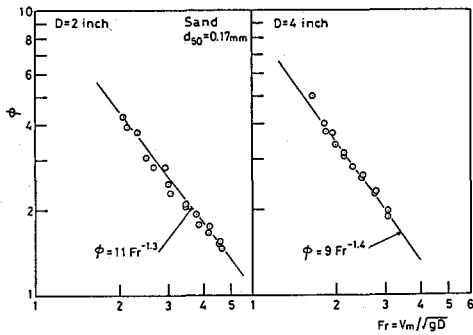


図12 φとFrとの関係

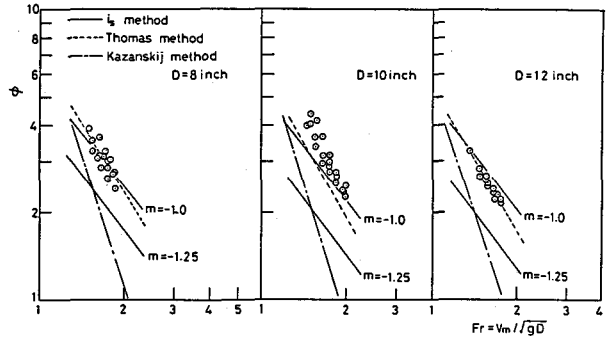


図13 φとFrとの関係

と実験値とはほぼ一致することが分かる。上述したように i_s 法の利点は、水力勾配の推定が非常に容易であることであるが、スケールアップを行う際の直線の傾きが未知であるという欠点があった。しかしながら、図11を用いれば、 i_s 法の利点を損なうことなく水力勾配をスケールアップできると思われる。なお、本研究で提案した3つの方法の特徴を表3に示した。

表3 3つの方法の特徴

方法	実験(量)	推定の簡便さ	推定値の精度
I	不要	簡便	$D \leq 200\text{mm}$ では良 $D > 200\text{mm}$ では未定
II	要(多)	やや煩雑	最も良
III	要(少)	普通	良

3. むすび

従来より報告されている微粒子混相流に対する圧力損失のスケールアップ法を粗粒子混相流に適用すると大きな誤差を生じることから、粗粒子混相流における圧力損失のスケールアップについて、3つの方法を提案した。これらの方法のうち、表3に示されるように推定値の精度よりも推定の簡便さを重視する場合には、方法Iが適している。これに対し、推定値の精度を重視する場合には、方法IIがよい。方法IIIは、両者の中間に位置するものと考えている。

なお、今後は、より多くの実験データを収集し、粗粒子混相流に対する最適な圧力損失のスケールアップ法の確立に努めたい。

最後に、本研究を遂行するに当たり、東北大学工学部資源工学科教授 故野田佳六先生より有益なる御助言を頂いた。ここに深甚なる謝意を表する。

参考文献

- 1) Thomas, A. D. : Int. J. Mineral Processing, 3, pp.51-69, 1976
- 2) Webster, I. W. and Sauermann, H. B. : South African Mech. Engng., 28, pp.312-318, 1978
- 3) Kazanskij, I. : Proc. Hydrotransport 5, BHRA, Paper B3, 1978
- 4) Durand, R. : Proc. Int. Ass. of Hydraulic Research, Minneapolis, Minn., pp.89-103, 1953
- 5) Condolios, E. and Chapus, E. E. : Chem. Engng, 8, pp.131-138, 1963
- 6) Bonnington, S. : Brit. Hydromech. Res. Assoc., TN708, 1961
- 7) Ellis, H. S. and Round, G. F. : Can. Min. Met. Bulletin, 56, pp.773-781, 1963
- 8) Zandi, I. and Govatos, G. : J. Hydr. Div., Proc. ASCE, 93 [HV3], pp.145-159, 1967
- 9) Jufin, A. P. and Lopatin, N. A. : Gidrotechniceskoe Stroitel'stvo, 36 [9] pp.49-52, 1966
- 10) Hayden, J. W. and Stelson, T. E. : Advances in Solid-Liquid Flow in Pipes and its Application, pp.149-163, 1971, Pergamon Press
- 11) Charles, M. E. : Proc. Hydrotransport 1, BHRA, Paper A3, 1970
- 12) Newitt, D. M. et al : Trans. Int. Chem. Engrs., 33, pp.88-100, 1961
- 13) Worster, R. and Denny, D. : Proc. Inst. Mech. Engrs., 169 [32], pp.563-586, 1967
- 14) Smoldyrev, A. : Rohrleitungstransport, 1970
- 15) Krivenko, J. N. : Hidromechanika, 16, Kijev, 1970
- 16) Maruyama, T. et al : J. Chem. Engng of Japan, 13 [4], pp. 269-274, 1980
- 17) Babcock, H. A. : Advances in Solid-Liquid Flow in Pipes and its Application, pp.125-148, 1971, Pergamon Press
- 18) Televantos, Y. et al : Can. J. Chem. Engng, 57, pp. 255-262, 1979
- 19) 八木得次ら：運輸省港湾技術報告, 11 [3], pp. 2-35, 1972
- 20) 武石芳明：スラリー輸送研究会第13回分科研究会講演資料, pp. 7-10, 1983
- 21) Boothroyde, J. et al : Proc. Hydrotransport 6, Paper E 1, 1979
- 22) 高橋 弘ら：日本鉱業会誌, 103 [1188], pp.101-107, 1987
- 23) 高橋 弘ら：日本鉱業会誌, 101 [1173], pp.713-717, 1985
- 24) 野田佳六：第22回水工学に関する夏期研修会講義集, Aコース, pp.3.1-3.16, 1986