

# 管路における土砂輸送機構 Mechanism of Sediment Transportation in Pipes

京都大学防災研究所 江頭 進治 Shinji Egashira  
京都大学防災研究所 芦田 和男 Kazuo Ashida  
京都大学大学院 中島 智彦 Tomohiko Nakajima

Sediment transportation in pipes can be divided into two modes; individual and massive movements as well known in the case of open channels. Discussions are made on the criterion dividing the regime between these modes, and on the relation among flow discharge, energy gradient and sediment concentration, with attention focused on the mechanisms of sediment transportation. The formulas which are developed are tested by flume data and compared with the results obtained from several empirical formulas.

*Key words: sediment transportation, individual movement, massive movement, pipe flow*

## 1. 緒 論

土砂の管路輸送は、石炭、鉱石、廃滓等の輸送や河川、港湾における浚渫輸送の問題に関連して古くから研究されてきた。最近では、ダム堆砂の排除や養浜のための土砂輸送手段として関心が高まりつつある。これらの研究によれば、管路における砂礫の輸送形態は、粒子径や流量に応じて変化する。いま、容易に浮遊しないような粒子を対象にすれば、流量の増加に伴って流れは堆積層流れ、部分堆積層流れおよび摺動層流れへと遷移することが知られている。ここで、部分堆積層流れは、開水路では掃流砂を伴うような流れに対応している。従来、これらの研究は、一部<sup>1)</sup>を除いて機械系あるいは化学工学系の研究者によって推進されている。しかし、殆どの研究成果が次元解析的手法に基づいたものであって、その中で用いられているパラメータの意義が不明確なものが多い。本研究は、開水路における流砂機構<sup>2)</sup>や粒子流・土石流の機構<sup>3)</sup>に基づいて、管路における土砂輸送形態の領域区分を行なうとともに、各輸送形態における流量、エネルギー損失(動水勾配)および輸送土砂濃度の間の関係を明らかにしようとするものである。なお、本研究の基礎<sup>4)</sup>はすでに公表しているが、その後の研究において、粒子流のエネルギー散逸機構や固定壁面と粒子流との境界における扱い等、修正する必要が生じたのでここに報告する次第である。

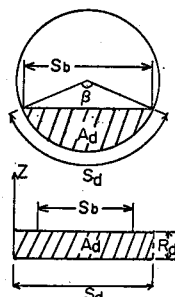
## 2. 理 論

### 2.1 掃流砂

管の断面を図-1の上図のように表わし、Einsteinの断面分割に従えば、管壁の領域および土砂堆積面の領域における流れの抵抗則はそれぞれ次式で変えられる。

$$\frac{v}{\sqrt{g R_w i_e}} = A_s - \frac{1}{\kappa} + \frac{1}{\kappa} \ln \frac{R_w \sqrt{g R_w i_e}}{\nu}, \quad (A_s = 5.5, \kappa = 0.4) \quad (1)$$

$$\frac{v}{\sqrt{g R_b i_e}} = A_r - \frac{1}{\kappa} + \frac{1}{\kappa} \ln \frac{R_b}{k_s}, \quad (A_r = 8.5, k_s = d) \quad (2)$$



(2) 図-1 断面のモデル化

ここに、 $i_e$ はエネルギー勾配(動水勾配)、 $g$ は重力加速度、 $v$ は水流の平均流速、 $R_w$ 、 $R_b$ はそれぞれ管壁および堆積層面の支配領域の径深であって、これらはそれぞれ次のように意義される。

$$v = Q/D^2 f_{na} \quad (3) \quad \frac{R_w}{D} f_{nw} + \frac{R_b}{D} f_{nb} = \frac{A}{D^2} f_{na} \quad (4)$$

ここに、 $A$ (流水断面積)  $f_{nw}$ ,  $f_{nb}$ ,  $f_{na}$ は次のようである。

$$A = \frac{D^2}{4} \left\{ \pi - (\beta - \sin \beta)/2 \right\}, \quad f_{nw} = \pi - \beta/2, \quad f_{nb} = \sin(\beta/2), \quad f_{na} = \left\{ \pi - (\beta - \sin \beta)/2 \right\}/4$$

ここに、 $\beta$ は土砂堆積面の中心角、 $D$ は管の直径である。

流砂量式に芦田、道上式<sup>2)</sup>を用いることにすれば、慣用記号を用いて、

$$\frac{q_b}{\sqrt{(\sigma/\rho - 1)gd^3}} = 17\tau_{*b}^{3/2} \left( 1 - \frac{\tau_{*c}}{\tau_{*b}} \right) \left( 1 - \frac{u_{*c}}{u_{*b}} \right) \quad (5)$$

ここに、 $u_{sb} = \sqrt{g R_b i_e}$ である。

一般に、この分野の問題では、排出土砂濃度（輸送土砂濃度） $c_t$ が用いられることが多い。これは、

$$c_t = q_b D f_{nb} / (Q + q_b D f_{nb}) \quad (6)$$

以上のことより、 $R_w, R_b, i_e, Q, \beta$ のうち二つを与えれば、他が決定され、決定された量を用いて  $q_b$  あるいは  $c_t$  が算定される。

## 2.2 集合流動

### (1) 運動形態

掃流状態から流量を増加させていくと、土砂堆積層全体が動き始める。この状態を集合流動と呼ぶ。集合流動には砂層に働く外力と内部の抵抗力の条件に応じて partial plug flow (plug flow も含む) および shear flow がある<sup>4)</sup>。いま、図-1の下図のように、砂層を潤辺  $S_d$ 、断面積  $A_d$ 、径深  $R_d$  のように表わし、管底を原点 ( $z=0$ ) にすれば  $z$  より上方の砂層に働く外力  $\tau_{ext}$  は次式で与えられる。

$$\tau_{ext} = g \sin \theta \int_z^{R_d} \rho_m dz - \frac{\partial p}{\partial x} (R_d - z) + \frac{\rho}{8} f_b (v - v_d)^2 \frac{S_b}{S_d} \quad (7)$$

ここに、 $\rho_m$  は砂層の密度で、 $\rho_m = (\sigma - \rho)c + \rho$  ( $c$  は砂層における粒子体積濃度)、 $\theta$  は管軸と水平軸とのなす角で時計まわりが正、 $\partial p / \partial x$  は圧力勾配であり、砂層上部の水流のものに等しい。いま、

$$\rho g \sin \theta - \partial p / \partial x = -\rho g i_e, \quad \frac{\rho}{8} f_b (v - v_d)^2 \frac{S_b}{S_d} = \rho g R_b i_e \frac{S_b}{S_d}$$

などの関係を使えば、式(7)は次式のように変形される。

$$\tau_{ext} = \rho(\sigma/\rho - 1)g \sin \theta \int_z^{R_d} cdz + \rho g i_e (R_d - z) + \rho g R_b i_e \frac{S_b}{S_d} \quad (8)$$

ここに、 $i_e$  は動水勾配（エネルギー勾配）である。上式右辺第3項は、水流と砂層の流れとの interaction であって、 $i_e, R_b$  は式(2)にかわって次式に従う。

$$\frac{v - v_d}{\sqrt{g R_b i_e}} = A_r - \frac{1}{\kappa} + \frac{1}{\kappa} \ln \frac{R_b}{k_s} \quad (9)$$

一方、砂層の抵抗力  $\tau_{int}$  は、内部が変形速度をもつ場合には次式で与えられる<sup>3)</sup>。

$$\tau_{int} = (\sigma - \rho)g \cos \theta \frac{\tan \phi_s}{1 + \alpha} \int_z^{R_d} cdz + \rho \left\{ k_f \frac{(1-c)^{5/3}}{c^{2/3}} + k_g \frac{\sigma}{\rho} (1-e^2)c^{1/3} \right\} d^2 \left( \frac{du}{dz} \right)^2 \quad (10)$$

ここに、 $\phi_s$  は砂粒子の摩擦角、 $\alpha$  は動的粒子間圧力と静的粒子間圧力との比で動的状態では  $\alpha = 0.25$  程度である。上式の第一項は yield stress ( $\tau_y$ )、第二、三項はそれぞれ粒子間間隙水の乱れおよび粒子の非弾性衝突に伴う

応力であり、 $k_f = 0.5$ 、 $k_g = 0.0828$ 、 $e$  は反発係数で、 $e = 0.7 \sim 0.85$  程度の値をとる。ここで、 $\tau_{ext} = \tau_{int}$  とすれば、

$$\tau_{ext} - \tau_y = \rho \left\{ k_f \frac{(1-c)^{5/3}}{c^{2/3}} + k_g \frac{\sigma}{\rho} (1-e^2)c^{1/3} \right\} d^2 \left( \frac{du}{dz} \right)^2 \quad (11)$$

$$\tau_y = \rho(\sigma/\rho - 1)g \cos \theta \frac{\tan \phi_s}{1 + \alpha} \int_z^{R_d} cdz \quad (12)$$

式(11)は、 $\tau_{ext} - \tau_y < 0$  の場合に砂層の流動は起こらないことを示している。

図-2は、 $c = \text{const.}$  の場合の  $\tau_{ext}$  および  $\tau_y$  の分布を示したものである。 $\tau_y$  は砂層内部では  $\phi_s$  によって定まるが、管壁では砂粒子と管壁との摩擦角  $\phi_{sb}$  によって定まる。管壁が滑面の場合には、一般に  $\phi_{sb} < \phi_s$  である。このことを考慮して図-2は描かれている。図-2(a)は、partial plug flow が形成される例を示したものであり、管壁で滑りが生じ、 $0 < z < R_d - nd$  の領域では plug が形成され、 $R_d - nd < z$  では shear flow が形成され図-2 外力と降伏

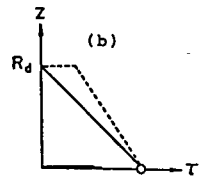
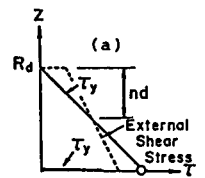


図-2 外力と降伏  
応力の分布

全層が plug flow になる場合も partial plug flow に含めれば、この流れの形成領域は、式 (11) において、右辺を 0、 $z=0$ 、および  $\phi_s = \phi_{sb}$  と置けば、次式のように求まる。

$$i_e \geq -\frac{(\sigma/\rho - 1)c \cos \theta \left\{ \tan \theta - \frac{1}{1+\alpha} \tan \phi_{sb} \right\}}{1 + \frac{R_b S_b}{R_d S_d}} \quad (13)$$

ここに等号は形成限界を示す。上式で砂層が静止した状態から動き出す条件は  $\alpha = 0$  として与えられ、一方、動的状态から運動が静止する状態は  $\alpha = 0.25$  として求められる。

また、全層が shear flow になる条件も  $\phi_{sb} = \phi_s$  として同様に求められるが、この場合には、砂層の粒子濃度分布が顕著になるため、これが未知量となる。従って、この条件を厳密に表わすためには、濃度の鉛直分布の解析が必要である。

## (2) 流速分布

砂粒子間の摩擦角  $\phi_s$  と砂粒子と管壁との摩擦角  $\phi_{sb} (< \phi_s)$  とが異なるため、砂層と管壁との間で一種の滑りが生ずる。流速分布の議論に際してはこのことを考慮する必要がある。また、shear flow になると砂層の粒子濃度は  $z$  方向に濃度分布をもつようになり、これが内力分布を変化させる。この場合には速度場と濃度場との interaction を考慮する必要も生ずる。

### (a) 一様濃度の partial plug flow

$c = \text{const.}$  の近似が成り立つ場合には、流速分布の議論は容易である。まず、図-2の上図のような場合の流速分布は、管壁のごくうすい層に粘性底層厚  $\delta (< d)$  を導入し、式 (11) の右辺を  $\rho \nu du/dz$  ( $\nu$  は動粘性係数) に置き換えれば、 $0 \leq z \leq \delta$  の間の流速分布は直線になり、 $\delta \leq z \leq R_d - nd$  の領域では次のような plug flow が形成される。

$$\frac{u(z)}{\sqrt{g R_d}} = \frac{u_\delta}{\sqrt{g R_d}} = (G_1 + G_2 - Y_b) \frac{\sqrt{g R_d}}{\nu} \delta = \text{const.}, \quad \delta \leq z \leq R_d - nd \quad (14)$$

$$G_1 = \left\{ (\sigma/\rho - 1)c \sin \theta + i_e \right\}, \quad G_2 = \frac{R_b S_b}{R_d S_d} i_e, \quad Y_b = (\sigma/\rho - 1)c \cos \theta \frac{\tan \phi_{sb}}{1 + \alpha}$$

である。

また、 $z = R_d - nd$  より上方では、次のような shear flow になる。すなわち  $R_d - nd < z \leq R_d$  において

$$\frac{u(z)}{\sqrt{g R_d}} = \frac{u_\delta}{\sqrt{g R_d}} + \frac{2}{3} \frac{R_d}{d} \frac{1}{\sqrt{f_f + f_g}} \frac{1}{G_1 - Y} \left\{ \frac{G_1 - Y}{f_f + f_g} \frac{nd}{R_d} + G_2 i_e \right\}^{3/2} - \left\{ \frac{G_1 - Y}{f_f + f_g} \left( 1 - \frac{z}{R_d} \right) + G_2 i_e \right\}^{3/2} \quad (15)$$

ここに、 $f_f = k_f(1-c)^{5/3}/c^{2/3}$ 、 $f_g = k_g(\sigma/\rho)(1-e^2)c^{1/3}$ 、 $Y = (\sigma/\rho - 1)c \cos \theta \tan \phi_s / (1 + \alpha)$  である。

### (b) 一様濃度の shear flow

この場合には、 $\delta < z \leq R_d$  において、式 (11) から直接求められる。

$$\frac{uz}{\sqrt{g R_d}} = \frac{u_\delta}{\sqrt{g R_d}} + \frac{2}{3} \frac{R_d}{d} \frac{f_f + f_g}{G_1 - Y} \left[ \left\{ \frac{G_1 - Y}{f_f + f_g} + G_2 i_e \right\}^{3/2} - \left\{ \frac{G_1 - Y}{f_f + f_g} \left( 1 - \frac{z}{R_d} \right) + G_2 i_e \right\}^{3/2} \right] \quad (16)$$

### (c) 濃度分布をもつ場合

前述したように、plug flow 以外の部分では厳密には、濃度分布と流速分布との interaction を考慮した解析が望ましい。このとき、流速分布と濃度分布は次の式 (17)、(18) の連立解によって与えられる。

$$\frac{du}{dz} = \frac{\sqrt{g R_d}}{d} \left\{ \frac{G_1 - Y}{f_f + f_g} \left( 1 - \frac{z}{R_d} \right) + G_2 i_e \right\}^{1/2} \quad (17)$$

$$\frac{dc}{dz} \left( \frac{du}{dz} \right)^2 = \frac{g}{R_d^2} \frac{f_{n2}(c)}{a_1 f_{n1}(c)} \quad (18)$$

ここに、

$$f_{n1}(c) = (1-c)/c^{5/3} + \frac{5}{3} \left\{ (1-c)/c \right\}^{2/3}$$

$$f_{n2}(c) = G_1 + G_2 - Y - a_2(1-c)^{5/3} - a_3 c$$

$$a_1 = k_f (R_a/d)^{-2}$$

$$a_2 = \frac{k_f}{k_g} \frac{\alpha}{1+\alpha} \frac{\sigma/\rho - 1}{\sigma/\rho} \frac{1}{e^2} \cos \theta$$

$$a_3 = \frac{\alpha}{1+\alpha} \left( \frac{\sigma}{\rho} - 1 \right) \frac{1-e^2}{e^2} \cos \theta$$

式(18)は、運動方程式の $z$ 成分に関するものである<sup>3)</sup>。

### 3. 実験

#### 3.1 実験の概要

実験の種類は2種類である。一つは、流量、動水勾配および土砂輸送濃度の間のデータを得るためのもので、実験装置は、水と土砂を流す水平管部分、水と土砂を分離するためのトロネル、水平管部へ水と土砂を混合して送るための上流部水槽、水循環用の下流部水槽、および砂を上部水槽へ送るためのベルトコンベアからなっている。管の内径は64mm 水平管の長さは3.5mであり、管には50cm 間隔に圧力タップが設けられている。もう一つの実験は、前述の粘性底層の厚さを測定するためのものである。これは、側壁ガラス張りで、滑らかなアクリル製の路床をもつ開水路を用い、上流より砂と水を定期的に供給して土石流を発生させ、ビデオ撮影によって流速分布を調べるような方法で行なっている。いずれの実験においても、平均粒径2.12mm、比重2.65のほぼ一様な砂を用いた。砂の内部摩擦角は、 $\phi_s = 39^\circ$ で砂と管壁および開水路路床との摩擦角は $\phi_{sb} = 23.7^\circ$ である。

#### 3.2 実験結果

管路におけるデータは、次章で計算結果と比較するのでここでは省略し、開水路滑面実験から得られた粘性底層厚に関する解析を行なう。開水路上においては、管路の場合同様に条件に応じて plug flow および shear flow が形成される。

全層が plug flow になる条件は、次のように与えられる。

$$(\sigma/\rho - 1)c \frac{\tan \phi_{sb}}{1+\alpha} < \left\{ (\sigma/\rho - 1) + 1 \right\} \tan \theta < (\sigma/\rho - 1)c \frac{\tan \phi_s}{1+\alpha} \quad (19)$$

一方、全層が shear flow になる条件は

$$(\sigma/\rho - 1)c \frac{\tan \phi_s}{1+\alpha} \leq \left\{ (\sigma/\rho - 1)c + 1 \right\} \tan \theta \quad (20)$$

図-3には、 $\theta = 18^\circ, c = 0.48 \sim 0.50$ で、ほぼ plug flow の条件を満たしている場合の流速分布の一例および、 $\theta = 16^\circ, c = 0.35 \sim 0.36$ でほぼ shear flow の流速分布を示すものの一例を示している。図示の流速分布から推察されるように、路床と砂層との境界において滑りが生じており、前章で示したように、一般の滑面上における水や空気の流れに見られるような粘性底層の存在が示唆されている。図示の流速分布に関する計算値は式(14)、(15)を開水路 ( $G_2 = 0, i_e = 0$ )に拡張して適用したものである。

粘性底層の厚さは粒径に比較して微少であるから、図示のような流速分布形より、水路底面の流速を外挿法によって求め、これを $u_\delta$ として次式によってこれを逆算した。

$$\frac{u_\delta}{u_{*c}} = \frac{u_{*c}}{\nu} \delta$$

$$u_{*c} = \left\{ \frac{\tau_{ext}(0) - \tau_y(0)}{\rho} \right\}^{1/2}$$

$$= \sqrt{gh} \left[ \left\{ (\sigma/\rho - 1)c + 1 \right\} \sin \theta - (\sigma/\rho - 1)c \cos \theta \frac{\tan \phi_s}{1+\alpha} \right]^{1/2}$$

図-4は、上述のようにして求めた $\delta$ と $\nu/u_{*c}$ との関係である。これによれば

$$u_{*c} \delta / \nu = 7.32$$

となっており、通常の粘性底層の値と大きな差はなく、前章で導入した粘性底層の概念が妥当であることが分かる。

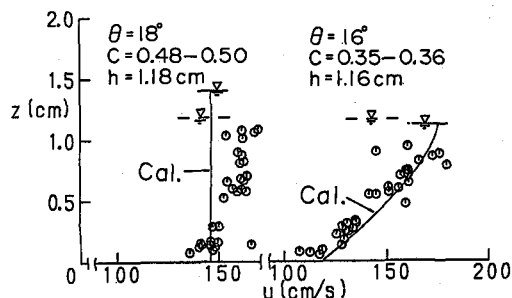


図-3 開水路滑面上の流速分布(土石流)の一例

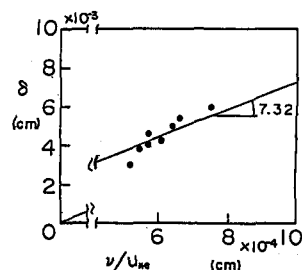


図-4 粘性底層の厚さ

#### 4. 理論の適用

##### 4.1 流砂形態の発生領域

前述の管内土砂輸送の理論によれば、partial plug flow の発生領域、すなわち集合流動の発生領域が式 (13) で与えられる。この条件は、式 (13) において種々の  $\beta$  (中心角) に対して  $i_e$  を求め、これを式 (1)、式 (9) ( $v_d = 0$ ) および式 (3) に代入すれば算定できる。

$c = 0.5, \theta = 0$  (水平管) とした場合の集合流動の発生領域を図-5 に示している。図には  $\alpha = 0$  (静的状態)、 $\alpha = 0.25$  (動的状態) に関する 2 本の線が示されている。 $\alpha = 0$  の線の外側では安定な集合流動になるが、2 本の線にはさまれた領域では、脈動などの不安定な流れになることも予想される。なお、 $\alpha = 0.25$  の線の内側は掃流砂 (individual movement) の領域である。

図には、管路実験において、掃流と集合流動とを目視にて判定したデータを示している。これより実験データは、式 (13) の領域区分によく従っていることが分かる。

##### 4.2 流量、エネルギー勾配、輸送土砂濃度

掃流形態については、2 章で示したように堆積厚を表わす  $\beta$  をパラメータとして、種々の  $i_e$  に対する流量と輸送土砂濃度との関係を算定した。また集合流動についても、掃流砂の場合と同様に行なうがこの場合には粘性底層を考慮するとともに plug flow を形成している部分については一様濃度  $c = 0.5$  とし、shear flow を形成している部分については式 (17)、(18) を用いて流速と濃度の分布を数値的に求め、それより流量、輸送土砂濃度を算定した。図-6 は動水勾配と無次元流量の平面上において算定された等濃度線を示したものである。図中には輸送形態の領域ならびに実験データも示している。図示のように、十分とは言えない面もあるが、本理論によって実験データはかなりよく説明されている。

##### 4.3 従来の経験式との比較

管路内土砂輸送に関する多くの研究において、次式で定義されるパラメータ  $\psi = V^2 \sqrt{C_D} / ((\sigma/\rho - 1)gD)$  が主要な役割を果たしている。ここに、 $V$  は混合物の断面平均流速、 $C_D$  は粒子の抗力係数、 $D$  は管径である。そして、非均質流れに関する Durand・Condolios の式<sup>5)</sup>、

$$\frac{i_e - i_w}{c_i i_w} = K \left\{ \frac{V^2 \sqrt{C_D}}{(\sigma/\rho - 1)gD} \right\}^{-3/2} \quad (21)$$

$$(K = 81, 121)$$

をはじめとして、多くの類似の経験式が提案されている。ここに、 $i_e$  は動水勾配、 $i_w$  は同一流量で水だけを流した場合の動水勾配、 $c_i$  は輸送土砂濃度である。

本研究と従来の研究<sup>6), 7)</sup> を比較するため、4.2 の結果を  $(i_e - i_w)/c_i i_w$  と  $\psi$  の平面上に表わせば、図-7 のような結果を得る。図には式 (21)、従来のデータの範囲および本

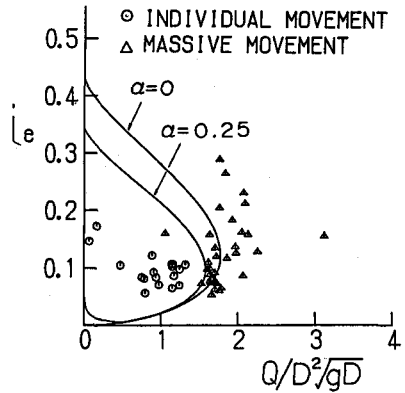


図-5 領域区分図

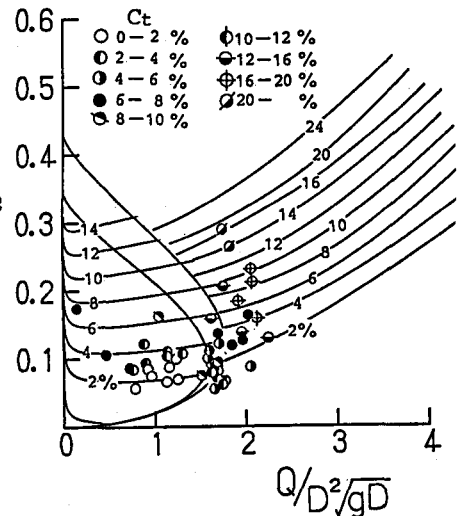


図-6 流量、エネルギー勾配、輸送濃度の関係

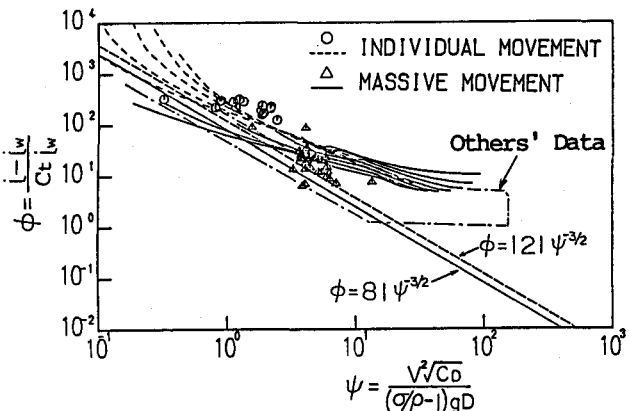


図-7 従来の研究と本研究との比較

実験のデータも示している。図中の多くの曲線群は本研究の掃流砂と集合流動に関するものである。図から明らかなように、 $\psi = 10$  を越えるようなデータの説明が式 (21) ではかなり困難であったが、本研究でこれがかなり改善されていることが分かる。これは、従来の経験則では  $i_c$  に対する流れの形態変化や粒径の影響が考慮されていないのに対し、本研究では、これらが考慮されているからである。

## 5. 結 論

掃流砂や土石流に関する研究成果を導入することにより、管路における土砂輸送現象に関する新しい解析法を提案した。すなわち、従来、不均質流れとして一括して扱われていた流れには、掃流砂の領域、partial plug flow の領域および shear flow の領域があることを示し、これらの領域区分図を示した。ついで、これらの領域における輸送土砂濃度の間の関係を求める方法を示した。また、これらと著者らのデータ、多くの研究者のデータおよび従来の経験則と比較検討し、本研究はほぼ妥当であることが示された。

本研究の方法は、変数が多く、少々複雑ではあるが、これによって従来の方法では解釈できなかった問題など明らかにできたように思われる。今回は、濃度の分布も同時に解く方法に従ったが、ここに近似計算を導入すれば、この方法は格段に簡略化されることが分かっており、今後、そうした方向で研究を進めたい。

本研究は一部昭和 61、62 年度文部省科学研究費、試験研究 (1) (代表 芦田和男) の補助を受けて進めているものであり、ここに記して深謝いたします。また実験等で京大防災研究所吉田義則技官にご協力いただいた。ここに記して感謝する次第である。

## 参 考 文 献

- 1) 那須浩平・林 泰造：堆積砂層を有する管水路内の流砂の抵抗と流砂量について、第 26 回水理講演会論文集、1982、123~131.
- 2) 芦田和男・道上正規：移動床流れの抵抗と掃流砂量に関する研究、土木学会論文集、206 号、1972、59 ~ 69.
- 3) 江頭進治・芦田和男・矢島啓・高濱淳一郎：土石流の構成則に関する研究、京都大学防災研究所年報、32 号 B-2、1989、487~501.
- 4) 芦田和男・江頭進治・中島智彦：水平管路における土砂輸送形態と流砂機構、京都大学防災研究所年報、31 号 B-2、1988、489 ~ 505.
- 5) Durand, R. and Condolios, E.: J. d'Hydraulique, Societe Hydraulique de France, Juin, 1952.
- 6) Zandi, I. and Gorates, G.: Proc. ASCE, Vol. 93, No. Hy3, May, 1967, 145 ~ 159.
- 7) Newitt, O.M., Richardson, J.F., Abbott, M., and Turtle, R.B.: Hydraulic Conveying of Solids in Horizontal Pipes, Transactions, Inst. of Chem. Engrs., London, England, Vol. 33, 1955.