

モデル乱流中の乱流拡散機構とその適用について

Turbulent Diffusion Mechanism in the Modelled Turbulence Field and Its Application

京都大学工学部 岩 佐 義 朗 Yoshiaki IWASA
 京都大学工学部 細 田 尚 Takashi HOSODA

Turbulent diffusion mechanism in the modelled turbulence field is considered by using the relation between Lagrangian correlation coefficient and Eulerian space-time correlation one proposed by Corrsin. As the results, the longitudinal turbulent diffusion coefficient is related to the transverse one in terms of the ratio of the turbulent intensities of each direction. The result is applied to the estimation of the distribution of diffusion coefficient in open channel flows with the Eulerian turbulent characteristics calculated by using the turbulence model in this paper.

Keywords: turbulent diffusion, turbulence model, open channel flow

1. 緒 言

本研究は、乱流拡散係数とオイラー的乱れ特性量の関係について、ラグランジュ的乱れ速度の時間相関係数とオイラー的乱れ速度の時空間相関係数の関係を表す Corrsinの式¹⁾を用いて検討しようとするものである。乱流拡散係数とオイラー的乱れ特性量の関係については、Hay-Pasquill²⁾がラグランジュ的時空間相関係数とオイラー的時間相関係数の相似性を仮定し、両者の間の変換定数についての考察により、次のような関係式が提案されてきた³⁾。

$$\frac{T_L}{T_E} = 0.4 \frac{U_0}{\sqrt{\langle u^2 \rangle}} \quad \left(\begin{array}{l} T_L: \text{ラグランジュ的時間スケール, } U_0: \text{主流流速,} \\ T_E: \text{オイラー的時間スケール, } \langle u^2 \rangle: \text{主流方向の乱れ強さ} \end{array} \right) \quad (1)$$

上式は、本研究で用いる方法を、単純化された二次元乱流場に適用することによっても導かれている⁴⁾。

(1)式の適用は主流方向の乱流拡散現象に限られ、主流に直交する方向の乱流拡散係数、あるいは主流方向とそれに直交する方向の乱流拡散係数の比の推定に用いることができない。そこで本研究では、単純な二次元の乱流場を設定し、その中で二方向の乱流拡散機構を考察することにより、主流とそれに直交する方向の乱流拡散係数の関係について考察する。さらに、得られた結果と、乱流モデルを用いた乱れ特性量の計算結果を用いて、開水路流れの乱流拡散係数分布についても若干の検討を行う。

2. 解析方法

2.1 モデル乱流の設定: 対象とする乱流場として、乱れ速度 u, w が、設定された時空間相関係数 $Re_u(t, x, z | 0, 0, 0)$, $Re_w(t, x, z | 0, 0, 0)$ に従うような場を考える。座標系、記号の説明を図-1に示した。 Re_u , Re_w の関数形として、解析の簡便さも考慮して、今本・上野・浅野⁵⁾が最適相関係数に対して用いたものと類似の表示式(2)を用いる。

$$Re_u(t, x, z | 0, 0, 0) = \exp\left(-\frac{|x - U_0 t|}{L_{xu}}\right) \exp\left(-\frac{|z|}{L_{zu}}\right) \exp\left(-\frac{t}{T_{0x}}\right) \quad (2)$$

$$Re_w(t, x, z | 0, 0, 0) = \exp\left(-\frac{|x - U_0 t|}{L_{xw}}\right) \exp\left(-\frac{|z|}{L_{zw}}\right) \exp\left(-\frac{t}{T_{0z}}\right)$$

ここに、 L_{xu}, L_{zu} ; 各々、 u に関する x, z 方向の空間的積分スケール、 L_{xw}, L_{zw} ; 各々、 w に関する x, z 方向の空間的積分スケール、 T_{0x}, T_{0z} ; 各々、 u, w の流下座標系での時間的積分スケールを表す。以後、簡単のため $Re_u(t, x, z | 0, 0, 0)$, $Re_w(t, x, z | 0, 0, 0)$ を $Re_u(t, x, z)$, $Re_w(t, x, z)$ と表す。

2.2 基礎式: ラグランジュ的時間相関係数とオイラー的時間相関係数の関係を表す Corrsinの式¹⁾は、二次元場では次のようになる。ただし、 $\xi = x - U_0 \cdot t$ とおいている。

$$R_{Lx}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} R_{Eu}(t, \xi, z) C(t, \xi, z) d\xi dz \quad (3)$$

$$R_{Lz}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} R_{Ew}(t, \xi, z) C(t, \xi, z) d\xi dz$$

ここに、 R_{Lx}, R_{Lz} は、各々 u, w のラグランジュ的時間相関係数、 C は流体粒子の存在確率密度関数で、次式を用いる。

$$C(t, \xi, z) = \frac{1}{2\pi (\langle \xi^2 \rangle \langle z^2 \rangle)^{1/2}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\xi^2}{\langle \xi^2 \rangle} + \frac{z^2}{\langle z^2 \rangle} \right) \right] \quad (4)$$

ここに、 $\langle \xi^2 \rangle, \langle z^2 \rangle$; C の ξ, z 回りの統計的分散を表す。

(2), (3) 式と、Taylor⁶⁾ の拡散理論より得られる

(5) 式が解析の基礎式となる。

$$\langle \xi^2 \rangle = 2 \langle u^2 \rangle \int_0^t (t-\tau) R_{Lx}(\tau) d\tau \quad (5)$$

$$\langle z^2 \rangle = 2 \langle w^2 \rangle \int_0^t (t-\tau) R_{Lz}(\tau) d\tau$$

ここに、 $\langle u^2 \rangle, \langle w^2 \rangle$; 乱れ速度の変動強さ。

2. 3 基礎式の無次元化と無次元パラメータ： 次のような無次元量を導入する。

$$\xi' = \frac{\xi}{L_{xu}}, \quad z' = \frac{z}{L_{zw}}, \quad t' = \frac{t}{T_{0x}}, \quad \langle \xi^2 \rangle' = \frac{\langle \xi^2 \rangle}{\langle u^2 \rangle T_{0x}^2}, \quad \langle z^2 \rangle' = \frac{\langle z^2 \rangle}{\langle w^2 \rangle T_{0z}^2}$$

このとき、基礎式は次のように表せる。

$$R_{Lx}(t') = \frac{\alpha^2 \gamma \sqrt{\delta}}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-|\xi'|) \exp(-|z'|) \exp(-t') \frac{1}{\sqrt{\langle \xi^2 \rangle' \langle z^2 \rangle'}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\alpha^2 \frac{\xi'^2}{\langle \xi^2 \rangle'} + \alpha^2 \gamma^2 \delta \frac{z'^2}{\langle z^2 \rangle'} \right) \right] d\xi' dz' \quad (6)$$

$$R_{Lz}(t') = \frac{\alpha^2 \gamma \sqrt{\delta}}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-a|\xi'|) \exp(-b|z'|) \exp(-ct') \frac{1}{\sqrt{\langle \xi^2 \rangle' \langle z^2 \rangle'}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\alpha^2 \frac{\xi'^2}{\langle \xi^2 \rangle'} + \alpha^2 \gamma^2 \delta \frac{z'^2}{\langle z^2 \rangle'} \right) \right] d\xi' dz' \quad (7)$$

$$\langle \xi^2 \rangle' = 2 \int_0^{t'} (t' - \tau') R_{Lx}(\tau') d\tau' \quad (8) \quad \langle z^2 \rangle' = 2 \int_0^{t'} (t' - \tau') R_{Lz}(\tau') d\tau' \quad (9)$$

ここに、 $\alpha, \gamma, \delta, a, b, c$ は、表-1に示される無次元パラメータである。(6), (7) 式は積分することによって簡単化される。

2. 4 解析方法と計算の条件： 基礎式の解を解析的に求めることは困難であるので、次のような取束計算を用いて、数値計算を行った。すなわち、 $t' \rightarrow 0$ において成立する $\langle \xi^2 \rangle' = t'^2, \langle z^2 \rangle' = t'^2$ を 1 step の $\langle \xi^2 \rangle', \langle z^2 \rangle'$ として (6), (7) 式に代入し、1 step の $R_{Lx}(t'), R_{Lz}(t')$ を求める。これを用いて (8), (9) 式より 2 step の $\langle \xi^2 \rangle', \langle z^2 \rangle'$ を求める。この手順を $\langle \xi^2 \rangle', \langle z^2 \rangle', R_{Lx}(t'), R_{Lz}(t')$ の値が取束するまで繰り返した。

計算を行うにあたって、無次元パラメータを表-1のように設定した。Run 1, 2は、パラメータ $c = T_{0x}/T_{0z}$ の表示を検討するためのものである。すなわち、次元的考察により $T_{0x} \propto \langle u^2 \rangle / \varepsilon, T_{0z} \propto \langle w^2 \rangle / \varepsilon$ (ε ; 乱れエネルギー散逸率) と考えれば、 $c \propto \langle u^2 \rangle / \langle w^2 \rangle$ となる。より一般的に $c = (\langle u^2 \rangle / \langle w^2 \rangle)^m$ と表したときの m の値を、開水路流れ自由表面上の乱流拡散係数に関する従来の実験結果より同定する。このために、他のパラメータを、開水路流れにおける従来乱流計測結果^{7), 8), 9)} より表-1のように設定した。Run 3では、各方向の乱流拡散係数の比に及ぼす乱流場の異質性のパラメータ $\delta = \langle u^2 \rangle / \langle w^2 \rangle$ の影響を検討するため、 δ を 1 から 2 まで変化させた。このとき、 $a = L_{xu}/L_{xw}$ も $a = \delta$ として変化させた。($\delta = 2$ のとき、実験結果より $a = \delta$ であり、 $\delta = 1$ のとき $a = \delta$ と考えられるため。)

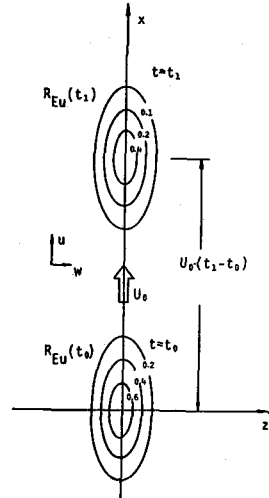


図-1 設定した乱流場

3. 計算結果の考察

ラグランジュ的相関係数の計算結果を図-2に示した。この計算条件では、 R_{Lx} が R_{Lz} よりかなり大きく、異方性の効果が顕著である。これらの計算結果より、無次元化ラグランジュ的時間スケール T_{Lx}/T_{0x} , T_{Lz}/T_{0z} を求めた。このようにして得られた T_{Lx}/T_{0x} を、(2)式を $x=0, z=0$ において t に関して積分して得られる関係式 $T_{Eu}/T_{0x} = 1/(1+\beta)$, ($\beta \equiv T_{0x} \cdot U_0/L_{xu}$) と、 α の定義より得られる $\alpha = (U_0/\sqrt{\langle u^2 \rangle})/\beta$ を用いて T_{Lx}/T_{Eu} に変換し、 $U_0/\sqrt{\langle u^2 \rangle}$ との関係を示したのが図-3である。一次元乱流場を用いた解析結果⁴⁾と同様の結果が得られ、 $U_0/\sqrt{\langle u^2 \rangle} > 10$ の領域では $U_0/\sqrt{\langle u^2 \rangle}$ とほぼ線形となっている。ただし、従来より提案されている(1)式より若干小さくなっており、時空間相関係数の近似関数を改善する必要性が示唆される。

次に、 x -方向と z -方向の乱流拡散係数の比 $D_x/D_z = \langle u^2 \rangle T_{Lx} / \langle w^2 \rangle T_{Lz}$ を示したのが図-4である。開水路流れ自由表面上での乱流拡散係数の値については、実験的に次のような知見が得られている。流れ方向の乱流拡散係数 D_{xs} については、Iwasa-Imamoto¹⁰⁾, Engelund¹¹⁾ の実験結果より D_{xs}/hu が $0.5 \sim 0.7$ 程度の値をとる。一方、水路幅方向の D_{zs} は、従来の実験結果より、 D_{zs}/hu がほぼ 0.2 となる。よって、自由表面上では D_{xs}/D_{zs} の値は $2.5 \sim 3.5$ となり、図-4の結果より $m=1$ が妥当であって、 $T_{0x}/T_{0z} = \langle u^2 \rangle / \langle w^2 \rangle$ となる。

$m=1$ を用いて、乱れ強さの比 $\delta = \langle u^2 \rangle / \langle w^2 \rangle$ を変化させたのが Run 3 であり、得られたラグランジュ的時間スケールの比の変化を図-5に示した。 T_{Lx}/T_{Lz} は δ に対して線形に増加し、(10)式で近似できる。乱流拡散係数の比に直せば(11)式となる。

$$\frac{T_{Lx}}{T_{Lz}} = 0.2 + 0.8 \frac{\langle u^2 \rangle}{\langle w^2 \rangle} \quad (10)$$

$$\frac{D_x}{D_z} = \frac{\langle u^2 \rangle}{\langle w^2 \rangle} \left(0.2 + 0.8 \frac{\langle u^2 \rangle}{\langle w^2 \rangle} \right) \quad (11)$$

表-1 計算の条件

	α	γ	δ	a	b	c	m
Run 1	2.28	0.1-0.4	2.0	2.0	1.0	2.0	1.0
Run 2	2.28	0.1-0.4	2.0	2.0	1.0	4.0	2.0
Run 3	2.28	0.3	1.0-2.0	$a=\delta$	1.0	$c=\delta$	1.0

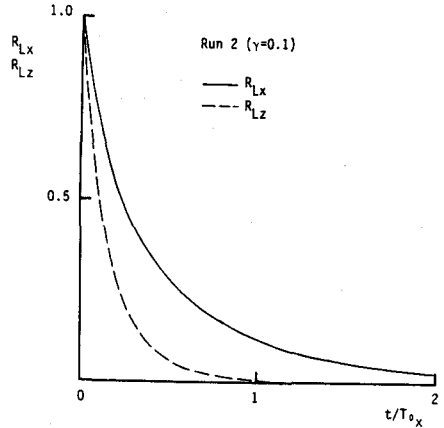


図-2 ラグランジュ的時間相関係数

$$\alpha = \frac{L_{xu}}{\sqrt{\langle u^2 \rangle} T_{0x}}, \quad \gamma = \frac{L_{zu}}{L_{xu}}, \quad \delta = \frac{\langle u^2 \rangle}{\langle w^2 \rangle}, \quad a = \frac{L_{xu}}{L_{xw}}, \quad b = \frac{L_{zu}}{L_{zw}}, \quad c = \frac{T_{0x}}{T_{0z}} = \left(\frac{\langle u^2 \rangle}{\langle w^2 \rangle} \right)^m$$

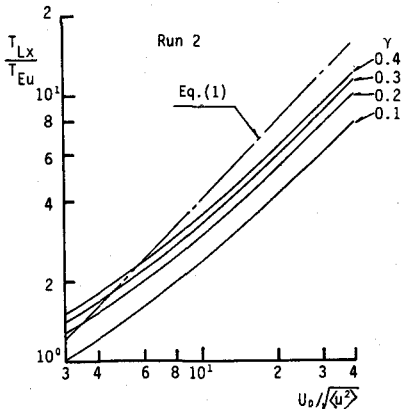


図-3 T_{Lx}/T_{Eu} と $U_0/\sqrt{\langle u^2 \rangle}$ の関係

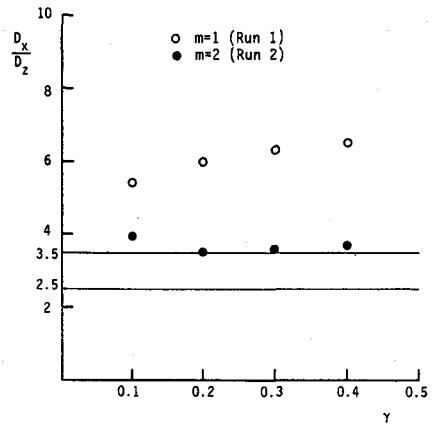


図-4 m の同定

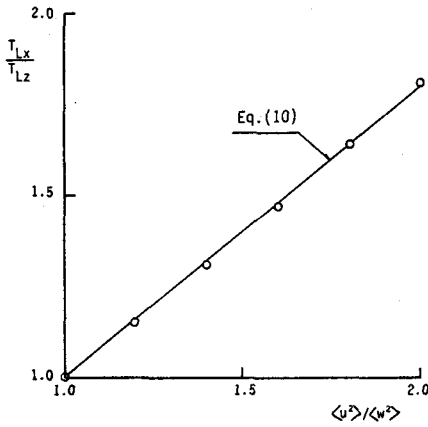


図-5 T_{Lx}/T_{Lz} と $\langle u^2 \rangle / \langle w^2 \rangle$ の関係

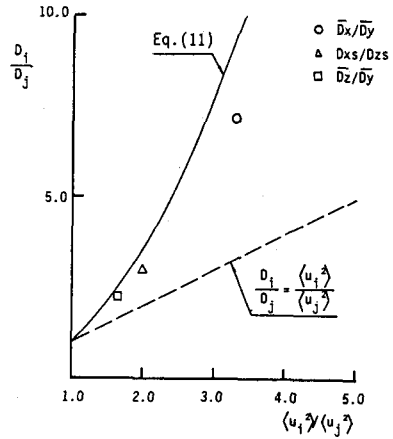


図-6 D_i/D_j と $\langle u_i^2 \rangle / \langle u_j^2 \rangle$ の関係

仮に、(11)式を開水路流れの水路幅方向と水深方向、あるいは流れ方向と水深(y)方向の乱流拡散係数に適用すると次のようになる。水深方向の乱流拡散係数 D_y は、(12)式で表されることが知られている¹²⁾。

$$\frac{D_y}{hu_*} = \kappa \frac{y}{h} \cdot \left(1 - \frac{y}{h}\right) \quad (12)$$

この水深平均値は $\overline{D_y}/hu_* = \kappa/6$ である。また、水路幅方向の乱流拡散係数 D_z の水深平均値は $\overline{D_z}/hu_* = 0.15$ 程度¹³⁾であり、これらの比を求めれば $\overline{D_z}/\overline{D_y} = 2.25$ となる。さらに、後に示す流れ方向の乱流拡散係数 D_x の分布形よりその水深平均値を $\overline{D_x} = 0.8 \cdot D_{xs}$ とし、 $\overline{D_x}/\overline{D_y}$ を推定すれば7.2となる。これらの値と、爾津⁷⁾の実験結果より推定した乱れ強さの比との関係を示したのが図-6である。(11)式はこれらの値とほぼ適合していることがわかる。

Launder¹⁴⁾は、Quarmby-Quirk¹⁵⁾により円管路内で計測された半径(r)方向と円周(θ)方向の拡散係数の比 D_θ/D_r を、乱れ強さの比 $\langle v_\theta^2 \rangle / \langle v_r^2 \rangle$ と比較し、 $\langle v_\theta^2 \rangle / \langle v_r^2 \rangle$ は D_θ/D_r の下限となり、 $\langle v_\theta^2 \rangle / \langle v_r^2 \rangle$ の増加とともに D_θ/D_r は著しく増大することを示している。(11)式が、 $\langle v_\theta^2 \rangle / \langle v_r^2 \rangle$ の大きい領域での D_θ/D_r の挙動をほぼ再現していることも確認された。

4. 開水路流れにおける乱流拡散係数の分布

今まで検討してきたように、乱流拡散係数の推定には各方向の乱れ強さを知る必要がある。そこで、応力モデルを用いて流れ場の乱れ強さを計算し、(1)、(11)式を用いて乱流拡散係数分布を推定する方法について検討する。

4.1 応力モデルの基礎式： 図-7に示した座標系を用い

て、応力モデルの基礎式は次のようになる。

$$\frac{\partial U}{\partial t} = g \sin \theta + \frac{\partial(-\overline{uv})}{\partial y} \quad (13)$$

$$\frac{\partial \overline{uv}}{\partial t} = -\overline{v^2} \frac{\partial U}{\partial y} + (\phi_{12,1} + \phi_{12,2} + \phi_{12,w}) f_s(y) + \frac{\partial}{\partial y} \left[c_s \frac{\overline{v^2} k}{\epsilon} \frac{\partial \overline{uv}}{\partial y} \right] \quad (14)$$

$$\frac{\partial \overline{u^2}}{\partial t} = -2\overline{uv} \frac{\partial U}{\partial y} - \frac{2}{3} \epsilon + (\phi_{11,1} + \phi_{11,2} + \phi_{11,w}) f_s(y) + \frac{\partial}{\partial y} \left[c_s \frac{\overline{v^2} k}{\epsilon} \frac{\partial \overline{u^2}}{\partial y} \right] \quad (15)$$

$$\frac{\partial \overline{v^2}}{\partial t} = -\frac{2}{3} \epsilon + (\phi_{22,1} + \phi_{22,2} + \phi_{22,w}) f_s(y) + \frac{\partial}{\partial y} \left[c_s \frac{\overline{v^2} k}{\epsilon} \frac{\partial \overline{v^2}}{\partial y} \right] \quad (16)$$

$$\frac{\partial \overline{w^2}}{\partial t} = -\frac{2}{3} \epsilon + (\phi_{33,1} + \phi_{33,2} + \phi_{33,w}) f_s(y) + \frac{\partial}{\partial y} \left[c_s \frac{\overline{v^2} k}{\epsilon} \frac{\partial \overline{w^2}}{\partial y} \right] \quad (17) \quad \frac{\partial \epsilon}{\partial t} = c_{e1} \frac{\epsilon}{k} (-\overline{uv}) \frac{\partial U}{\partial y} - c_{e2} \frac{\epsilon^2}{k} + c_{e3} \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{\overline{v^2} k}{\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial y} \right] \quad (18)$$

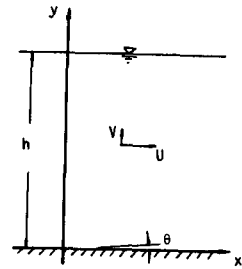


図-7 座標系

ここに、U;平均流速の流れ方向成分, $\bar{u}^2, \bar{v}^2, \bar{w}^2$:各々x, y, z方向の乱れ強さ, k;乱れエネルギー, ϵ ; 乱れエネルギー散逸率。また、pressure-strain 項 ϕ は次のように表せる。

$$\begin{aligned} \phi_{11,1} &= -c_1 \frac{\epsilon}{k} \left(\bar{u}^2 - \frac{2}{3}k \right), & \phi_{22,1} &= -c_1 \frac{\epsilon}{k} \left(\bar{v}^2 - \frac{2}{3}k \right), & \phi_{33,1} &= -c_1 \frac{\epsilon}{k} \left(\bar{w}^2 - \frac{2}{3}k \right), & \phi_{12,1} &= -c_1 \frac{\epsilon}{k} \bar{uv}, \\ \phi_{11,2} &= -\frac{c_2 + 8}{11} \left(-2\bar{uv} \frac{\partial U}{\partial y} + \frac{2}{3}\bar{uv} \frac{\partial U}{\partial y} \right) - \frac{8c_2 - 2}{11} \left(\frac{2}{3}\bar{uv} \frac{\partial U}{\partial y} \right) & \phi_{22,2} &= -\frac{c_2 + 8}{11} \left(\frac{2}{3}\bar{uv} \frac{\partial U}{\partial y} \right) - \frac{8c_2 - 2}{11} \left(-2\bar{uv} \frac{\partial U}{\partial y} + \frac{2}{3}\bar{uv} \frac{\partial U}{\partial y} \right) \\ \phi_{33,2} &= -\frac{c_2 + 8}{11} \left(\frac{2}{3}\bar{uv} \frac{\partial U}{\partial y} \right) - \frac{8c_2 - 2}{11} \left(\frac{2}{3}\bar{uv} \frac{\partial U}{\partial y} \right), & \phi_{12,2} &= -\frac{c_2 + 8}{11} \left(-\bar{v}^2 \frac{\partial U}{\partial y} \right) - \frac{30c_2 - 2}{55} \frac{\partial U}{\partial y} k - \frac{8c_2 - 1}{11} \left(-\bar{u}^2 \frac{\partial U}{\partial y} \right), \\ \phi_{11,w} &= c_{1,w} \frac{\epsilon}{k} f_1 \bar{v}^2 + c_{2,w} f_1 \phi_{22,2}, & \phi_{22,w} &= c_{1,w} \frac{\epsilon}{k} f_1 (-2\bar{v}^2) + c_{2,w} f_1 (-2\phi_{22,2}), & \phi_{33,w} &= c_{1,w} \frac{\epsilon}{k} f_1 \bar{v}^2 + c_{2,w} f_1 \phi_{22,2}, \\ \phi_{12,w} &= c_{1,w} \frac{\epsilon}{k} f_1 \left(-\frac{3}{2}\bar{uv} \right) + c_{2,w} f_1 \left(-\frac{3}{2}\phi_{12,2} \right), & f_1 &\equiv k^{3/2} / (2.5\epsilon y) & f_s(y) &\equiv 1 - \exp \left(-A \frac{\epsilon_s}{k_s^{3/2}} (h-y) \right) \end{aligned}$$

pressure-strain 項に乗せられている関数 $f_s(y)$ は、 $(p/\rho) (\partial u_i / \partial x_j + \partial u_j / \partial x_i)$ で定義される p-s 項を自由表面において0とするための修正関数である。s は自由表面を示す。また、A=10とした。

Gibson・Rodi¹⁶⁾ は、p-s項に対する自由表面の影響として、壁面補正 ϕ_w と同様に表される自由表面補正 ϕ_s を加え、p-s 項 = $\phi_1 + \phi_2 + \phi_w + \phi_s$ と表している。しかし、このままでは自由表面に近づいても p-s 項は0にならない。そこで本研究では、自由表面近傍で急激に0に近づく関数 f_s を乗ずることにより、p-s 項の挙動を近似することにした。

4. 2 計算方法と計算結果の考察: 計算の手順は次のようである。基礎式を適当に差分化し、時刻 $t = n \cdot \Delta t$ (Δt :計算の時間間隔, n:時間ステップ数) での $U^n, \bar{u}^{2n}, \bar{v}^{2n}, \bar{w}^{2n}, \epsilon^n$ を既知として (n+1) ステップの $U, \bar{u}^2, \bar{v}^2, \bar{w}^2, \epsilon$ を求める。この手順を適当な初期条件より始め、定常状態に達するまで繰り返した¹⁷⁾。

境界条件は次のようである。まず、路床近傍 $y = \delta$ での k, ϵ を wall function 法で求め、 $k(y = \delta)$ を $\bar{u}^2, \bar{v}^2, \bar{w}^2$ に配分した (表-2)。また、 $y = \delta$ での U は対数則 ($\kappa = 0.4, A_s = 5.5$) で与えた。自由表面上での境界条件は次のようである。

$$\frac{\bar{v}^2 k}{\epsilon} \frac{\partial \bar{u}^2}{\partial y} \Big|_{y=h} = 0, \quad \bar{v}^2 = 0, \quad \frac{\bar{v}^2 k}{\epsilon} \frac{\partial \bar{w}^2}{\partial y} \Big|_{y=h} = 0, \quad \frac{\bar{v}^2 k}{\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial y} \Big|_{y=h} = 0$$

用いたモデル定数の値を表-3に示した。得られた乱れ特性量の分布は図-8, 9のようである。計算結果は従来の実験結果にはほぼ適合している。

4. 3 乱流拡散係数分布の推定: 次に、乱れ特性量の計算結果を用いて乱流拡散係数分布の推定を試みる。流れ方向の乱流拡散係数 D_x については、(1) 式を $U_0 T_E = L_E$ と (19) 式を用いて書き換え、 $u^2/k \approx 1.0$ として得られる (20) 式を用いる。 c_x は $A \approx 1.7$ であることから⁸⁾、0.7 程度と見積られる。

$$L_E = A \frac{\bar{u}^{3/2}}{\epsilon} \quad \text{or} \quad A \frac{k^{3/2}}{\epsilon} \quad (19) \quad D_x = c_x \frac{\bar{u}^2 k}{\epsilon} \quad (20)$$

D_x の分布形を規定する $u^2 \cdot k / \epsilon$ の分布を示せば図-10のようになる。相対水深 y/h が 0.5 まで放物線形で増加する。 $0.5 < y/h < 0.8$ ではほぼ一定の値をとり、 y/h が 0.8 より自由表面に近づくとき、若干の増加がみられる。自由表面での $(u^2 \cdot k / \epsilon) / hu_*$ の値は 1.0 程度であり、先に述べたように自由表面の D_x / hu_* は 0.5 ~ 0.7 程度であるから、 c_x の値も上に述べたように 0.5 ~ 0.7 となる。この結果と、(11) 式を用いて D_y, D_z の分布形を示したのが図-11である。 D_y の分布は放物線形を示し、 $c_x = 0.7$ としたとき (12) 式とよく適合している。 D_z は D_x と同様の分布を示し、 $c_x = 0.5$ のとき自由表面において $D_z / hu_* = 0.2$ となる。

表-2 乱れエネルギーの配分

	$\bar{u}^2_\delta / k_\delta$	$\bar{v}^2_\delta / k_\delta$	$\bar{w}^2_\delta / k_\delta$
Run 1	0.99	0.34	0.67
Run 2	1.20	0.34	0.46

表-3 モデル定数

c_1	c_2	c_s	$c_{1,w}$	$c_{2,w}$	c_ϵ	$c_{\epsilon 1}$	$c_{\epsilon 2}$
1.5	0.4	0.25	0.25	0.02	0.15	1.44	1.92

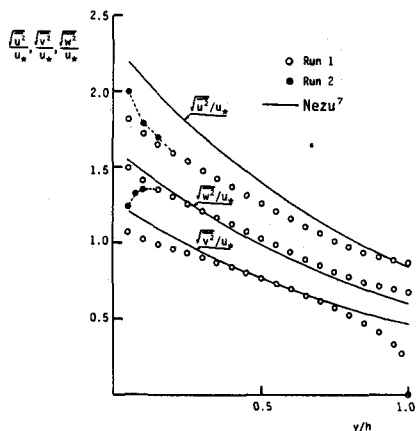


図-8 乱れ強さの分布 ($hu_* / \nu = 1022, h/\delta = 0.05$)

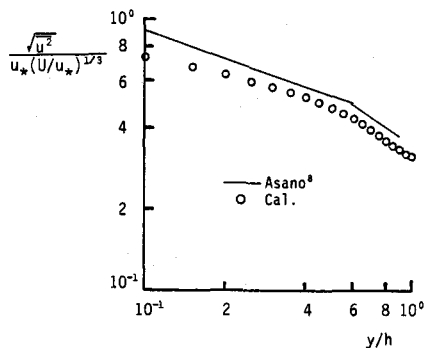


図-9 乱れ強さの分布 ($hu_* / \nu = 1022, h/\delta = 0.05$)

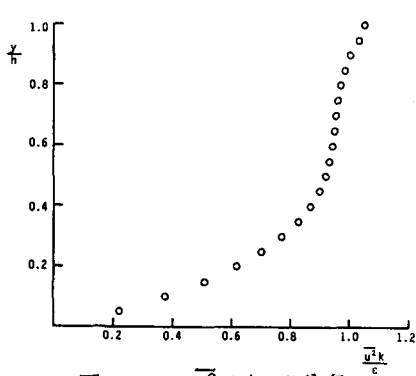


図-10 $\frac{\sqrt{u^2} \cdot k}{\epsilon}$ の分布

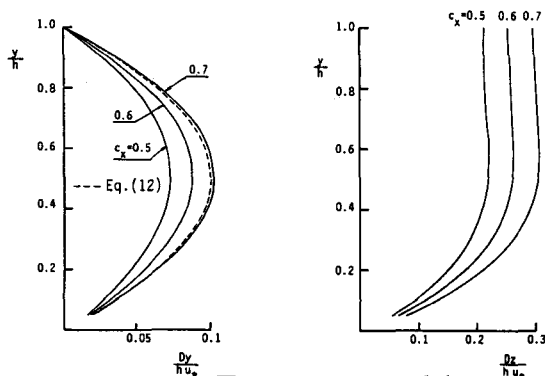


図-11 D_y, D_z の分布

5. 結 語

本研究は、二次元のモデル乱流中での乱流拡散機構について、ラグランジュの時間相関係数とオイラー的時空間相関係数の関係を表す Corrsinの式を用いて検討し、各方向の乱流拡散係数の比と乱れ強さの比との関係を得た。さらに、この関係と応力モデルによる乱れ特性量の計算結果を用いて、開水路流れの乱流拡散係数分布を推定し、従来の実験結果にほぼ適合していることを確認した。ただし、乱流拡散係数に及ぼすレイノルズ数等の効果が考慮されておらず、今後この点について検討して行きたい。

参考文献

- (1) Corrsin, S.; Appl. Sci. Res. A, Vol.11, 1963, (2) Hay, J.S. and Pasquill, F.; Advances in Geophysics, Vol.6, 1959, (3) Corrsin, S.; J. Atmos. Sci., Vol.20, 1963, (4) 岩佐・細田・余越; 土木学会論文集, 第357号/II-3, 1985, (5) 今本・上野・浅野; 京大防災研究所年報 第16号B2, 1973, (6) Taylor, G.I.; Proc. London Math. Soc., Ser.2, Vol.20, 1921, (7) 瀬津家久; 京都大学学位論文, 1977, (8) 浅野富夫; 京都大学学位論文, 1980, (9) Utami, T. and Ueno, T.; J. Fluid Mech., Vol.174, 1987, (10) Iwasa, Y. and Imamoto, H.; Proc. 13th Congress of IAHR, A14, Kyoto, 1969, (11) Engelund, F.; J. Hydraulics Div., ASCE, Vol.95, HY4, 1969, (12) Jobson, H.E. and Sayre, W.W.; J. Hydraulics Div., ASCE, Vol.96, 1970, (13) 岩佐・細田・野口; 京大防災研究所年報 第25号B2, 1982, (14) Launder, B.E.; Topics in Applied Physics, Vol.12, Springer-Verlag, 1978, (15) Quarmby, A. and Quirk, R.; Int. J. Heat Mass Transfer, Vol.17, 1974, (16) Gibson, M.M. and Rodi, W.; J. Hydraulic Res., Vol.27, No.2, 1989, (17) 細田・余越; 土木学会論文集, 第393号/II-9 (J-1), 1988.