

河川合流部における流れと横分散

TRANSVERSE MIXING AT A RIVER CONFLUENCE BY MEANS OF THE DEPTH-AVERAGED MATHEMATICAL MODELS IN THE CURVILINEAR COORDINATE SYSTEM

京都大学工学部 岩佐 義朗 Yoshiaki IWASA
京都大学工学部 綾 史郎 Shirou AYA
京都大学大学院 馬場 寿人 Hisato BABA

This paper deals with the flow behaviour and associated dispersion at a river confluence by the two-dimensional depth-averaged models. Basic mathematical models are derived in the curvilinear coordinate system and their finite difference schemes are presented. The developed models are applied to the analysis of the transverse mixing of contaminants in the Y river system. Its validity is successfully examined by comparing the numerical results with measured ones, and the flow behaviour and the spreading of concentration under some flow regimes are obtained by the numerical experiments. The relationships between flow behaviours and bathymetry are discussed, and the mixing process in the study area are also disclosed.

Keywords: Transverse Dispersion, 2D Models, Numerical Simulation, BFC, Confluence

1. はじめに

本研究は、河川合流部における流れと水質の横分散の特性について、数値実験的手法により研究するものである。基礎数学モデルとしては、合流部地形が複雑なことから、地形形状の表現、境界条件の処理等の容易な一般曲線座標系による平面二次元モデルを用い、数値解析手法としては、差分法を用いている。

本論文では、まず、一般曲線座標系における差分法による数値解析について述べ、数値モデルをY川水系の三川合流部を含む水域に適用し、流れと水質分散の解析を行い計算結果と観測資料の比較を行うことにより数値モデルの妥当性を検証した。さらに、種々の流況、水理条件、地形条件下における数値実験を行い、この水域における流れと水質の横分散の特性を調べた。

2. 数値実験法

2. 1. 基礎方程式系: 河川流は、水深方向、水路幅方向、流下方向に拡がりを持つが、水深方向の拡がりとは他の2方向に比べて極めて小さく、また、密度変化も少ないことから、水質分布は水深方向に一様と見なし得る場合が多く、水路幅、流下方向の濃度分布を問題とすることが多い。弯曲部、合流部においては、流れは三次元的である場合も多く、流れの三次元解析も行われているが¹⁾、水質解析に関しては上述のことより二次元的解析が一般的であるが、YotsukuraのStream Tube Model²⁾を用いた解析も多い³⁾。二次元モデルでは、流れの三次元性は分散係数の形で取り入れられる。

デカルト座標系における x_1, x_2 軸(水平)方向の運動方程式、連続式、乱流拡散方程式を x_3 軸(鉛直)方向に水深積分すると、周知の平面二次元流れの方程式

$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} M_1 \\ M_2 \\ h \\ N \end{pmatrix} + \frac{\partial}{\partial x_i} \begin{pmatrix} U_i M_1 \\ U_i M_2 \\ U_i h \\ U_i N \end{pmatrix} = \frac{\partial}{\partial x_i} \begin{pmatrix} h \tau_{1i} / \rho \\ h \tau_{2i} / \rho \\ 0 \\ h S_i \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -gh \cdot \partial \zeta / \partial x_1 \\ -gh \cdot \partial \zeta / \partial x_2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -\tau_{1b} / \rho \\ -\tau_{2b} / \rho \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (1)$$

を得る。これを従属変数 M_1, M_2, h, N はデカルト座標系におけるもののままとし、独立変数 x のみを座標変換

$$\xi_1 = \xi_1(x_1, x_2), \quad \xi_2 = \xi_2(x_1, x_2) \quad (2)$$

によって、一般曲線座標系に改めると、以下の式となる。

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{J} \right) \begin{pmatrix} M_1 \\ M_2 \\ \zeta \\ N \end{pmatrix} + \frac{\partial}{\partial \xi_i} \left(\frac{U^i}{J} \right) \begin{pmatrix} M_1 \\ M_2 \\ h \\ N \end{pmatrix} = \frac{\partial}{\partial \xi_i} \left(\frac{h}{J} \right) \begin{pmatrix} \tau^{1i}/\rho \\ \tau^{2i}/\rho \\ 0 \\ S^i \end{pmatrix} - \frac{gh}{J} \begin{pmatrix} \frac{\partial \xi_i}{\partial x_1} \cdot \frac{\partial \zeta}{\partial \xi_i} \\ \frac{\partial \xi_i}{\partial x_2} \cdot \frac{\partial \zeta}{\partial \xi_i} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} - \frac{1}{J} \begin{pmatrix} \tau_{1b}/\rho \\ \tau_{2b}/\rho \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3)$$

ここに、 M_1 : x_1 軸方向の流速、 h : 水深、 N : 濃度の水深積分、 ζ : 水位、 z_b : 河床高さ、 U_i : x_i 軸方向の水深平均流速、 τ^{ij} : x_j 軸に垂直な面に作用する x_i 軸方向の応力、 S^i : x_i 軸方向の勾配輸送型水質フラックス、 τ_{ib} : x_i 軸方向の底面せん断応力、 g : 重力加速度、 ρ : 密度、 t : 時間、 x_i : デカルト座標、 ξ_i : 一般曲線座標、 J : 座標変換に関する Transformation Jacobian であって、各々次式で定義される。

$$M_i = \int_{z_b}^{\zeta} u_i dx_3 \quad (4) \quad U_i = \frac{1}{h} \int_{z_b}^{\zeta} u_i dx_3 \quad (5) \quad h = \zeta - z_b \quad (6)$$

$$N = \int_{z_b}^{\zeta} c dx_3 \quad (7) \quad C = \frac{1}{h} \int_{z_b}^{\zeta} c dx_3 \quad (8) \quad J = |\partial \xi_i / \partial x_j| \quad (9)$$

U^i は水深平均流速ベクトルの反変ベクトル成分であり、 U^i と U_i の関係および、 τ^{ij} と τ_{ij} の関係は

$$U^i = \partial \xi_i / \partial x_j \cdot U_j \quad (10) \quad \tau^{ij} = \partial \xi_j / \partial x_k \cdot \tau_{ik} \quad (11)$$

となる。 τ_{ij} と水深平均流速 U_i の一般曲線座標系における勾配の関係は、簡単に

$$\tau_{ij}/\rho = \nu' \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) = \nu' \left(\frac{\partial \xi_k}{\partial x_j} \frac{\partial U_i}{\partial \xi_k} + \frac{\partial \xi_k}{\partial x_i} \frac{\partial U_j}{\partial \xi_k} \right) \quad (12)$$

とする。ただし、 ν' は渦動粘性の効果と水深平均操作に伴って U_i の鉛直方向分布の非一様性によって生じる見かけの (分散) 応力の効果の和を表すものとする。底面せん断応力については、Manning型の抵抗則を用いるものとするれば、

$$\tau_{ib}/\rho = gn^2 M_i \sqrt{M_1^2 + M_2^2} / h^{7/3} \quad (13)$$

となる。ここに、 n : Manningの粗度係数である。

S^i は勾配輸送型水質フラックスベクトルの反変ベクトル成分であるから、水深平均濃度 C の一般曲線座標系上における勾配との関係は

$$S^i = D^{ij} \frac{\partial C}{\partial \xi_j} \quad (14) \quad D^{ij} = \frac{\partial \xi_i}{\partial x_k} D_{kl} \frac{\partial \xi_j}{\partial x_l} \quad (15)$$

となる。 D_{ij} は、 ν' と同様に乱流拡散の効果と水深平均操作に伴って C 、 U_i の鉛直方向分布の非一様性によって生じる見かけの分散効果の和を表しているが、乱流拡散、分散の主軸が共に、水深平均流速ベクトルの方向およびそれと直角な方向に一致するものとするれば、

$$(D_{ij}) = \begin{pmatrix} \cos^2 \theta D_L + \sin^2 \theta D_T & \sin \theta \cos \theta (D_L - D_T) \\ \sin \theta \cos \theta (D_L - D_T) & \sin^2 \theta D_L + \cos^2 \theta D_T \end{pmatrix} \quad (16)$$

となる。ここに、 D_L : 縦分散係数、 D_T : 横分散係数、 θ : x_1 座標軸と水深平均流速ベクトルのなす角である。

2. 2. 離散式の誘導; 局所的時間変化項の離散化は、Adams-Bashforth法により、空間的離散化は、基礎方程式を ξ_1 平面上の積分により行う。すなわち、Fig. 1に示されるように水位定義点をセルの中心に、流速定義点を角に (流速定義点をセルの中心に、水位定義点を角に) 配置し、基礎方程式 (3) を Fig. 1に示す領域で積分する。各領域の境界における積分量の評価にあたっては、移流項については Donor-Cell法により、せん断応力、分散項については中央差分の考え方にならうものとし、圧力項

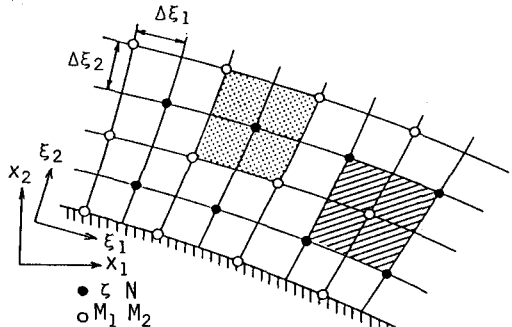


Fig. 1 Definition points of variables and cells for integratoin

については境界上の4点の水位を用いて近似する。具体的な離散式、および境界条件の処理については著者の別報⁴⁾に詳しいので紙面の都合上省略する。

3. 数値モデルの検証実験⁵⁾

3. 1. 対象領域；本検証実験で対象とした水域は、流況、水質が異なったKA川、U川、KI川の三支川が合流しY川となるY川三川の合流部であり、Y川32.0km地点を下流端境界とし、上流端境界をKA川36.2km、U川36.2km、KI川0.4kmとする合流部を含むY川低水路部分である。この領域を流れ(ξ1軸)方向に168分割し、水路幅(ξ2軸)方向には、合流部下流部では20分割、KA川では、4分割、U川、KI川では6分割し、非正方形格子網を生成した。格子の大きさは、概ね流れ方向に25m、横断方向に5m程度である(Fig. 2)。基礎地形資料としては、平面測量図、横断測量図を用い、平面図より陸境界を定めるとともに、横断測量線に沿ってξ1=const.の線を物理面上で決定した後、

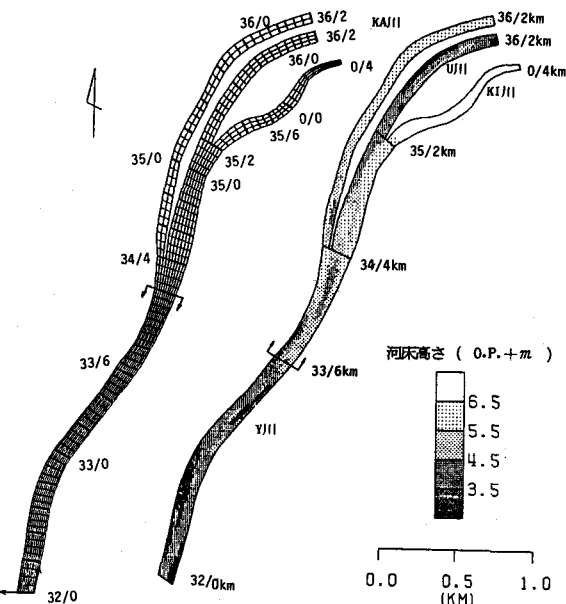


Fig. 2 Generated curvilinear grid for study area

200mごとの横断測量線間および $1 \leq \xi_2 \leq 21$ の領域を非正方形格子網に分割した。河床高さの決定は、横断測量図を利用し、測量線間は秋間法により内挿補間した。ただし、KI川については、低水路中の流水部分の決定に困難があったので、平坦河床(長方形断面)を仮定した(Fig. 3)。

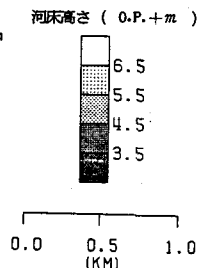


Fig. 3 Bathymetric map

3. 2. 計算法と境界条件；各種観測資料のとっている昭和62年9月4日の観測に準じて境界条件を設定し、数値実験によって得られた水質指標の横方向濃度分布と観測によるそれとを比較する。観測資料からは、流れ場、濃度場ともに定常現象として取り扱えることが解っているが、本解析ではこれを非定常現象として数値計算を行い、境界条件を一定値に漸近させ、その後、境界条件を一定にして計算を進めることにより定常状態を得るという方法をとった。最終的な一定値となる流れの境界条件を、Table 1 Regime 6294に示す。濃度場の解析にあたっては、水質観測資料のうち、アンモニア性窒素($\text{NH}_3\text{-N}$)をトレーサとして用いることとし、初期濃度を全領域でゼロとし上流端境界で定常な横断方向濃度分布を与えた。各支川の濃度分布は横断方向にはほぼ一様であり、平均濃度分布はKA川3.39ppm、U川 0.24ppm、KI川0.13ppmである。

計算時間間隔としては $\Delta t = 0.1\text{s}$ を用い、パラメーター値としてはManningの粗度係数 $n = 0.02$ 、分散粘性係数 $\nu' = 0.01\text{m}^2/\text{s}$ 、縦分散係数 $D_L = 5.93\text{hu}$ 、横分散係数 $D_T = 0.2\text{hu}$ を用いた。

3. 3. 結果とその考察；Fig. 4に示された、最終的に得られた定常状態の運動量束ベクトル図より、流れは境界形状に応じて滑らかに流向を転じていることが示される。合流前の三川における運動量束の横断方向分布は、河床高さが横断方向に比較的一様であることから、比較的一様に分布している。U川、KI川合流後は、左岸側河床が高く、右岸が低いため、流れは右岸側に集中して流れ、KA川合流後は、河道中央付近から左岸側へと滞筋をかえる。下流区間では、横断方向の一様化がすすむが、滞筋を右岸側、左岸側、右岸側へとかえながら流れている。このように、流れは河床の低い部分に集中して流れていく。

定常状態と見なされるアンモニア性窒素濃度の平面分布を描いたものがFig. 5(a)である。KA川からの高濃度のアンモニア性窒素が右岸側を流下しながら河幅方向に拡散している状況がよくみられる。

Fig. 5(b)は、33.6km断面における横断方向の濃度分布を観測値と比較して示したものであるが、よく一致した濃度分布が得られていることがわかる。平面二次元モデルにおいては、流れの三次元性は、分散粘性

係数 ν' 、分散係数 D_{ij} によりモデルに組み込まれるが、横分散係数値 D_{ij} を $D_T/hu_* = 0.02, 0.2, 2.0$ の3通りに変えて計算した結果をFig. 5(b)に併せて示した。同図よりは、横分散係数値の濃度分布に与える影響は大きいものではないことがわかる。

4. 合流部における水質混合特性に関する数値実験的研究

4. 1. 数値実験の概要；濃度の横分散に影響を与える要因としては、前章で述べたように横分散係数値よりもむしろ、合流部における横断方向の流速分布とその変化が大きいものと推定される。河川合流部における流速分布を決定する要因としては、合流河川の流量、流量比、合流角等の合流部の平面形状、および河床高の分布等が考えられる。本章では、前章での対象領域と同一のY川合流部を対象として、いくつかの流況のもとにおいて、河床高が変化したときの分散特性の変化について数値実験により明らかにする。設定された流況は、Table 1に示す6種のものである。Regime AVERAGE, 185, 275, 355は流況表より各々年平均、平水、低水、渇水流量を求めて設定したものであり、Regime 6294は前章での検証計算に用いられたものであり、Regime 6294Mは、この流量比を若干変えたものである。下流端境界条件としての水位は、前4者については流況表より、後2者については観測値を用いている。表中のかっこ内の数値は各支川の全流量に占める割合をパーセント表示したものであるが、前4者においては全体の流量は大きく変化しても流量比はそれほど変わらず、KA川

20%、U川65%、KI川15%前後である。それに対し、Regime 6294, 6294MではU川流量が80%以上を占め、KA、KI両川の占める割合が小さい。濃度の境界条件については、KA川上流端において、基準濃度100を与え、前章と同様の計算を行い定常濃度分布を得た。

4. 2. 流況の違いによる分散特性の変化；Table 1に示される4つの流況時におけるKA川からの水質の分散状況を33.6km地点における横方向濃度分布として示したものがFig. 6である。Regime (1)から(4)まで流量が減少するにしたがい、横断方向の混合が促進されていることがわかる。このような相違が生じた要因としては、実河道においては、Fig. 7 (a) (b)の運動量束ベクトル図に示されるように滞筋が発達して

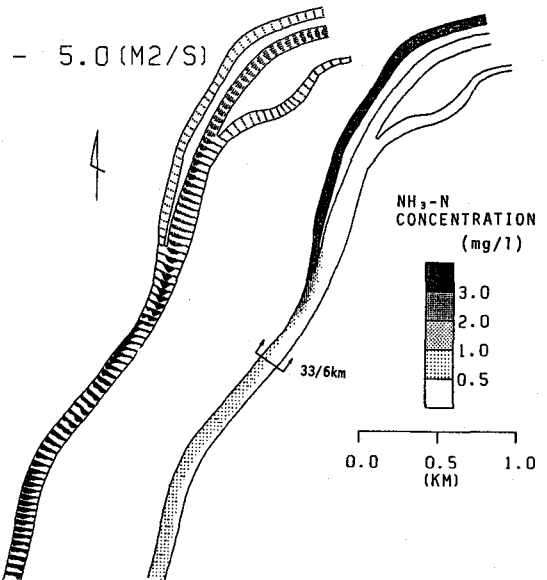


Fig. 4 Momentum flux vector distributions

Fig. 5 (a) Spreading of $\text{NH}_3\text{-N}$ concentration

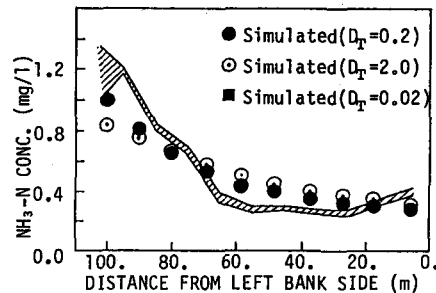


Fig. 5 (b) Comparison of measured and simulated concentration distribution along the transverse direction

Table 1 Flow regimes used in the simulations

Regime	Discharge (m^3/s) (%)				Stage at Downstream Boundary (m)
	KA River	U River	KI River	Total	
(1) AVERAGE	62.0 (19.3)	203.0 (63.2)	56.0 (17.5)	321.0 (100.0)	6.475
(2) 185	50.0 (20.2)	160.0 (64.5)	38.0 (15.3)	248.0 (100.0)	6.190
(3) 275	35.0 (20.6)	108.0 (63.5)	27.0 (15.9)	170.0 (100.0)	5.890
(4) 355	30.0 (24.4)	75.0 (61.0)	18.0 (14.6)	123.0 (100.0)	5.485
(5) 6294	19.0 (12.6)	120.4 (80.0)	11.2 (7.4)	150.6 (100.0)	5.130
(6) 6294M	9.5 (6.3)	129.9 (86.3)	11.2 (7.4)	150.6 (100.0)	5.130

おり、低水路内の主流部が流路を右岸から左岸へかえることにより、水質の横断方向混合が行われていることによるものと考えられる。すなわち、流量の増加に伴い、水位も高くなり、流束の横断方向分布が一様化する結果、水質の横分散も抑制される。

4. 3. 河床形状の影響；これまでにおける考察で、流路内における滞筋の蛇行が横分散に与える影響の大きいことが推察されたので、仮想的に断面形状をすべて長方形断面とした場合と、右岸側の河床を掘り下げることにより、滞筋を右岸側に固定した場合の Regime 6294 における解析を行った。運動量束ベクトルの分布が Fig. 8(a), (b) に示されているが、長方形断面の場合運動量フラックスの横断方向の分布がほぼ一様なのに対して、右岸河床を掘削した場合、流れが著しく右岸側に偏していることが知られる。これに対応する濃度の分布は Fig. 9(a), (b) に示されているが、Fig. 5 (a) に比較して、横分散が著しく抑制されていることが解る。右岸側を掘削した場合 (Fig. 9 (b)) は、左岸側の濃度値は長方形断面の場合と大きな違いはないが、流れが右岸に集中する結果、希釈され右岸側の濃度も低いものとなっている。

長方形断面を仮定した場合のいくつかの流況における 33.6km 断面の横方向の濃度分布を示したものが、Fig. 10 であるが、Fig. 6 と比較すれば横分散

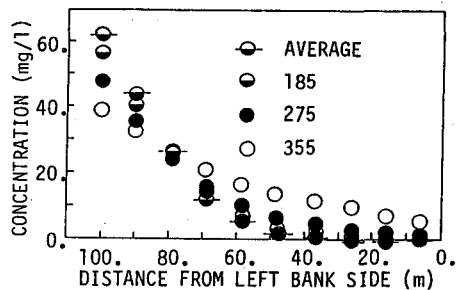
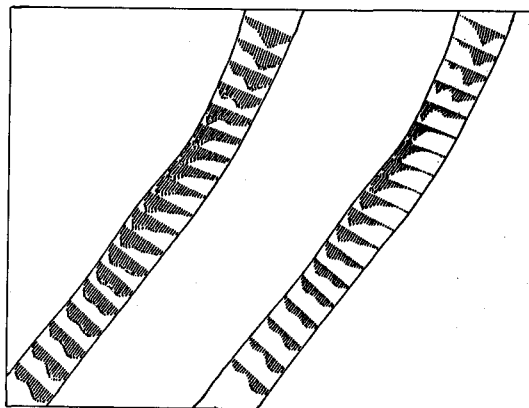
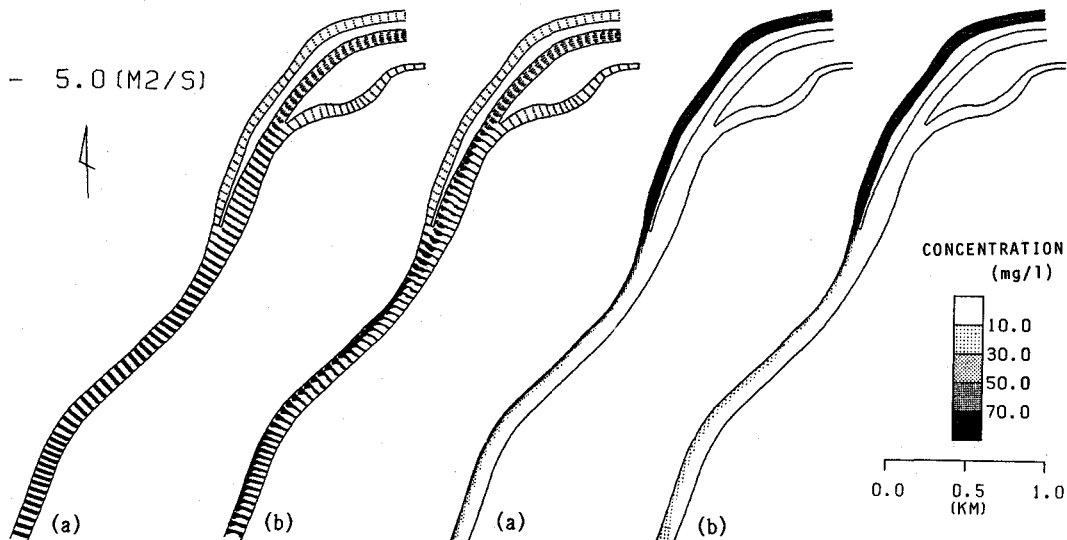


Fig. 6 Transverse distributions of concentration under some flow regimes



(a) Regime AVERAGE (b) Regime 355

Fig. 7 Momentum flux vector distributions between 33.0 km and 34.0 km



(a) A model river with rectangular cross section

(b) A model river dredged along the right hand bank side

Fig. 8 Momentum vector distributions in model rivers

Fig. 9 Spreading of concentration in model rivers

が著しく抑制されていること、流況の違いによる濃度分布の相違も小さいことがわかり、この図からも河床形状の横方向分散に与える影響の大きいことが確認される。

4. 4 流量比の影響 ; Fig. 11は、流量比の異なる Regime 355, 6294, 6294Mにおける濃度の横方向分布を K A 川における負荷量を一定として規格化して示したものである。K A 川の全流量に占める比が小さくなる程横分散が抑制されていることがわかる。

5. 結語

本研究は、河川合流部における流れと横分散を数値実験により、明らかにすることを目的として行われたものであり、得られた主要な結論は以下の通りである。

1)一般曲線座標系上の差分法を用いた平面二次元解析モデルによる流れと横分散の数値モデルを示した。
2)数値モデルは、Y川水系の三川合流部の水域に適用され、流れ場およびアンモニア性窒素の横分散による濃度場が解析され、観測濃度分布と計算結果が比較対照された。流れ場は、複雑な地形形状、河床高の影響をよく反映しており、また、アンモニア性窒素の濃度分布は、観測値と概ね一致しており、本研究で示した方法の妥当性、有効性が確認された。

Y川合流部における横分散の特性として、以下のことが明らかになった。

3)数値実験により、種々の流況における濃度の分散が解析され、流量が増加するほど、濃度の横分散が抑制されることがわかった。
4)濃度の横分散の主要機構としては、河床高さの横断方向の非一様性を反映した流路内における滞筋の蛇行の影響の大きいことが示された。

最後に本研究を行うに際し、京都大学大学院生尾植正順君の協力を得たことを記し、謝意を表する。また、本研究の一部は、文部省科学研究費の補助を得て行われたことを付記する。

参考文献

- 1) Tamai, N. and Weerakoon, S. B. : 第33回水理講演会論文集, 1989, pp. 277-282.
- 2) Yotsukura, N. and Sayre, W. W. : Water Resources Research, Vol. 12, No.4, 1976, pp.695-704.
- 3) 李・八木・末石 : 第31回水理講演会論文集, 1987, pp. 311 - 316.
- 4) 岩佐・綾・井上 : 京都大学防災研究所年報 第32号 B-2, (印刷中), (1989).
- 5) 岩佐・綾・馬場 : 第三回数値流体力学シンポジウム論文集, 1989, pp. 563-566.
- 6) Fischer, H. et al: Mixing in Inland and Coastal Waters, Academic Press, 1979, pp. 107 - 112.

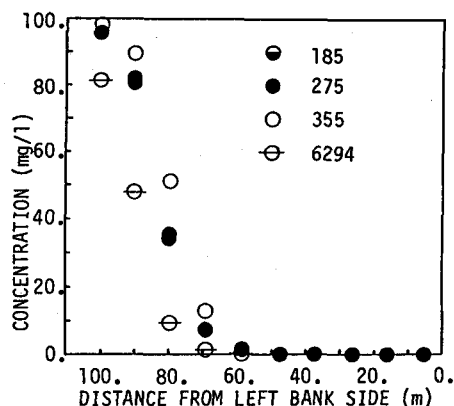


Fig. 10 Transverse distribution of concentration under some flow regimes in a model river with rectangular cross section

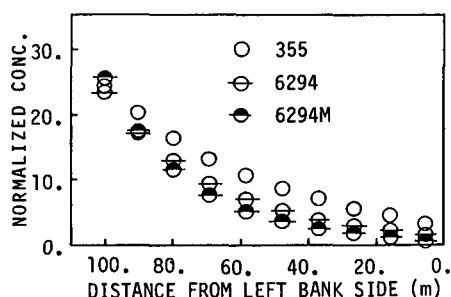


Fig. 11 Transverse distributions of concentration under different ratios of KA River discharge to total discharge.