

# 河床波上の流れの構造と浮遊粒子の拡散過程について

## Structure of Flow and Dispersion Process of Suspended Particle over Two-Dimensional Dunes

京都大学工学部 中 川 博 次 Hiroji NAKAGAWA  
 京都大学工学部 村 上 正 吾 Shogo MURAKAMI  
 京都大学大学院 後 藤 仁 志 Hitoshi GOTOH

The characteristics of turbulent flows over the two-dimensional dunes has been investigated in two methods, namely measurements with the aid of hot-film anemometer and numerical simulation by  $k-\epsilon$  turbulent model.

The computed results of  $k-\epsilon$  model agrees well with the measured data of mean velocity and turbulence intensities profiles.

Based on the calculated flow field, the motion of the suspended particle traced by Monte-Carlo simulation, in which Markov process model is adopted.

Finally the non-equilibrium dispersion process of suspended particle over the dunes is predicted based on the proposed simulation model. The profiles of the suspended particle concentration over dunes agrees well with the results of experiment, which indicates the applicability of present simulation to the sediment transport in the flow over non-uniform boundaries.

Keywords: dunes,  $k-\epsilon$  model, Monte-Carlo simulation, Markov process, concentration

### 1. はじめに

河床波の発生・発達過程を掃流砂のみの非平衡性から論じる際には、底面せん断応力分布と河床形状の位相差の果たす役割が重要であり、このため従来から河床波面上のせん断応力分布についての多くの研究が行われ、河床波上の非平衡掃流砂過程が論じられてきた。掃流力が比較的小さい河床波の発生過程においては、掃流砂のみを論じれば十分であるが、発達・変形過程においては、浮遊砂の寄与分も無視できない。浮遊砂は流れの全領域に分布することから、単に底面せん断応力分布に留まらず、河床波上流れの構造についての知見が必要不可欠である。更に、発達・変形過程において河床波は非対称性を増し、流れは剥離流となり、このような境界条件の複雑さ故、従来の解析的方法は、流速分布・乱れ強度分布についての定量的情報を得る上で十分とは言えない。

本研究では、河床波上流れの構造について、熱膜流速計による計測と $k-\epsilon$ 乱流モデルによる数値シミュレーションの両面から検討し、それに基づいて模擬される流れ場における浮遊粒子の拡散過程を運動方程式に基づいて追跡し、河床波上流れ場における浮遊砂濃度分布の推定法を示すことを目的とする。

### 2. 河床波上流れの計測

実験に用いた水路は、全長12m、幅50cm、深さ20cmのアクリル製可変勾配水路であり、上流端に設置されたハニカム整流装置の下流に粒径0.128cmの球状粒子で粗度付けされた1.8mの平坦部を設け、その下流に同様の粗度を有する波長40cm、波高2cmの2次元3角形モデル河床波を10波設置した。計測は、上流から8波目の

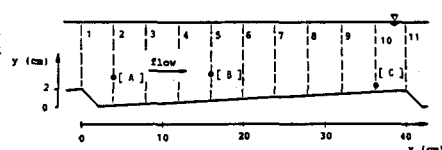


図-1 計測断面の配置

のクレストから9波目のクレストにかけて4cm間隔で、計11断面について水路中央縦断面内で行われた。断面配置を図-1に示す。

計測には、x型熱膜流速計を用い、サンプリング周波数200Hz、サンプリング個数8192個とした。実験条件は、表-1に示す通りである。

表-1 実験条件

|         |                    |
|---------|--------------------|
| 平均流速    | 17.138 cm/sec      |
| 平均水深    | 6.7 cm             |
| エネルギー勾配 | 0.00122            |
| エネルギー数  | 0.5                |
| レイノルズ数  | $4.59 \times 10^4$ |

河床波背面上の平均流速 $U$ について、対数型表示したのが、図-2である。再付着点の直下流の底面付近の測点には対数関係の成立が認められるが、流下方向に行くにつれて直線部の傾きは緩くなっている。

これは縮流に伴う加速効果の影響で流速分布が一様化し、内部境界層の発達が抑制されるためと考えられる。

乱れ強度 $\sqrt{u'^2}$ ,  $\sqrt{v'^2}$ の鉛直分布を図-3に示す。 $u_*$ ,  $h$ はそれぞれ、測定位置の摩擦速度と水深である。図中の破線は、橋津<sup>1)</sup>による乱れ強度の指数分布式である。 $y/h \geq 0.3$ の領域では、河床波背面を流下するに従って乱れ強度の系統的減少が見られるが、指数関係は、継続的に成立している。一方、 $y/h \leq 0.3$ の領域では、流れが加速されるに従って乱れ強度の相対的減少が見られ、この結果、河床波背面上を流下するに従って、乱れ強度分布の最大値は、徐々に上方に移動し、剥離せん断層で生成された乱れが上昇流の作用で上方へと広がって行く様子が認められる。

次に、河床波背面での摩擦速度 $u_*$ の評価法について述べる。図-4は、(1)底面付近に対数則を適用した場合、(2)Reynolds応力の直線分布領域を外挿した場合、(3) $k-\epsilon$ モデルによって渦動粘性係数と底面付近の速度勾配を求めて、 $\tau = \rho u_*^2 = \rho (\nu + \nu_t) (du/dy)$  から評価した場合、を比較したものである。(1), (2)の評価法によると、摩擦速度の場所的な変化はそれほど顕著ではなく、特に(1)の方法では、クレスト付近で摩擦速度の減少が認められる。ところが、Raudkivi<sup>2)</sup>を初めとする既往の測定結果によると、摩擦速度は河床波背面上で、流下方向に漸増する傾向を示しており、この傾向は、(3)の評価法による結果に顕著に現れている。摩擦速度の漸増傾向は、以下のような定性的考察からも支持される。河床波背面を流下するに従って加速効果により流速分布が一様化され、底面付近の流速が増大する。底面付近の流速は、摩擦速度と正の相関関係にあるから、流速の増加に伴い摩擦速度も増加する。以上のような理由からここでは、摩擦速度を(3)の

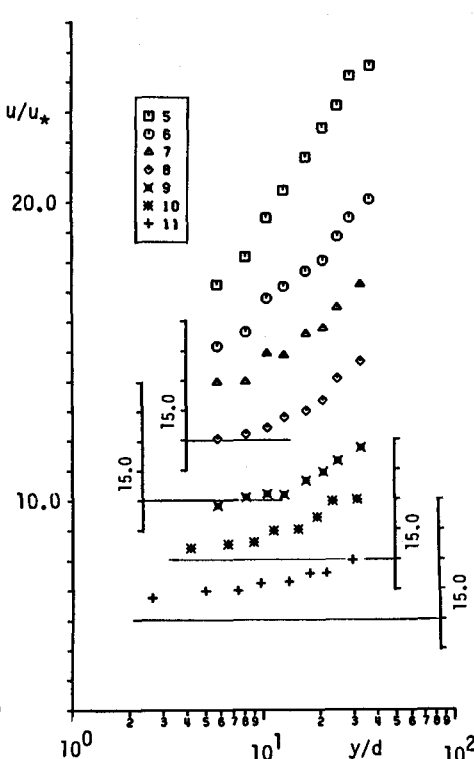


図-2 平均流速分布

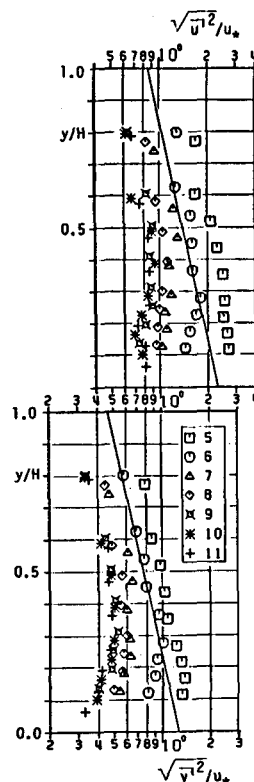


図-3 乱れ強度分布

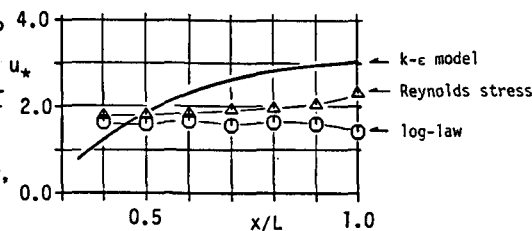


図-4 河床波背面上の摩擦速度

方法で評価することとする。

次に、浮遊砂の輸送に関連の深い $v'$ 成分の skewness の分布を図-5に示す。剥離域の上方で負の方向への歪が、河床波背面上で正の方向への歪が、それぞれ生じている様子が,skewness の分布から理解できる。

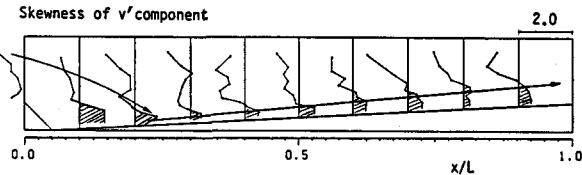


図-5  $v'$ 成分のskewnessの分布

更に、流速変動の確率分布に対する2次元正規分布の適用性を検討したのが、図-6である。どの測点においても乱れの水平・鉛直方向の周辺確率分布はそれぞれ概ね正規分布で近似でき、結合確率分布についても  $uv$  の相関を考慮すれば、2次元正規分布は概ね良好な適用性を有している。この事実は、後に乱れ場の模擬において2次元正規分布の成立を仮定することの根拠となっている。また、河床付近の測点(図-6の[C])については、skewness の値からも分かるように、 $v$ 成分の周辺確率分布に負の方向への歪が認められる。

なお、図の[A],[B],[C]の位置は、図-1に示してある。

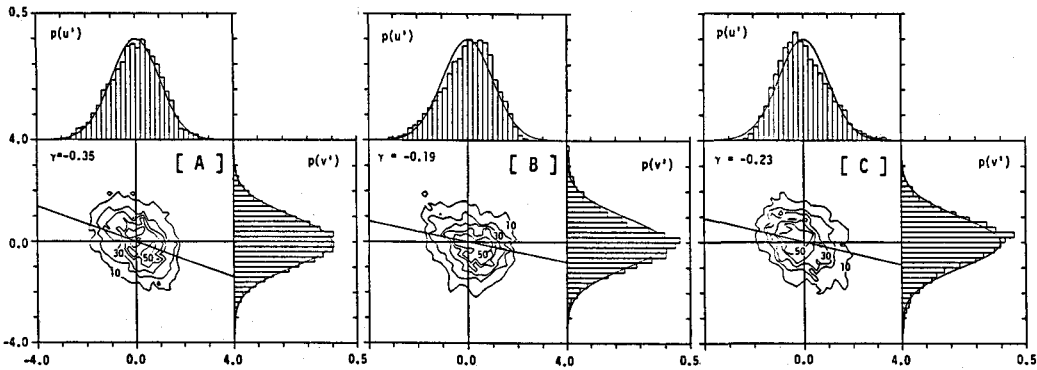


図-6 流速変動の確率分布

### 3. 河床波上流れの数値シミュレーション

次に、同様の条件で、標準  $k-\epsilon$  乱流モデルによる数値シミュレーションを実施し、その有効性を検討した。基礎方程式は、連続式(1)、運動方程式(2),(3), $k$ 方程式(4), $\epsilon$ 方程式(5)であり、運動方程式中の $P'$ は静水圧分布からの偏差圧力である。モデル定数は、Launder-Spalding による標準推奨値(表-2)を用い、座標系は、図-7の様に採る。(  $g$ =重力加速度、 $\theta$ =河床勾配、その他の記号は、図-7参照)

$$\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} = 0 \quad \dots\dots\dots(1)$$

$$U \frac{\partial U}{\partial x} + V \frac{\partial U}{\partial y} = g \cdot \left( \sin \theta - \frac{\partial h}{\partial x} \cos \theta \right) - \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{P'}{\rho} \right) + \frac{\partial}{\partial x} (-\overline{u^2}) + \frac{\partial}{\partial y} (-\overline{uv}) + \nu \nabla^2 U \quad \dots\dots\dots(2)$$

$$U \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial V}{\partial y} = - \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{P'}{\rho} \right) + \frac{\partial}{\partial x} (-\overline{uv}) + \frac{\partial}{\partial y} (-\overline{v^2}) + \nu \nabla^2 V \quad (3)$$

$$U \frac{\partial k}{\partial x} + V \frac{\partial k}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\nu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\nu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial y} \right) + G - \epsilon \quad \dots(4)$$

$$G = \nu_t \left\{ 2 \left[ \left( \frac{\partial U}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial V}{\partial y} \right)^2 \right] + \left( \frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right)^2 \right\} ; \nu_t = C_{\mu} k^2 / \epsilon$$

$$U \frac{\partial \epsilon}{\partial x} + V \frac{\partial \epsilon}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\nu_t}{\sigma_{\epsilon}} \frac{\partial \epsilon}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\nu_t}{\sigma_{\epsilon}} \frac{\partial \epsilon}{\partial y} \right) + \frac{\epsilon}{k} (C_{1\epsilon} G - C_{2\epsilon} \epsilon) \quad \dots\dots\dots(5)$$

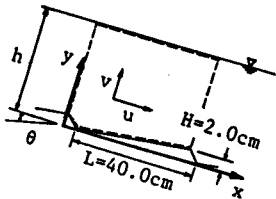


図-7 座標系

表-2 モデル定数

| $C_{\mu}$ | $C_{1\epsilon}$ | $C_{2\epsilon}$ | $\sigma_k$ | $\sigma_{\epsilon}$ |
|-----------|-----------------|-----------------|------------|---------------------|
| 0.09      | 1.44            | 1.92            | 1.00       | 1.30                |

境界条件は、(a)壁関数（河床面の条件）、(b)自由水面による乱れエネルギー減衰の効果を考慮した楠津・中川<sup>3)</sup>の方法（減衰係数  $Dw=0.8$ 、水面の条件）(c)1波手前の流出部の値を流入部に代入（流入部の条件）である。計算結果と熱膜流速計による計測結果との比較を図-8に示す。

平均流速 $U$ については、計測値と計算値との対応は良好である。剥離域を伴う第2断面から第4断面にかけて、混合層型の流速分布が発達している。再付着点から下流へ向けて内部境界層が発達するが、縮流による加速効果により境界層の発達が抑制され、縮流効果のない段落ち流れと比べると、境界層厚の増加率はかなり小さいと考えられる。クレスト部の流速分布が段落ち流れに比べて一様化することについては、中川・楠津<sup>4)</sup>がレーザー流速計による計測によっても確認しており、縮流効果と流れのhistory効果を原因として挙げている。これまでの計測結果から指摘されてきたこのような流れの特性を本計算結果は良好に表現しており、 $k-\epsilon$ モデルの有効性が確認された。

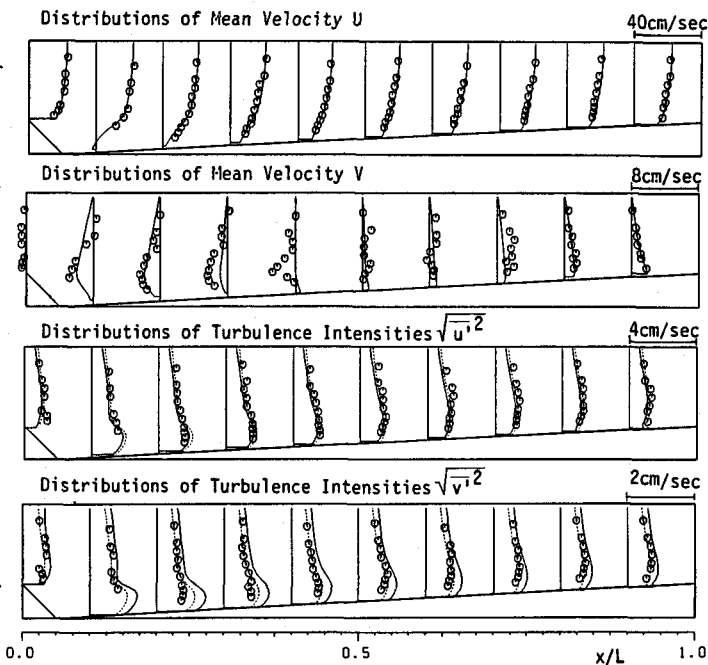


図-8  $k-\epsilon$ モデルによる計算結果と計測結果の比較

平均流速 $V$ 成分については、剥離域の上部で下降流が再付着点より下流で上昇流が存在することが計算結果から理解できる。 $V$ 成分は $U$ 成分に比べてオーダーが小さいことを考慮すると、計測値との対応も概ね良好と言える。次に乱れ強度 $\sqrt{u'^2}$ 、 $\sqrt{v'^2}$ については、乱れエネルギー $k$ を再配分して評価しており、図中の実線は (i)Rodi<sup>5)</sup>の algebraic stress relation 式(6)を用いた場合、破線は、(ii)楠津<sup>1)</sup>による等流状態の普遍関数表示の係数の比（式(7)）を用いた場合である。計算結果は、乱れ強度の剥離せん断層に沿う急増と河床波背面での鉛直方向への拡散を良好に示している。 $k$ の再配分法としては、(ii)の方が計測値との対応は良く、等流状態の配分比率が加速・減速を伴う河床波上の流れにおいても、ほぼそのまま適用されるものと考えられる。

$$\overline{u_i u_j} = k \left[ \frac{2}{3} \delta_{ij} + \frac{(1-\alpha) \left( \frac{P_{ij}}{\epsilon} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \frac{P}{\epsilon} \right)}{c_1 + \frac{P}{\epsilon} - 1} \right] \dots\dots\dots (6)$$

$$\alpha = 0.764, c_1 = 1.5 \quad (P_{ij} = \text{stress production } u_i u_j, \delta_{ij} = \text{Kronecker delta})$$

$$\sqrt{u'^2} = 1.10 k, \quad \sqrt{v'^2} = 0.34 k \dots\dots\dots (7)$$

#### 4. 浮遊粒子の運動過程に関する数値シミュレーション

これまでの検討から、河床波上流れの時間平均的特性を表現する手段として $k-\epsilon$ モデルが有効であることが明らかとなったが、更に $k-\epsilon$ モデルから得られる情報をできる限り詳細に利用した浮遊粒子の運動過程の追跡を試みることにする。

砂粒の運動方程式は、Basset項を省略したTchenの式、抗力係数は、Rubey型とする。瞬間流速の場合は、先

のk-εモデルによる数値シミュレーションにより計算された平均流成分・変動成分と乱数発生の方法を用いてモデル化される。まず、粒子の存在位置での平均流成分 $U, V$ 及び乱れ強度 $\sqrt{u'^2}, \sqrt{v'^2}$ を、k-εモデルによる計算結果を線形補間して求める。次に、乱れ強度 $\sqrt{u'^2}, \sqrt{v'^2}$ と乱数発生の方法とを組み合わせ、変動成分の瞬間値 $u'(t), v'(t)$ を求めるが、その際の比較的簡便な手法として、(1)単純Monte-Carloシミュレーション、(2)1次元Markov過程モデルを組み込んだMonte-Carloシミュレーションがある。

Yalin-Krishnappan<sup>6)</sup>を初めとする従来のこの種の研究のほとんどが、変動成分の瞬間値を与えるのに(1)の手法(式(8))を用いており、粒子運動の履歴性を無視した取扱いとなっている。これに対して、(2)の手法(式(9))には、Markov過程モデルが組み込まれているため、時刻 $t+\Delta t$ の変動成分は時刻 $t$ の変動成分の影響が残存する様に決定される。同一出発点から出た粒子の運動軌跡を(1),(2)の方法で模擬し、比較したのが図-9である。(2)の手法によると粒子は広範囲に分散し、河床波を何波も越えて浮遊する粒子の軌跡が再現されている。この様な粒子の存在は、実験の際の観察から確認されており、(2)の手法は(1)の手法より高い現象の再現性を有していると考えられる。

$$\begin{aligned} u'(t) &= \sqrt{u'^2} \cdot r \\ v'(t) &= \sqrt{v'^2} \cdot r \dots\dots\dots (8) \\ u'(t+\Delta t) &= \alpha_u u'(t) + r_u \\ v'(t+\Delta t) &= \alpha_v v'(t) + r_v \dots\dots (9) \end{aligned}$$

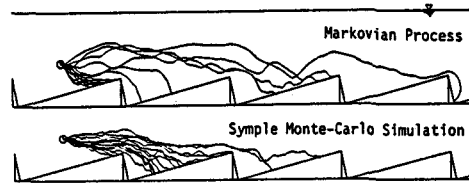


図-9 粒子の運動軌跡

式(9)は、時刻 $t+\Delta t$ の変動成分が、時刻 $t$ の変動成分に関する項とランダム成分 $r_u, r_v$ の和で与えられることを示しており、 $\alpha_u, \alpha_v$ はそれぞれ $x, y$ 方向のLagrange的自己相関係数で、粒子の存在する位置 $(x, y)$ の関数である。ランダム成分 $r_u, r_v$ については、式(10)の2次元正規分布に従うものと仮定するが、この仮定の正当性は、2節の図-6からも支持される。

$$f(r_u, r_v) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{ru}} \exp\left[-\frac{r_u^2}{2\sigma_{ru}^2}\right] \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_{rv}\sqrt{1-\gamma^2}} \exp\left[-\frac{1}{2(1-\gamma^2)\sigma_{rv}^2}\left(r_v - \gamma \frac{\sigma_{rv}}{\sigma_{ru}}r_u\right)^2\right] \quad (10)$$

( $\sigma_{ru}, \sigma_{rv}$ =ランダム成分の分散値、 $\gamma$ =ランダム成分の相関係数)

計算の時間スケールについては、ABS粒子( $\sigma/\rho=1.03, d=0.128\text{cm}$ )の変動に対する応答特性を考慮して、粒径の0.2倍程度の応答が得られるような変動周期を用い、 $\Delta t=0.031\text{sec}$ とした。ここで粒径の0.2倍程度の応答を基準値としたのは、粒子運動の追跡の精度が粒径より1オーダー低い程度の値で充分であると考えたためである。

## 5. 河床波背面上の非平衡浮遊砂過程

次に、先の方法で河床波上の粒子の運動を追跡し、その累積として浮遊粒子の存在確率密度を評価し、濃度分布の実験結果と比較する。実験は、表-3の条件でABS粒子(粒径 $0.128\text{cm}$ ,比重 $1.03$ )を用いて行われ、ビデオ解析によって濃度分布が調べられた。計算ではまず、上流側クレストでの粒子の存在確率密度が実験から得られる濃度分布と適合する様に、高さ方向に粒子を配置した。そこから個々の粒子の運動を追跡し、各断面を通過する毎にその位置を配列に記録した。追跡は砂粒が河床に到達するまで続けられた。浮遊砂への遷移については、上流側と下流側のクレストの濃度分布が平衡に達した状態では、掃流砂から浮遊砂への遷移と浮遊砂から掃流砂への復帰が平衡していると考えられるので、予め河床に到達した粒子の個数をカウントしておき、それを遷移強度で重み付けして河床付近の各出発点に配分し、運動軌跡を追跡し、その結果を上流側クレストから出発した粒子の追跡結果に足し合わせて浮遊粒子

表-3 実験条件

|         |                    |
|---------|--------------------|
| 平均流速    | 12.057 cm/sec      |
| 平均水深    | 7.5 cm             |
| エネルギー勾配 | 0.001              |
| レイノルズ数  | 0.14               |
|         | $3.60 \times 10^3$ |

の存在確率密度を求めた。なお、遷移強度については河床波背面上での掃流力の分布を考慮して、中川ら<sup>7)</sup>の算定法により遷移確率密度を算定し、これと遷移強度とが相似であるとして与えた。

この様にして各断面で浮遊粒子の存在確率密度を求め、実験による浮遊砂の濃度分布と比較したのが、図-10である。

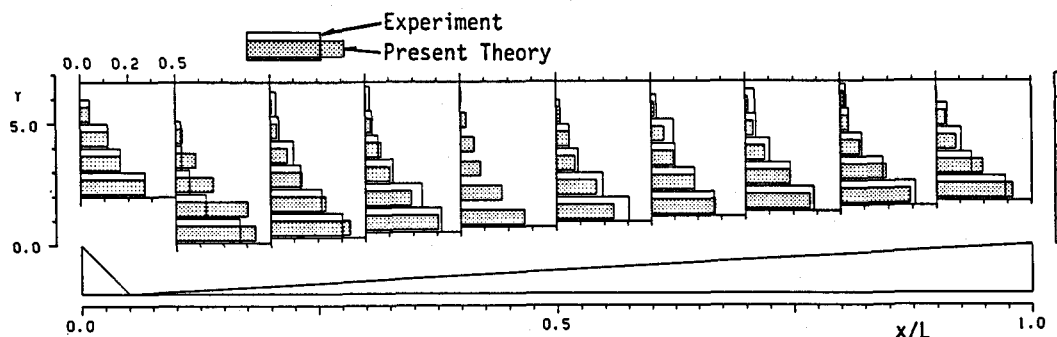


図-10 河床波上の浮遊粒子の存在確率密度

ビデオ解析では、河床から高さ方向に1cm間隔で区切られた断面内の存在個数を集計した。シミュレーションでは図-10に表示したよりも詳細な分布形が得られているが、実験値と同一の集計法により処理して、直接比較が可能のように表示している。上流側のクレストから再付着点付近にかけて濃度重心が流下方向に徐々に低下するが、再付着点より下流では、河床波背面上を流下するにつれて、掃流砂からの遷移による浮遊砂の生成と上昇流の作用によって濃度重心が徐々に上昇し、第6断面付近で発達過程はほぼ終了し、それより下流側では比較的变化が緩やかで、ほぼ一定の分布形となることが、図-10から分かる。計算結果の実験との対応は、第2断面を除けば概ね良好である。第2断面の誤差は、この断面が剥離泡の真上にあり、剥離泡内は多数の粒子が回転運動して粒子の判読が難しいことに起因すると考えられる。

## 6. あとがき

河床波上の流れの様に剥離を伴う複雑な流れに対しても、その時間平均的構造を把握する上では、 $k-\epsilon$ モデルが有効な手法となり得ることが明かとなった。更に、流れ場の時間平均的構造が既知であれば、Markov過程を組み込んだMonte-Carloシミュレーションにより、浮遊粒子の運動過程が良好に表現されることが分かった。浮遊粒子の運動距離が長い為、浮遊粒子の全運動経路を実験によってLagrange的に捉えることは不可能であり、それ故、個々の粒子の運動軌跡がどの程度正確に追跡されているかは、確認できなかった。しかし、個々の粒子の運動の集積としての浮遊砂の存在確率密度については、シミュレーション結果と実験結果との対応は良好であり、複雑な非一様境界条件を有する流れ場に対する本シミュレーションの有効性が確認された。

## 参 考 文 献

- 1) 橋津家久：開水路流の乱流構造に関する基礎的研究，京都大学学位論文，1977。
- 2) Raudkivi：J.Hydraulics Div., Proc. ASCE, HY-6, pp.15-33, 1963。
- 3) 橋津家久・中川博次：京都大学防災研究所年報，第29号B-2, pp.90-116, 1986。
- 4) 中川博次・橋津家久・松本利典・金沢文彦：第33回水理講演会論文集，pp.475-480, 1989。
- 5) Rodi：ZAMM56, T219-T221, 1976。
- 6) Yalin M. S. and B. M. Krishnappan：International Symp. on River mechanics, A52-1-12, 1973
- 7) 中川博次・辻本哲郎・村上正吾・後藤仁志：第32水理講演会論文集，pp.529-534, 1988。