

移動床平衡河床蛇行水路に大型離間粗度のある流れ

The flow in the meandering channel over an equilibrium bed with a detached large roughness

立命館大学工学部 小沢 功一 Koichi OZAWA  
 東京大学 工学部 玉井 信行 Nobuyuki TAMAI

In addition to meandering of the water course, abutments, bridgepiers, rivetment blocks, spur dikes and water intake facilities etc. are installed in the river channel. The flow in this situation is thought as that with detached large roughnesses. In the region where we have continuous roughness, for instance, piles, the velocity of the flow decreases, and the tractive force also reduces. Therefore in this region the suspended material deposite. But in case of discontinuous roughness, occasionally the bed is severely scoured in a pile region. In this study bed configuration and flow features with a detached large roughness are experimentally investigated. Main flow variation in the longitudinal and the lateral directions is theoretically and experimentally examined.

Keywords: detached large roughness, bed form, velocity distribution, meander

1. 序論

河道に水制を設置した場合、それが流下方向に一線にあるならば流速も水制のない領域に比較して小さく、一樣になる。この場合には掃流力の減少も影響して水制領域に河床砂が堆積することになる<sup>1), 2)</sup>。ところが水制領域が流下方向に離散的に存在するときには、実験的に検討してみると水制領域で洗掘、その下流側では堆積傾向が現れたりする。

水制は水流を河心に導くことを目的にする場合もあるし、堤防などの保護をめざして設置されることもある。後者の場合に水制領域の河床が洗掘されることになっては水制自体の維持にも支障がでてくるのが考えられる。現実の河道は蛇行しており、その一部分に離散的に水制とかその他の河川構造物が設置されることがある。このようなときにその領域内あるいはその近辺における河床砂が堆積するのかそれとも洗掘されるのかを把握することは重要である。

また水制のように水流に対して大きな粗度として作用する部分が蛇行流路に存在する場合に、流速の縦断方向への遷移状況、横断方向の分布等は解析と実験とで固定床について検討されている<sup>3)</sup>が、移動床のように現実河道に近い形での検討はまだ行われていない。解析と実験的な資料収集が蓄積され、また精度が高められることが望まれる。

2. 大型離間粗度のある蛇行水路の流れ

(1) 振動法による解析方法

蛇行水路の中心線は蛇行流路曲線  $\theta = \theta_0 \sin ks$  にしたがうとする。ここに  $\theta$  は偏角、 $\theta_0$  は最大偏角、 $k$  は  $k = (2\pi/L)R$ 、 $s$  は  $s = s_c/R$  である。ここに  $L$  は蛇行長、 $R$  は最小曲率半径 ( $R = L/2\pi \theta_0$ )、 $s_c$  は中心軸座標を示している。

振動展開するパラメーターとして  $\epsilon = (B_0/2)/R$  を用いる。ここに  $B_0$  は水路幅である。無次元で表した水深、主流、2次流は  $\epsilon$  を使って次のように展開できるものとする。

$$h = h_0 + \epsilon h_1 + \epsilon^2 h_2 + \epsilon^3 h_3$$

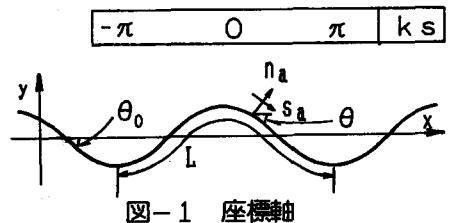


図-1 座標軸

$$u = u_0 + \epsilon u_1 + \epsilon^2 u_2 + \epsilon^3 u_3 \quad (1)$$

$$v = v_0 + \epsilon v_1 + \epsilon^2 v_2 + \epsilon^3 v_3$$

ここに  $h = h_a/H_0$ ,  $u = \bar{u}_a/V$ ,  $v = \bar{u}_n/V$  である。  $h_a$  は  $h_a = z_0 - z_h$ ,  $z_0, z_h$  はそれぞれ水面、断面平均河床の  $z_a$  座標、  $\bar{u}_a$  は水深平均主流速、  $\bar{u}_n$  は水深平均2次流速、  $V$  は断面平均流速、  $H_0$  は断面平均水深を示している。また河床形については

$$\eta = \eta_0 + \epsilon \eta_1 + \epsilon^2 \eta_2 + \epsilon^3 \eta_3 \quad (2)$$

とする。ここに  $\eta = h_b/H_0$ ,  $h_b = z_h - z_b$ ,  $z_b$  は河床の  $z_a$  座標、  $\eta_0 = 0$ ,  $\eta_1 = n(a_0 \sin ks + a_1 \cos ks)$ ,  $\eta_2 = (n^2 - 1/3)(a_2 + a_3 \sin 2ks + a_4 \cos 2ks)$ ,  $\eta_3 = (n^3 + n)(a_5 + a_6 \sin 3ks + a_7 \cos 3ks)$ ,  $n$  は無次元横断座標で  $n_a = B_0/2$ ,  $n_a$  は蛇行流路曲線に対して直角方向の座標である。また  $a_0 \sim a_7$  は河床形から決まる定数である。

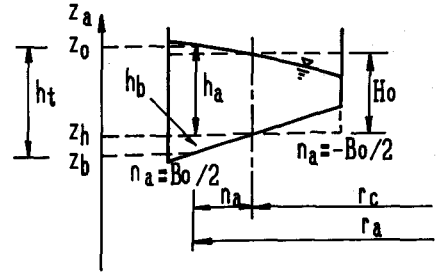


図-2 横断面

大型離間粗度を設置する位置としては  $ks = 0\pi$  を考える。その影響として抗力、横断方向への運動量輸送がでてくるものとする。抗力係数については大型離間粗度の位置によって場所的に変化するものとして取り扱う。すなわち  $ks = 0\pi$  において1となり、そこから離れるにしたがって0に近づく関数  $p_1(ks)$  を考慮する。

その関数は

$$p_1(ks) = (1 + 2\cos ks + 2\cos 2ks + 2\cos 3ks + 2\cos 4ks + 2\cos 5ks + \cos 6ks) / 12 \quad (3)$$

となる<sup>4)</sup>。

これを抗力係数に作用させるものとする。

振動法による3次解を求めるには、連続式、運動量方程式、断面の流量の式に変数を式(1)のように置き換えて代入し、 $\epsilon$ の各次数ごとに整理して積分する。このときの境界条件は次のようである。i) 側壁の位置における横断方向への2次流は0である。ii) 上流端における主流の横断方向の分布は  $u_1 = u_{10} + \epsilon n u_{11} + \epsilon^2 (n^2 - 1/3) u_{12} + \epsilon^3 (n^3 + n) u_{13}$  である。iii) 下流端における水深を横断方向に平均すると断面平均の水深  $H_0$  になる。このような境界条件のもとに振動解の0次から1次、2次解を順次求めて行き、最後に主流速の3次解を求める。結果の表示については紙面の制約から省略している。<sup>3)</sup>

### 3. 実験的検討

#### (1) 河床形について

##### (a) 大型離間粗度のない場合

蛇行水路は図-3に示すように最大偏角が  $\theta_0 = 20$  度、蛇行長は  $L = 1.7$  m, 水路幅が  $B_0 = 0.3$  m の一蛇行分が連続して3蛇行分連続している。

水路の中に中央粒径が  $0.74$  mm の砂を底から約  $10$  cm 程度いれて水平に敷き均し、流量が  $3.4$  l/sec の水を流した。このときの水深は  $H_0 = 3.9$  cm である。

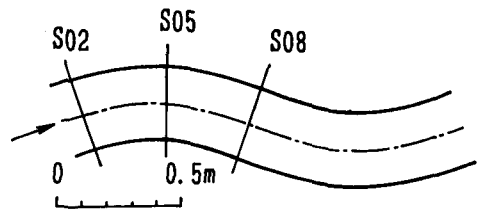


図-3 実験水路

初期状態の河床を中央の蛇行部について、横断方向に  $B_0/12 = 2.5$  cm ごとに11点、縦断方向には  $L/17 = 10$  cm 間隔に18点の位置で高さをポイントゲージで測定する。そして流下実験開始後5時間ほど経過した後の河床高を同じ位置ではかる。

河床形が平衡状態に達するまでに要する時間としては同じ水路で2時間ごとに河床の高さを6時間まで測定した結果<sup>5)</sup>によると2時間以降の河床の変動はわずかな量である。従って5時間の流下実験後の河床は平衡に達しているものと思われる。

この河床形を立体的に示すと図-4の(a)、(b)、(c)のようである。(a)は左岸側( $n=0.5$ )の縦断面図であり、(b)、(c)はそれぞれ中央部( $n=0$ )、右岸側( $n=-0.5$ )の縦断面図を示している。また(d)は平面的にみた全体図であり、色が濃い場所ほど河床は高くなっている。図においてS01が上流端であり、蛇行水路の $ks=-\pi/2$ に相当している。またS18が下流端であり、 $ks=3\pi/2$ に相当している。この図から左岸側ではS12( $ks=\pi$ )近辺、右岸側では上( $ks=-\pi/2$ )、下流端( $ks=3\pi/2$ )の近くで洗掘される状況が現れている。これらの位置は凸岸の上流側に相当している。また堆積傾向の位置としては凸岸の下流側である。

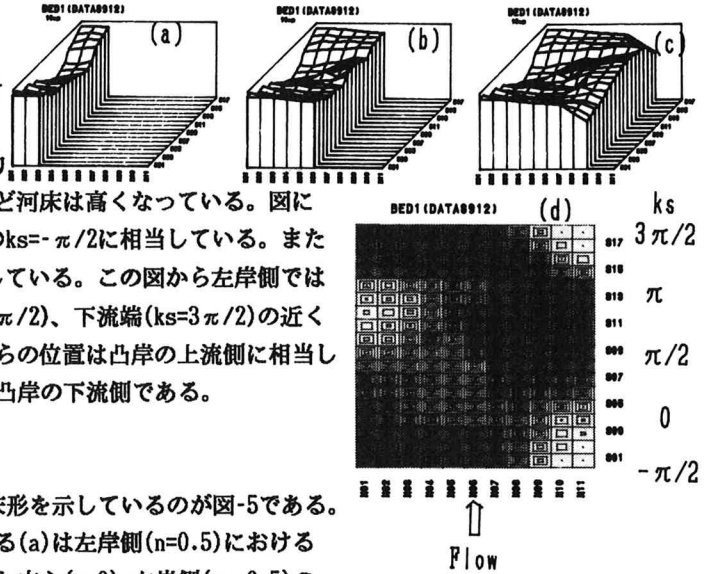


図-4 河床形(粗度無し)

(b) 大型離間粗度がある場合

粗度の位置が $ks=0\pi$ である場合の河床形を示しているのが図-5である。図-4の場合と同様にこれらの図における(a)は左岸側( $n=0.5$ )における縦断面図を示しており、(b)、(c)はそれぞれ中心( $n=0$ )、右岸側( $n=-0.5$ )の位置における縦断面図である。また(d)図は平面的にみた河床形を示しており、色の淡い部分は河床が低い状況を現している。(d)図から明らかなように左岸側に粗度を設置することによって河床形に左岸側から中心部にかけて設置した影響が現れている。粗度をつけた位置より下流側と河心部にまで洗掘傾向がでている。そして粗度を設置しないときに洗掘傾向であった位置の河床は平均的な高さかそれ以上の高さにもなる。

右岸側の河床状況については、粗度を設置しない場合上下流端の $ks=-\pi/2$ ,  $3\pi/2$ の位置は洗掘傾向があったが、粗度をつけた場合にも同様にその位置は河床が低下する場所となっている。

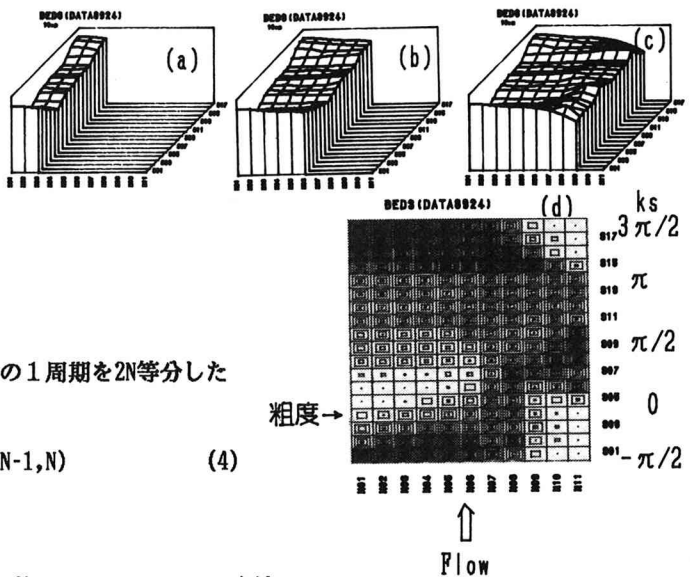


図-5 河床形(粗度位置 $0\pi$ )

(c) 河床形の表示について

河床形 $\eta$ の式(2)における $\eta$ の1次、2次、3次の係数 $a_0 \sim a_7$ の決め方について考察する。

$f(x)$ が周期 $2\pi$ を持つ周期関数で、その1周期を $2N$ 等分した $2N$ 個の分点座標

$$x_r = r \frac{\pi}{N} \quad (r=-N+1, \dots, -1, 0, 1, \dots, N-1, N) \quad (4)$$

上での関数値を

$$f_r = f(x_r)$$

とする。 $f(x)$ の周期性を考慮して近似関数を $\cos kx, \sin kx$ の一次結合で表し、これに最小二乗近似を行う。 $n$ 次近似式は $n \leq N$ に対して、

$$y(x) = A_0 + \sum_{k=1}^n (A_k \cos kx + B_k \sin kx) \quad (5)$$

と表すことができる。

近似式の係数 $A_0, A_1, \dots, A_N, B_1, B_2, \dots, B_{N-1}$ は全部で $2N$ 個でこれらを最小二乗法

$$E = \sum_{r=-N+1}^N [f_r - y(x_r)]^2 \rightarrow \min \quad (6)$$

から決定する。

$N=3$ の場合には近似式は

$$y(x) = A_0 + A_1 \cos x + A_2 \cos 2x + A_3 \cos 3x + B_1 \sin x + B_2 \sin 2x$$

となる。<sup>6), 7)</sup>

$y$ を $\eta$ にまた $x$ を $ks (= 2\pi s_c/L)$ に置き換えると $\eta$ についての近似式は

$$\eta = A_0 + A_1 \cos ks + A_2 \cos 2ks + A_3 \cos 3ks + B_1 \sin ks + B_2 \sin 2ks \quad (7)$$

となる。

一方式(2)を変形すると

$$\eta = (\epsilon^2(n^2-1/3)a_2 + \epsilon^3(n^3+n)a_5) + \epsilon na_1 \cos ks + \epsilon na_0 \sin ks + \epsilon^2(n^2-1/3)a_4 \cos 2ks + \epsilon^2(n^2-1/3)a_3 \sin 2ks + \epsilon^3(n^3+n)a_7 \cos 3ks + \epsilon^3(n^3+n)a_6 \sin 3ks \quad (8)$$

と表される。従って式(2)の係数 $a_0 \sim a_7$ は式(7)と式(8)とを比較することによって

$$a_0 = B_1/\epsilon n, \quad a_1 = A_1/\epsilon n, \quad a_2 = 0, \quad a_3 = B_2/(\epsilon^2(n^2-1/3)), \quad a_4 = A_2/(\epsilon^2(n^2-1/3)), \\ a_5 = A_0/(\epsilon^3(n^3+n)), \quad a_6 = 0, \quad a_7 = A_3/(\epsilon^3(n^3+n)) \quad (9)$$

から決めることができる。

平衡河床形に関しては、従来曲線流路上の砂粒に作用する縦横断方向の力の釣合から河床形が導かれている<sup>8), 9)</sup>。あるいは横断方向への浮遊砂、掃流砂の輸送の平衡を考慮して横断形状が求められている<sup>10)</sup>。

本研究においては実証的な手法による前述のような取扱い方をした。

## (2) 流速について

### (a) 固定床実験結果との比較

主流速の縦断分布について同じ水路の固定床での実験結果と移動床での結果とを比較すると図-6のようである。これは粗度を左岸近傍の $0\pi$ の位置に設置した場合について示している。(a)の左岸側( $n=0.5$ )においては多少位相のズレがあるようにも見えるがほとんど同じ分布をしている。両者とも粗度をつけた $ks=0\pi$ 付近で流速がかなり小さくなっている。(b)は水路中心における分布を示しているが、固定床の場合には平均値より2,3割大きな値になる。移動床の場合には平均値の近くを1割程度以内で変動している。また(c)の右岸側( $n=-0.5$ )の分布については両者とも $ks=0\pi$ 付近で大きな値をとり、下流に行くにつれて値が減少してそ

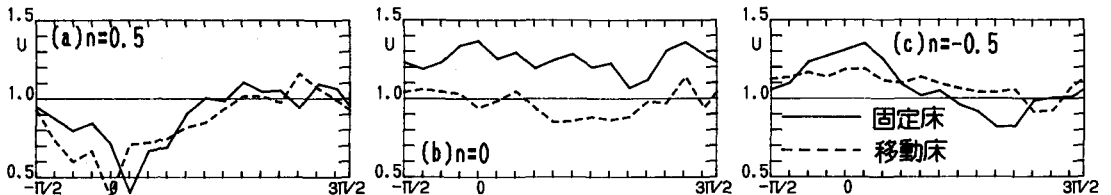


図-6 縦断流速分布(固定床と移動床)

れより下流ではまた上流端の値に戻る分布となっている。変動幅については固定床実験での値の方が大きくでているのが特徴である。

横断分布については図-7に示されている。この場合も $ks=0\pi$ の位置に粗度をつけたときの実験値である。図の(a)は $ks=-\pi/2$ に近い位置での値であり、(b)は $ks=0\pi$ でのものまた(c)は $ks=\pi/2$ に近い位置での値をプロットしている。

この場合の固定床実験での値と移動床での値とを比較すると、縦断分布においても現れていたが、水路中

心部での固定床実験での値は移動床のものよりかなり大きな値をとる。このことはいずれの断面の場合についても共通していることである。移動床実験での結果では、特に(a),(b)などにおいて分布は比較的直線的になっている点が固定床実験での値と異なっている。

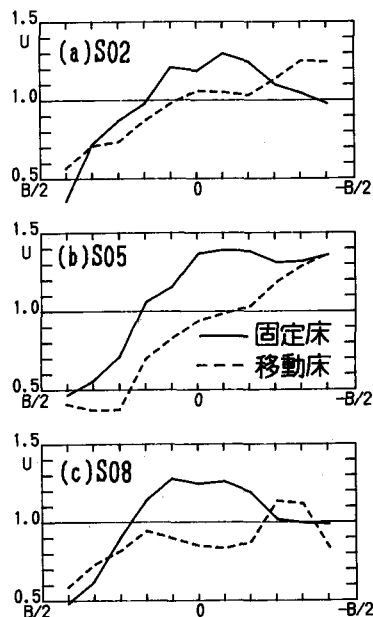


図-7 横断流速分布 (固定床と移動床)

#### 4. 計算値と実験結果との比較

##### (1) 主流速の縦断分布

図-8に示されているような粗度を $ks=0\pi$ の位置の左岸側に設置した場合の実験結果と計算値とを比較すると図-9のようである。流量は $3.4 \text{ l/sec}$ であり、水深は $4.6\text{cm}$ 、流速は $24\text{cm/sec}$ である。

摂動展開のパラメーター $\epsilon$ については $\epsilon = (B_0/2)/R = 0.195$ である。ここに $R$ は最小曲率半径であり、 $R=0.775\text{m}$ である。抗力係数については $1.35$ を使っている。また摩擦抵抗係数については $0.01$ としている。さらに河床形については式(2)のように表した場合の $\eta_1, \eta_2, \eta_3$ 等の係数 $a_0 \sim a_7$ は式(9)から求めている。資料は代表値として $n=0.5$ の測線のものを用いた。 $a_0 \sim a_7$ の値については表-1のようである。また上流端における主流速の横断分布としては、実験結果から最小二乗法により決めている。結果は表-2のようである。計算値と実験結果とを比較すると、全般的にほぼそれらは一致した傾向を示している。

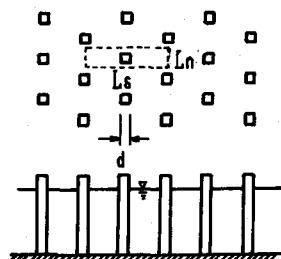


図-8 粗度要素の配置

##### (2) 主流速の横断分布

粗度を設置する位置が $ks=0\pi$ である場合の実験結果と計算値とを横断方向に比較したのが図-10である。この図の(a)は $ks=-\pi/2$ に近い位置での分布であり、(b)は $ks=0\pi$ における位置でのもの、(c)は $ks=\pi/2$ に近い位置での横断分布を表している。

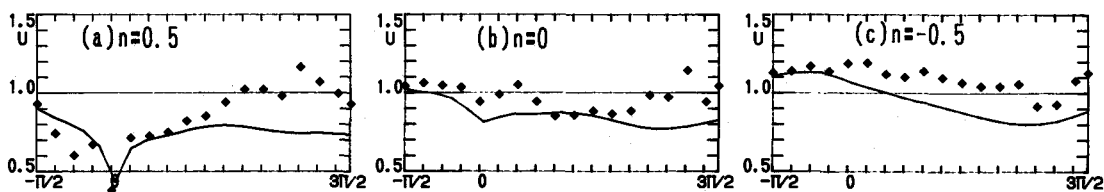


図-9 縦断流速分布(実験値と計算値)

表-1 河床形に関する係数

Position	$C_D$	f	n	$\eta$							
				$a_0$	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$	$a_6$	$a_7$
$0\pi$	1.35	0.01	0.5	-1.37	-1.85	0	-23.8	45.0	-1.67	0	7.53

計算値と実験結果とを比較してみるとほぼ一致している。ただ粗度をつけた位置付近での流速分布はそのところで流速はかなり小さくなっている。

## 5. 結論

表 - 2 上流端の境界条件

Pos.	$u_{11}$	$u_{12}$	$u_{13}$
$0\pi$	0.391	-1.90	-30.6

実際の河川に水制などの構造物を設置した場合、その領域の河床が洗掘されるのかあるいは堆積の状況になるのかを把握することはその構造物の維持の面からも重要である。またそのような場での流速の分布の状態が予測できることが望ましい。

蛇行流路曲線にしたがう蛇行水路に水制に相当する大型離間粗度を配置した場合の流れに振動法による3次解を適用して、実験的に得られた値と比較検討し次のような点が明らかになった。

(1) 蛇行水路においては粗度を設置しなくても流下方向へ周期的に河床が洗掘される位置が現れる。左岸側に粗度をつけた場合、左岸側における洗掘の位置はその粗度をつけた近辺に変わってくる。右岸側の洗掘位置は粗度をつけない場合と同じである。

(2) 主流速の縦断分布について固定床実験の場合と移動床でのものとで比較してみると後者の分布の変動幅は前者のものより小さくなる。また横断分布については、前者の場合は水路中心部でかなり大きな値になるが後者においては比較的直線的な分布となる。

(3) 振動法による3次解によって流速分布をかなり正確に予測することができる。

(4) 抗力係数の値としては、通常用いられるものと同じ程度の値(1.0~1.5)で適当な流速の計算値が得られる。

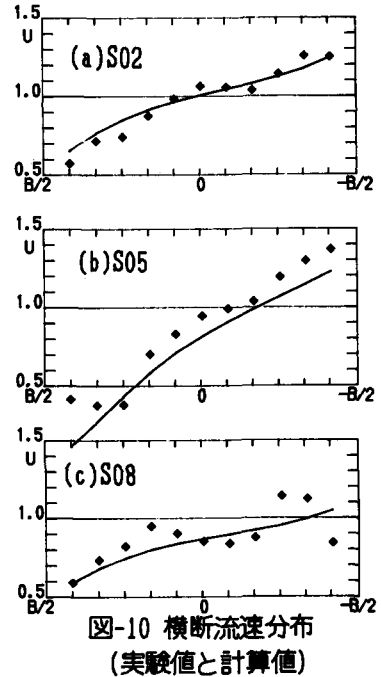


図-10 横断流速分布  
(実験値と計算値)

## 参考文献

- 1) 小平卓: 砂床河川における流れ場と安定河床形状に対する直立円柱群の効果, 東京大学修士論文, 土木工学科, 63p., 1988.
- 2) 秋草勲・吉川秀夫・坂上義次郎・芦田和男・土屋昭彦: 水制に関する研究, 土木研究所報告, 107, pp. 41~72, 1961.
- 3) 小沢功一・玉井信行: 大型離間粗度のある蛇行水路の流れについて, 土木学会論文集(投稿中)
- 4) 小沢功一・玉井信行: 蛇行流路部における離間大型粗度の偏倚流速に対する影響, 第33回水理講演会論文集, pp. 319~324, 1989.
- 5) 小沢功一・玉井信行: 蛇行水路における粗度の河床形に対する影響について, 土木学会関西支部年次学術講演会講演概要, pp. II-59-1~2, 1989.
- 6) 赤坂隆: 数値計算, 応用数学講座, 第7巻, 日社, pp. 87~96, 1986.
- 7) A. H. 著, 大槻喬・平岡寛二(訳): 工学のための応用フーリエ積分, オーム社, pp. 65~73, 1984.
- 8) Engelund, F.: Flow and bed topography in channel bends, Proc. ASCE, J. Hyd. Div. Vol. 100, HY11, pp. 1631-1647, 1974.
- 9) 池田駿介: 移動床河川の湾曲部における二次流と動的横断平衡河床について, 土木学会論文報告集, no. 229, pp. 55~65, 1974.
- 10) Parker, G.: Self-formed straight rivers with equilibrium banks and mobile bed, Part I, The sand-silt river, J. Fluid Mech., Vol. 89, pp. 109~125, 1978.