

粗度急変流の水面形と遷移長について

Water Surface Profile and Adaption Length of Open Channel Flows
with a Step Change in Bottom Roughness

明石工業高等専門学校 神田 佳一 K. Kanda

京都大学防災研究所 村本 嘉雄 Y. Muramoto

京都大学防災研究所 藤田 裕一郎 Y. Fujita

京都大学大学院 大坪 高 T. Ootsubo

The effects of a step change in bottom roughness on the water surface profile are discussed from the results of experiments using three kind of bed roughness and those of a numerical analysis based on the two step Lax-Wendroff scheme. Both results show that the transition of flow depth is classified into three types of flow patterns, mainly depending on the Froude number. Furthermore, the adaption length of turbulence intensity is defined by the calculated results of the $k-\epsilon$ turbulence model, being compared with experimental ones.

Key words: bottom roughness, water surface profile, turbulence intensity, adaption length

1. はじめに

護床工とそれに続く自然河床との接続部では、河床粗度が滑面から粗面へ、あるいは粗面から滑面へと急変し、それに伴う急激な水面変動や渦の発生によって流れ構造が変化する。このような底面粗度急変部における遷移水面形は、流量と粗度変化点上・下流の各粗度から決定される限界勾配と路床勾配との関係から、1) 粗面、滑面とも常流、2) 粗面は常流、滑面は射流、3) 粗面、滑面とも射流の3つの遷移形態に分類される¹⁾が、粗度の形状、レイノルズ数及びフルード数が水面形に及ぼす影響については、不明な点が多い。また、工学的見地から護床工の長さを決定する上で重要な粗度急変に伴う流れの遷移長については、その定義が曖昧な上に研究者によっても異なっており、明確な議論がなされていない。本研究では、護床工モデルとして6脚ブロック、半球粗度及びイボ型ブロックを用い、それぞれの上流又は下流に滑面粗度を配した底面粗度急変水路における実験結果から遷移水面形について詳細に考察するとともに、2段階LAX-WENDROFF法²⁾を用いた水面形計算を行い、その適合性を検討する。さらに、乱れ強度の流下方向変化について、実験と $k-\epsilon$ モデルによる数値解析からその遷移長を定義し、粗度変化と乱れの遷移長の関係について考察する。

2. 実験の概要

底面粗度急変部における水面形および流れの遷移機構を検討するために、図-1に示す3つの粗度要素(6脚ブロック、半球粗度及びイボ型ブロック(ホロスケア))を最密に敷設した粗面路床とその上・下流に表面ペイント仕上げの滑面路床を設置した3種類の底面粗度急変水路(表-1)を用いて実験を行った。各粗面路床の基面は、粗度要素1個当りの流れに対する投影面積 A_s と水路床面積 A_f の比³⁾から、それぞれ図-1のA点を基面とし、滑面の高さをそれと一致させた。各粗度要素の粗度高さ k_s 、粗度面積比 A_s/A_f 及びManningの粗度係数 n の値を表-2に示す。実験は、各粗度条件において流量及び河床勾配をパラメータとして水面形を測定した後、水路A及びBにおいて粗度変化点近傍の流速分布及び乱れ特性をプロベラ流速形および2方向熱膜流速計により測定した。流速計からの出力電圧(v)は、AD変換ボードを介して周波数 $f=108\text{Hz}$ 、データ数 $N=4096$ 個でサンプリングし、各実験ケースごとに求めた検定曲線により流速(cm/s)に変換した後、統計処理した。実験条件は表-3に示す通りで、いずれの場合も、水路の下流区間で等流状態が得られるように下流端の堰で水位調節されている。

表-1 実験水路諸元

実験水路 番号	断面特性	水路幅 (cm)	水路長 (m)	水路勾配	粗度条件
ch. A	鋼製矩形断面	40	15	1/500	滑面→6脚ブロック 6脚ブロック→滑面
ch. B	木製矩形断面	40	15	-1/500~1/50	滑面→半球ブロック 半球ブロック→滑面
ch. C	鋼製矩形断面 (右岸側壁ガラス張り)	40	11	-1/100~1/40	滑面→ホロースケア ホロースケア→滑面

表-2 底面粗度の特性

底面粗度	記号	粗度高さ k_s (cm)	A_s/A_f	粗度係数 n
6脚ブロック	R	1.67	0.61	0.023
半球ブロック	P	1.23	0.45	0.020
異形ブロック (ホロースケア)	F	0.90	0.15	0.023
滑面粗度	S	—	—	0.010

A_s : 粗度要素1個の流れに対する投影面積

A_f : 粗度要素1個の水路床占有面積

3. 水面形の計算手法

本研究では、底面粗度急変部における流れの遷移特性を予測するため、2段階LAX-WENDROFF法を用いた水面形計算と $k \sim \varepsilon$ モデルによる流速及び乱れの数値計算を行ったが、後者については前報¹⁾で述べた通りであるので、ここでは水面形計算法について述べる。

基礎式として、保存形の連続式及び1次元の運動方程式を用いる。

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{P}{\rho} h + \frac{q^2}{h} \right) = g h (i - i_0) \quad (2)$$

ここに、 t は時間、 x は流れ方向の空間座標、 q は単位幅流量、 h は水深、 P は圧力及び i は河床勾配である。エネルギー勾配 i_0 にはManning公式を適用し、粗度変化点上・下流でそれぞれ実験に対応した粗度係数を与えた。上式をMacCormackの2段階LAX-WENDROFF法を用いて差分化し、次の境界条件の基で定常状態となるまで計算を繰り返した。粗度変化点では、図-2において粗度変化点とそれに隣接するControl Volumeから得られる3つの連続式(1式)と、水路勾配及び摩擦損失を無視した次の運動量保存則を連立させた。

$$g \left(\frac{h_u^2}{2} - \frac{h_d^2}{2} \right) = \frac{q_u^2}{h_u} - \frac{q_d^2}{h_d} \quad (3)$$

上流端及び下流端では連続式のみを用い、上流端では一定流量を、下流端では下流粗度上の等流水深をそれぞれ与えた。また、水深の初期条件には、下流粗度上の等流水深を用いている。時間及び空間の計算ステップは、それぞれ $\Delta t = 0.02 \text{ sec}$ 及び $\Delta x = 10 \text{ cm}$ で、全ての計算において次のCFL条件を満足している。

$$\Delta t < \frac{\Delta x}{\max \{ q/h + \sqrt{gh} \}} \quad (4)$$

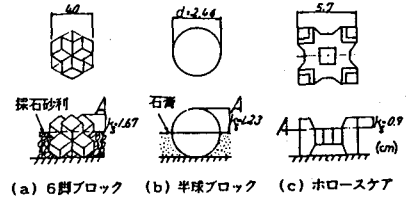


図-1 粗度要素の形状

表-3 実験条件

実験番号	実験水路	河床勾配 I	粗度条件 *	流量 Q (l/s)
SP. 1	ch. A	1/500	S→P	2.18
SP. 2	"	1/500	"	5.19
SP. 3	"	1/500	"	8.21
SP. 4	"	1/500	"	12.81
SP. 5	"	1/500	"	18.20
SP. 6	"	1/500	"	21.25
PS. 1	"	1/500	P→S	12.75
PS. 2	"	1/500	"	14.67
SR. 1	ch. B	1/500	S→R	4.02
SR. 2	"	1/300	"	4.81
SR. 3	"	1/200	"	5.04
SR. 4	"	1/100	"	4.26
SR. 5	"	1/50	"	5.44
SR. 6	"	1/50	"	6.68
RS. 1	"	1/500	R→S	3.75
RS. 2	"	1/100	"	5.07
RS. 3	"	1/50	"	6.21
SF. 1	ch. C	1/200	S→F	10.07
SF. 2	"	1/100	"	4.31
SF. 3	"	1/100	"	16.07
SF. 4	"	1/40	"	4.31
SF. 5	"	1/40	"	16.07
SF. 6	"	1/40	"	3.50
SF. 7	"	1/400	"	8.12
SF. 8	"	1/200	"	3.50
SF. 9	"	1/200	"	8.12
SF. 10	"	1/100	"	3.50
SF. 11	"	1/100	"	8.12
SF. 12	"	1/50	"	3.06
SF. 13	"	1/50	"	8.21
SF. 14	"	1/40	"	3.50
SF. 15	"	1/40	"	8.12
FS. 1	"	1/200	F→S	16.07
FS. 2	"	1/100	"	4.31
FS. 3	"	1/100	"	16.07
FS. 4	"	1/40	"	4.31
FS. 5	"	1/40	"	16.07
FS. 6	"	1/400	"	3.50
FS. 7	"	1/400	"	8.12
FS. 8	"	1/200	"	3.50
FS. 9	"	1/200	"	8.12
FS. 10	"	1/100	"	3.50
FS. 11	"	1/100	"	8.12
FS. 12	"	1/50	"	3.06
FS. 13	"	1/50	"	8.21
FS. 14	"	1/40	"	3.50
FS. 15	"	1/40	"	8.12

* P: 6脚ブロック粗度、R: 半球ブロック粗度、
F: ホロースケア粗度、S: 滑面粗度

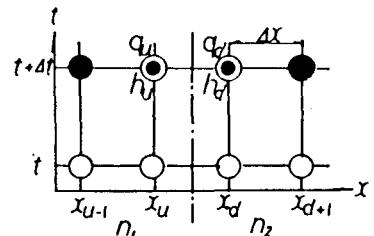


図-2 粗度変化点での計算格子とControl Volume

4. 粗度急変流の遷移形態と水面形

4.1 遷移形態の分類

図-3は、6脚ブロック、半球ブロック、ホロースケアと滑面路床との粗度急変に伴う流れの遷移を流量 Q -河床勾配 i 平面上で示したものである。流れの遷移形態は、滑面及び各粗面路床の限界勾配、 i_s （破線）及び i_R （一点鎖線）によって、滑面→粗面、粗面→滑面それぞれについて次の3つに分類される。

- a) 遷移形態Ⅰ：河床勾配が滑面の限界勾配より小さい場合、即ち、滑面上の等流水深が限界水深より大きい場合で、流れは滑面、粗面ともに常流となる。
- b) 遷移形態Ⅱ：河床勾配が滑面の限界勾配より大きく、粗面の限界勾配より小さい場合で、流れは滑面では射流、粗面では常流となる。
- c) 遷移形態Ⅲ：河床勾配が粗面の限界勾配より大きく、流れは滑面、粗面ともに射流となる。

4.2 遷移水面形と底面粗度の影響

図-4は、粗面路床が半球粗度及びホロースケアの場合の遷移水面形状について、上記の分類に従って各遷移形態の代表例を示したもので、図中の実線は限界水深である。図より、次のことが言える。

(1) 滑面→粗面の場合：遷移形態Ⅰでは、水深の変化は小さく、水面は滑面上での堰上げ背水曲線から下流粗面での等流状態へと滑らかに遷移している。相対水深が大きく、水面形は粗面路床の形状にほとんど影響を受けない。遷移形態Ⅱでは、流れは射流から常流へと遷移し、粗度変化点近傍で弱い波状跳水が生じる。滑面→半球粗度の場合、跳水の位置は、粗度変化点より下流にシフトしているが、跳水区間はともに下流水深の15～20倍であり、一般に用いられる予測式よりもかなり大きい。遷移形態Ⅲにおいては、上流部、下流部ともに射流となり、上流粗度上の等流水深から下流粗度上の等流水深へと短い区間で水深が大きく変化する。特に、滑面→ホロースケアの場合には、滑面上の速い流れが突出したイボ型粗度要素に衝突し、粗度変化点では大きなエネルギー損失を伴って水深は急激に増加している。

(2) 粗面→滑面の場合：遷移形態Ⅰでは、粗面での遅い流れが滑面上で加速され、フルード数が1に近づくため流れは不安定となり、粗度変化点下流で水面の波打ちが見られる。滑面→粗面の場合と同じく、粗面路床の違いによる差異はほとんど見られない。遷移形態Ⅱについては、遷移形態Ⅰの場合とは異なり、粗面路床の形状及び滑面との接続の状態によって水面形は大きく変化する。半球粗度→滑面では、流れが常流から射流へと遷移する過程で水深は粗度変化点の上流側で一旦大きく増加し、その後急激に減少しているのに対し、ホロースケア→滑面の場合には、上流側で大きな堰上げは見られない。これは、各粗面路床の基面の取り方に起因するものと思われる。即ち、半球ブロックではその頂面を、ホロースケアではイボ要素の底面をそれぞれ基面と仮定しているが、厳密には、基面は粗度要素の頂面と底面の中間に存在するはず³⁾であって、粗度変化点において半球ブロック→滑面では上方へ、ホロースケア→滑面では下方へ、それぞれ基面位置が移動することになる。それに加えて、Run RS.2（半球ブロック→滑面）では、滑面の高さが粗度変化点で半球の頂面より約2mm高くなっており、これが段上がり効果を助長させる結果となって上で述べたような粗度変化点直上流部での水面の堰上げが生じたものと考えられる。遷移形態Ⅲについては、遷移水面形は遷移形態Ⅱの場合ほど大きな違いは見られず、ともに粗度変化点上流でわずかに水位が上昇した後、下に凸な低下背水曲線となって滑面等流水深に漸近する。

図-5は、全ての実験について、その区間内で水面形の遷移がほぼ完了すると判断される粗度変化点から下流1mと上流0.5mの位置での水深比 h_2/h_1 と、上流部フルード数 $F_{r1} \equiv q/\sqrt{gh_1^3}$ との関係を示したものである。滑面→粗面の遷移形態Ⅰでは、水深比 h_2/h_1 はフルード数に対して変化せずほぼ一定値（ $h_2/h_1=1.1$ ）をとる。 F_{r1} が1を越えると跳水が生じるため、遷移形態Ⅱの h_2/h_1 は破線で示した共役水深の関係を保ちながら F_{r1} に比例して増加している。遷移形態Ⅲでは、 h_2/h_1 は F_{r1} に関係なく一定となり、その値は粗度変化点上・下流の粗度係数比 n_1/n_2 の $-3/5$ 乗に等しい。逆に粗面→滑面の場合には、 h_2/h_1 は F_{r1} が増加するに従って減少し、 F_{r1} が1を越える遷移形態Ⅲでは一定値となる。

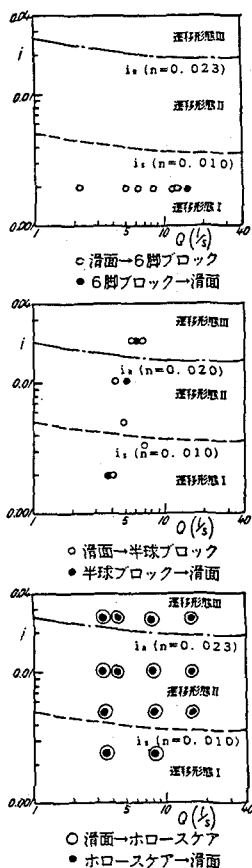


図-3 流れの遷移形態の分類

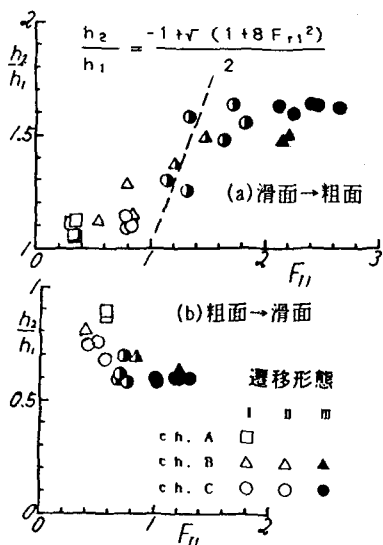


図-5 粗度変化点上・下流の水深比とフルード数との関係

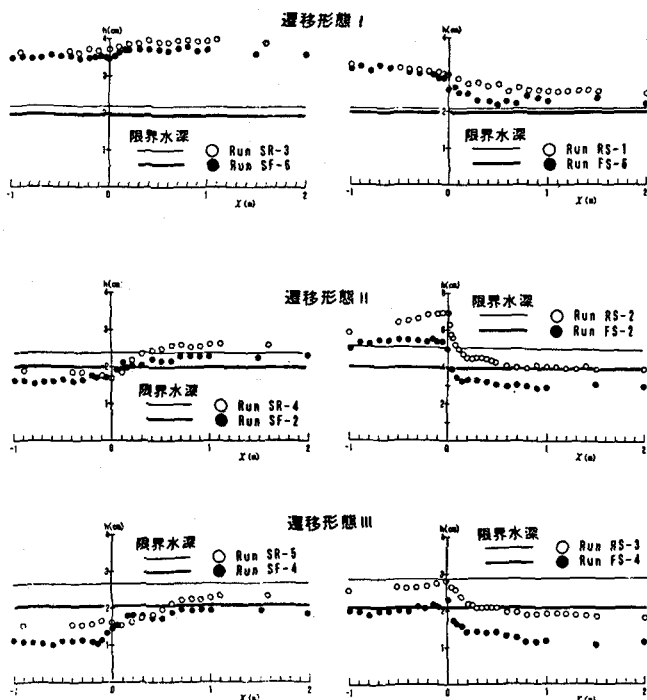


図-4 遷移水面形状 (左側：滑面→粗面、右側：粗面→滑面)

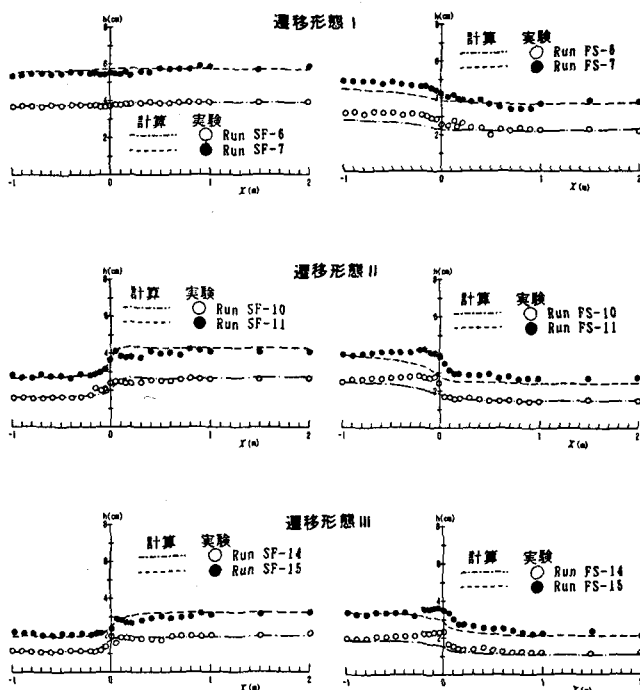


図-6 遷移水面形状の実験結果と計算結果の比較

4.3 計算結果と実験結果の比較

図-6は、粗面路床がホロスケアである場合について、2段階LAX-WENDROFF法を用いた水面形の計算結果を実験結果と比較したものである。但し、跳水が生じるケース（Run. SF-10及びSF-11）においては、粗度変化点近傍で解が数値的に振動したので3点移動平均法により平滑化している。計算結果は、滑面→粗面の場合には各遷移形態とも実験結果とよく一致しており、十分実用的であると考えられるが、粗面→滑面の場合には、急変点付近から上流にかけていずれも実験値よりもかなり小さくなっている。特に、遷移形態Ⅱ及びⅢにおける粗度変化点上流での堰上げとその後の急激な水面の低下は計算では再現されず、今後粗面から滑面に変化する場合のエネルギー損失のメカニズムを明確にした上で、さらに検討する必要がある。

5 乱れの遷移長さ

図-7は、 $k \sim \varepsilon$ モデルによる粗度急変部の流れのシミュレーションの結果から、滑面→粗面の場合について乱れエネルギー k の粗度変化点からの全変化量 Δk に対する各位置での変化量 Δk_i の比 m （ $= \Delta k_i / \Delta k$ ）を底面からの相対距離 $z/h_2 = 0.15, 0.25, 0.5$ 及び 0.9 について求め、それらの流下方向の変化を示したものである。ここで、 x は粗度変化点からの流下距離である。図より乱れエネルギー k は、粗度変化点通過後に底面から変化し、各曲線ともなめらかなS字型のカーブを描きながら下流粗度上の平衡値に達している様子がうかがえる。村重ら⁴⁾が示したように、粗度変化後の下流粗度による渦の拡散領域を内部境界層と定義すれば、各曲線について k の値が変化しはじめる流下距離は、粗度変化後に内部境界層厚が各 z/h_2 の高さに到達するのに必要な距離と考えられる。中川ら⁵⁾は、この内部境界層が水面に達する距離を乱れエネルギーの遷移区間として捉えているが、その後も乱れエネルギーは流下方向に変化するので、完全に遷移が終了するまでに必要な遷移区間は、むしろ、水面において乱れエネルギーが流下方向に変化しなくなるまでの距離として定義すべきであろう。しかしながら、実験結果からその位置を明確に判断するのは困難であるので、図-7より、各 z/h_2 について、 k の変化比 m が $m=0.02$ 及び $m=0.9$ に達するまでの流下距離をそれぞれ内部境界層の発達開始距離 L_0 及び遷移区間長 L_k として定義し、計算及び実験結果から L_0 と L_k を検討した。その結果が図-8であって、同図には、Elliott⁶⁾による内部境界層の解析解（一点鎖線）及び村重ら⁴⁾による計算結果（二点鎖線）も示されている。内部境界層の発達に関してこれらと比較すれば、Elliott及び村重らによる計算結果では、内部境界層は実験値よりかなり早く水面に達しており、本解析が最もよく実験結果と一致しているようである。また、 L_k についても $k \sim \varepsilon$ モデルによる計算結果は、実験結果とよく対応している。

図-9は、計算及び実験結果より求めた乱れの遷移長 L_{ks} （水面での L_k の値）を下流部等流水深 h_2 で無次元化し、上・下流の粗度係数比 n_1/n_2 で整理したものであり、棧型粗度を用いた神田⁷⁾の実験結果も併記している。図より、

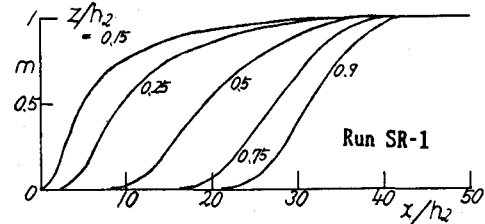


図-7 乱れエネルギーの遷移

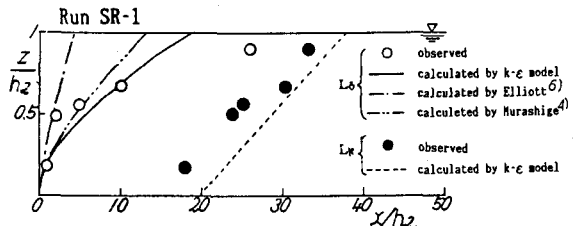


図-8 乱れエネルギーに関する内部境界層の発達と遷移長

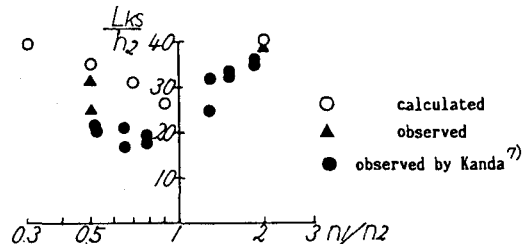


図-9 粗度係数比と乱れの遷移長との関係

$n_1 > n_2$ すなわち粗から滑の場合には $n_1 < n_2$ の場合よりも長い遷移区間が必要であり、 n_1/n_2 が1に近づくほど L_{ks}/h_2 は減少している。実験データが水面より5～8mm下方でしか得られないことから、計算結果では、実験結果に比較して遷移長は大きくなっており、この傾向は特に $n_1 < n_2$ の場合により顕著である。

6. おわりに

本研究では、開水路底面粗度急変水路において粗度要素、流量及び河床勾配を変化させた実験ならびに数値解析を行い、それらが遷移水面形に及ぼす影響について考察するとともに、乱れの遷移長に関して検討を加えた。得られた結果を要約すれば次のようである。

(1) 水面形の遷移形態は、流れの状態によって遷移形態Ⅰ(滑面、粗面ともに常流)、遷移形態Ⅱ(滑面では射流、粗面では常流)および遷移形態Ⅲ(ともに射流)の3つに分類される。遷移形態Ⅰでは、水深の変化は小さく水面は滑らかに遷移する。遷移形態Ⅱにおいては、粗度変化点で支配断面が現れ、粗面→滑面の場合は常流から射流へと遷移し、滑面→粗面の場合は跳水を伴って射流から常流へ遷移する。このとき、粗度変化点上・下流では、ほぼ共役水深の関係が成立し、水深比はフルード数とともに増加する。遷移形態Ⅲは、射流から射流へ遷移する場合であって、粗度変化点の上・下流ともに各底面粗度に対応した等流状態が得られており、水深は短区間で大きく変化するが、上・下流の水深比は、フルード数には影響されず、ほぼ一定値を取る。また、相対水深の小さい遷移形態Ⅱ及びⅢでは、粗面の基面と滑面との相対的なずれや粗面路床の幾何形状による段落ち及び段上がり効果によって、粗度変化点近傍で局所的な堰上げが生じる場合がある。2段階LAX-WENDROFF法による不等流計算の結果は、滑面→粗面の場合において実験の水面形と良好に一致し、その有用性が確かめられた。

(2) 十分に発達した乱流境界層が異なる底面粗度上を流下するとき、流れは粗度の急変に伴って底面より変化し、下流粗度に対応した内部境界層が形成される。内部境界層を下流粗度による渦の拡散領域と考えると、乱れエネルギーに関してその遷移長が定義される。即ち、底面から z の高さにおいて、粗度変化点から乱れエネルギーが流下方向に変化し始めるまで距離を内部境界層の発達距離 L_b 、その遷移が完了するまでの区間を遷移長 L_k と定義し、実験結果及び $k-\varepsilon$ モデルによる数値解析から評価した結果は図-8のようであり、両者はよく一致している。また、乱れ遷移が完了するまでの遷移区間 L_{ks} は、 $n_1 > n_2$ すなわち粗から滑の場合には $n_1 < n_2$ の場合よりも長く、共に n_1/n_2 が1に近づくほど減少する。

最後に、実験及びデータ整理に協力して頂いた明石工業高等専門学校学生、末吉寿明君に感謝します。

【参考文献】

- 1) 神田佳一・村本嘉雄・藤田裕一郎：開水路底面粗度急変部の乱流構造、第33回水理講演会論文集、1982、pp. 499-504.
- 2) Constantine V. Bellos・John G. Sakkas：1-D Dam-Break Flood-Wave Propagation on Dry Bed, Journal of Hydraulic Engineering, Vol. 113, No. 12, 1987, pp. 1510-1524.
- 3) 足立昭平：人工粗度の実験的研究、土木学会論文報告集、第104号、1964、pp. 33-44.
- 4) 村重 宏・高梨史郎・吉川秀夫：粗度急変流内部の底面せん断力算定、土木学会論文報告集、第369号、1986、pp. 33-41.
- 5) 中川博次・瀬津家久・川篤信哉・瀬谷和彦・鈴木康弘：開水路粗度急変流における平均流構造に関する実験、平成元年度関西支部年次学術講演概要集、Ⅱ-8、1989.
- 6) Elliott William P.：The Growth of the Atmospheric Internal Boundary Layer, Trans. American Geophysical Union, Vol. 39, No. 6, 1958, pp. 1048-1054.
- 7) 神田佳一：開水路における粗度急変による流れの遷移機構、豊橋技術科学大学修士論文、1987、pp. 27-38.