

粗面上に突出した球に作用する流体力

Fluid Force Acting on Sphere Protruding from Rough Boundary

徳島大学工学部 ○岡部健士 Takeshi OKABE  
 同上 中野 晋 Susumu NAKANO  
 同上 吉田 弘 Hiromu YOSHIDA

The drag and lift forces acting on spheres protruding from a rough boundary are directly measured. The flow velocity at the top level of a sphere is most pertinent as the relative velocity to the drag and lift coefficients,  $C_D$  and  $C_L$ .  $C_D$  is constant at 0.4 in deep flows, whereas it is affected by the depth in shallow flows.  $C_L$  is about 0.08. The non-dimensional standard deviation of drag fluctuation varies with the protrusion ratio; however that of lift is roughly constant at 0.4. The probability density and the autocorrelation are well approximated with Gaussian and exponential functions, respectively. The fluctuations of the drag and lift forces are not greatly correlated.

Keywords: drag force, lift force, sphere, fluctuation.

1. まえがき

アーマールコート<sup>1)</sup>の形成や破壊を伴う流砂現象の予測においては、河床材料中の粗粒成分の粒径別移動限界を精度良く推定することが肝要である。混合砂礫の粒径別移動限界の問題は古くから研究されて来ており、Egiazaroffをはじめとして幾つかの予測式が提案されている。ただし、従来の諸式には、とくに河床の低下過程において、注目する粒径と平均粒径の比がおよそ2を越えると、その粒径別移動限界掃流力を過大に評価する傾向が認められる。<sup>1)</sup> この理由は、そのような大きい径の粒子（以下、簡単のために大径礫と呼ぶ）の露出状態は河床の変動履歴によってかなり変化し、これに伴って初動条件も変化するのであるが、従来の諸式はそれに対応できる形式になっていないためである。したがって、今後は、大径礫の露出状態を考慮した移動限界の予測法を検討してゆく必要がある。

本研究は、以上のような大径礫の移動限界に関する研究の第一歩として、粗面上に突出した大径の砂礫に作用する流体力とその露出度の関係を実験的に把握しようとしたものである。すなわち、まず、大径礫を球でモデル化し、これをビー玉を敷き詰めた粗面から種々の露出度で突出させ、相対水深が小さい水理条件下において、作用する流体力の抗力成分と揚力成分を同時に直接計測した。このようにして得られた資料に基づき、2成分の時間平均値ならびに時間変動値の特性、さらには両者の同時生起確率特性などと露出度との関係を詳細に分析した。

2. 実験概要

実験には、長さ7.0m、幅40cmの長方形断面・可変勾配水路を使用した。実験にあたっては、まず、水路床を合板で約10cm程度底上げし、この上に直径12mmのビー玉を一層だけ最密状態に敷き詰めて粗面河床のモデルとした。ついで、水路下流端から約2.5mの位置において、図-1に示すような要領で大径礫をモデル化した試験球を吊し、球の直径を基準にした相対水深が比較的小さい定常等流を通水しつつ、作用する流体力の抗力および揚力成分を定格最大荷重 500gfの3成分微小荷重計（日章電気・LMC-3501）を用いて連続計測した。計測時間は約3分とし、荷重計の出力は直流アンプで増幅したのち、AD変換をほどこし、サンプリング周波数50Hzで収録した。なお、図-1に示された、礫モデルの球の下方の石膏は、モデルの下に潜り込む流れの影響を極力少なくすることを目的としたものであつて、球を所定の高さから0.5~1.0mm下げた状態で打設し、その硬化を待つて球を所定の位置に戻して通水した。

試験球の直径  $d$  としては、30mm、40mm および 50mm の 3 種を採用し、それぞれについて露出度（後述する粗面の水理的理論河床から球の頂点までの高さ  $He$  と球の直径  $d$  との比）を 0.5 から 1.0 の間で 0.1 刻みで 6 種に変化させた。また、流れの水深  $h$  は、試験球ごとに 3 種づつ、相対水深  $h/d$  が 1.0、1.5 および 2.0 となるように設定した。

なお、本実験に先立ち、ビー玉粗面の抵抗特性を調べた結果を図-2 に示している。これは、直径 2mm のピトー管で計測した流速分布を片対数紙上に整理したものであって、 $u$  は摩擦速度、 $z$  はビー玉頂点からの高さ、 $\Delta z$  理論河床にかかわる  $z$  の修正値であり、作図においては、 $\Delta z = 2.0\text{mm}$  としている。

図-2 より、本実験のビー玉粗面の理論河床はビー玉の頂点から 2mm 下方に置くのが適当で、この場合に、次式で定義される相当砂粒粗度  $k_s$  は 0.8cm になることがわかる。

$$u/u_* = 5.75 \log_{10} \left\{ (z + \Delta z) / k_s \right\} + 8.5 \quad (1)$$

本実験の流れの水理条件と計測された抗力と揚力の時間平均値を、本文末尾の付表-1~3 に取りまとめて示している。

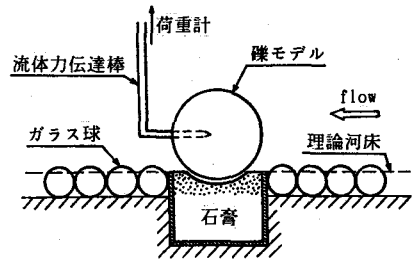


図-1 試験球の設置状況

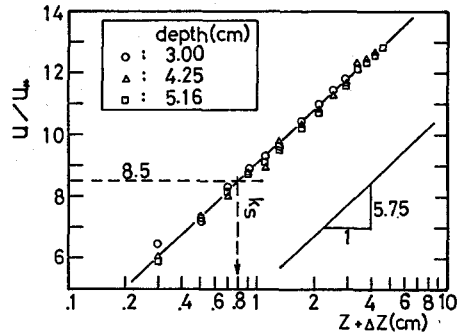


図-2 ビー玉粗面上の流速分布

### 3. 抗力と揚力の時間平均値

流れの中に単独で固定された物体に作用する抗力と揚力の時間平均値  $\bar{D}$  および  $\bar{L}$  は、一般に次式のように表示される。

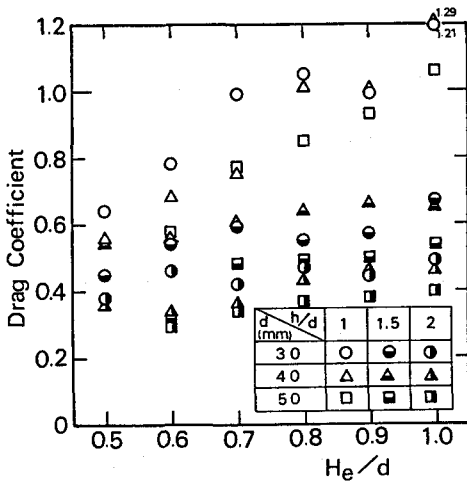
$$\bar{D} = 1/2 \cdot \rho C_D A_D U_D^2 \quad (2)$$

$$\bar{L} = 1/2 \cdot \rho C_L A_L U_L^2 \quad (3)$$

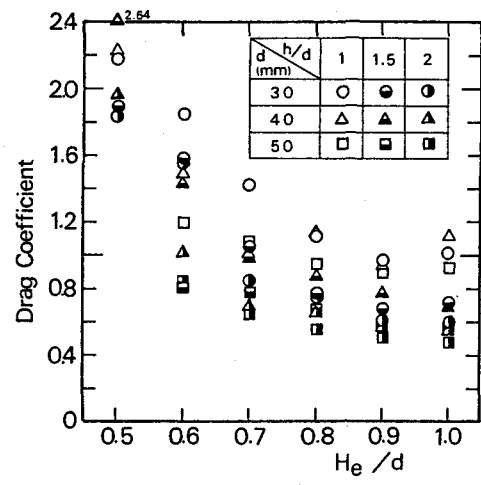
ここに、 $\rho$  は流体の密度、 $A_D$  および  $A_L$  は物体の有効面積で、それぞれ流れ方向および流れに直交する方向への投影面積、 $U_D$  および  $U_L$  は  $\bar{D}$  と  $\bar{L}$  の基準流速、 $C_D$  および  $C_L$  は抗力係数および揚力係数である。ところで、本研究が対象としているような開水路乱流中の流体力に関しては、基準流速の選定方法と抗力・揚力係数の特性把握が重要な課題であり、従来より数多くの実験成果が報告されている。<sup>2)~9)</sup> 基準流速としては、流れの断面平均流速、物体の重心（中心）の高さあるいはその頂点の高さの流速などがよく採用されている。また、 $C_D$  および  $C_L$  の値については、物体の形状や基準流速と物体の代表径に基づく Reynolds 数はもとより、流れの相対水深、Froude 数、流れの乱れなどによっても、それらの値が変化することが報告されている。ただし、この種の研究が必ずしも系統的なプログラムに従って行われて来てはいないこともあって、物体を球に限ったとしても、既存の知見だけでは十分とは言えない。

さて、図-3 (a) ~ (d) は、基準流速の選び方を、流れの断面平均流速  $U_m$ 、球の中心の高さの流速  $U_c$ 、球の頂点の高さの流速  $U_t$  および流れの表面流速  $U_s$  の 4 通りに変えながら、各々に対する抗力係数の実験値と露出度との関係を調べたものである。このとき、 $U_c$ 、 $U_t$  および  $U_s$  は、いずれも (1) 式を用いて算定し、 $A_D$  の値は、理論河床より上方に出ている部分について算定した。なお、 $U_c$  の計算において、 $He/d = 0$  の場合には (1) 式の  $z + \Delta z$  が 0 となって計算不能になるが、この場合には  $z + \Delta z = 0.2\text{cm}$  の高さ、すなわちビー玉の頂点の高さに対して計算される流速を代用した。

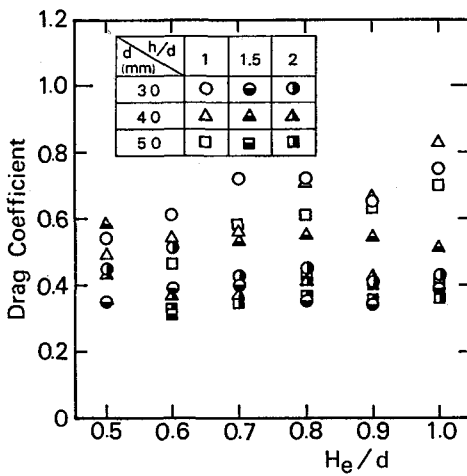
当然のことながら、基準流速の選び方は抗力係数の特性に支配的な影響を及ぼす。とくに、 $U_c$  を用いて求められた  $C_D$  と  $He/d$  との関係は、残りの 3 者を用いる場合に比べて変化の傾向が逆転している。基準流速をいずれかに固定した場合にも、 $C_D$  と  $He/d$  の関係は主として相対水深  $h/d$  の値によってかなり大きく



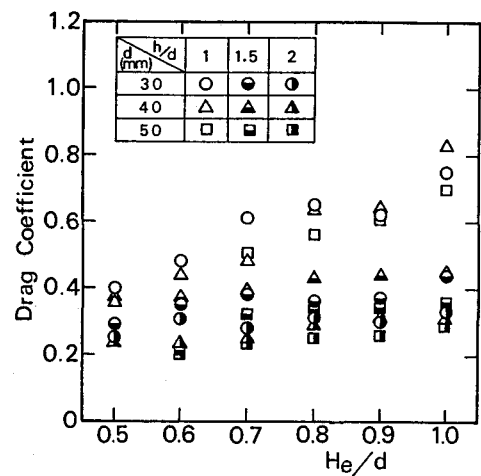
(a) 流れの断面平均流速を用いる場合



(b) 球中心高さの流速を用いる場合



(c) 球頂点の高さの流速を用いる場合



(d) 流れの表面流速を用いる場合

図-3 種々の基準流速に対する抗力係数と露出度の関係

変化している。  $h/d$  による変化はその値が 1.5 以下で、 $he/d$  が 1 に比較的近い条件下で顕著であることより、その原因は球の直上流の水面の局所的な堰上げにあると判断できる。また、基準流速として  $U_m$  および  $U_c$  を用いた場合には、 $C_D$  が球の直径  $d$  によっても異なる傾向がかなり明瞭に現れている。このように、 $C_D$  は極めて複雑な特性を呈するのであるが、工学的な立場からは、その全容を解明してもほとんど意味がなく、 $C_D$  の特性ができるだけ単純な形式で定量表示されれば十分である。このような観点より図-3 に示された本実験の結果を比較・検討すれば、基準流速としては  $U_t$  を選ぶのが最も好都合であるとの結論に達するであろう。そして、この場合、 $h/d$  がおおむね 1.5 以上ならば、 $h/d$  や  $He/d$  などにほとんど関係なく  $C_D = 0.4$  としてよいようである。また、 $h/d$  が 1.5 以下で 1 以上の範囲では、 $C_D$  は  $He/d$  の増加に対してほぼ直線的に増加する。その勾配は  $h/d$  が小さいほど大きくなるものと思われるが、両者の関係を定量的に把握するためには、さらに実験資料を追加する必要がある。

つぎに、揚力について考察する。図-4 は、基準流速として球の頂点の高さの流速を用いて揚力係数を計算し、これと  $He/d$  の関係をプロットしたものである。ただし、 $h/d = 1$  で  $He/d = 0.9$  および 1.0 の実験結果は、通水中に球の頂部が水表面上に露出し、浮力成分の的確な評価ができなかったため削除している。

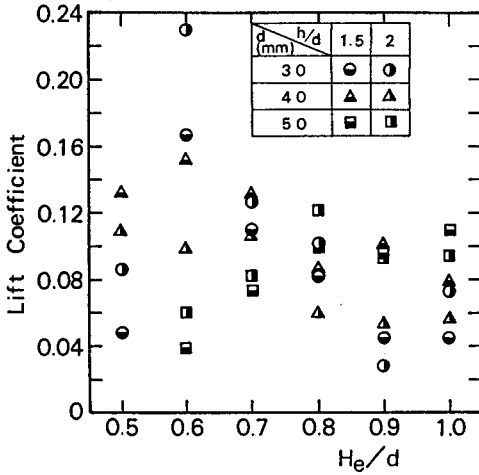


図-4 揚力係数と露出度

揚力は、値そのものがかなり小さいことや、球の下方に潜り込む流れの影響を強く受けるために計測値に大きいバラツキが出ている。概括的には、 $C_L$ が $He/d$ の増加に対して減少する傾向が認められるが、 $h/d$ や $d$ などの影響については言及できない。一方、図-5には抗力・揚力比 $\bar{D}/\bar{L}$ の特性を示している。図中には、吉川<sup>7)</sup>らの実測結果も付記しているが、これと著者らの結果はほぼ一致している。

また、 $h/d=1$ の実験結果の一部を除き、 $\bar{L}/\bar{D}$ は $He/d$ が0.5の付近では0.5程度であり、それが1に近付いてゆくとかなり急速に減少し、 $He/d$ がおおむね0.8以上になると、ほぼ0.2の一定値になっている。なお、本実験に関する限り、 $\bar{L}/\bar{D}$ と $He/d$ の関係は $h/d$ や $d$ などとは無関係のようである。

#### 4. 流体力の変動特性

##### 4.1 変動係数と変動値の確率分布

はじめに変動係数について述べる。図-6および図-7に、抗力と揚力の変動係数の実験結果を示している。ただし、図-7において、 $h/d=1.0$ の場合の描点はあまりにもバラツキが大きいので削除している。

まず図-6に注目すると、抗力の変動係数 $\eta_D$ は $He/d$ の増加とともに緩やかに減少するとともに、同一の $He/d$ に対する $\eta_D$ は $h/d$ が大きいほど大きくなる傾向が認められる。

ところで、球の $\eta_D$ と $He/d$ の関係については中川<sup>2)</sup>らおよび吉川<sup>7)</sup>らが、それぞれ開水路および風洞で実施した実験の結果を紹介している。両者の結果と著者らのものは、定性的には一致していると言えるが、中川および吉川らの計測では $\eta_D$ が0.2~0.4の範囲であったのに対して、著者らの計測では0.1~0.3とかなり小さい値が得られている。とくに中川らの実験が著者らのものよりかなり大きい $h/d$ の条件下で行われたこと、ならびに図-6の結果などから判断すると、 $\eta_D$ は $h/d$ が1程度から増加していくと、初めのうちは $h/d$ の変化に対してかなり敏感に対応して増加し、おそらく $h/d$ が3~4程度を越えるあたりから、

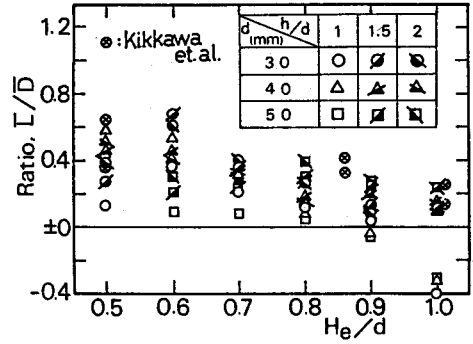


図-5 揚力と抗力の比と露出度

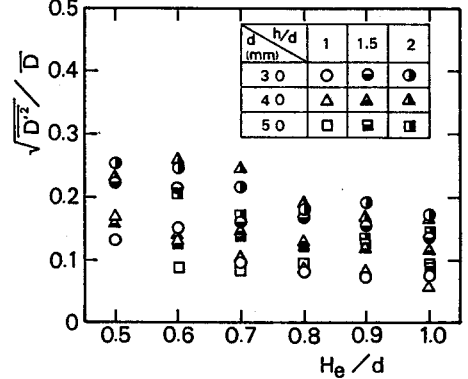


図-6 抗力の変動係数

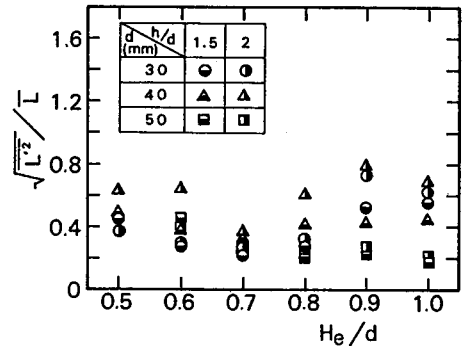


図-7 揚力の変動係数

He/dによって決まるある値に漸近するものと推察される。

一方、図-7に示された揚力の変動係数  $\eta_L$  には、 $\eta_D$ に見られたような系統的な変化特性は認められず、描点は、平均値約 0.4のまわりにランダムに分散している。ただし、 $\bar{L}$ のバラツキが著しく、本図の結果には信頼性の問題が残されているので、今後再検討を要する。

つぎに、流体力の変動値の確率分布について述べる。

図-8(a)および(b)は、それぞれ抗力と揚力について、標準偏差で無次元化した時間変動値  $D'/\sigma_D$  ならびに  $L'/\sigma_L$  の確率分布の代表例を棒グラフで示すとともに、実線で描かれた正規分布曲線と比較したものである。なお、これら以外の確率分布図とここに示されたものとの間に本質的な相違は認められなかった。さて、Chen<sup>8)</sup>あるいは吉川<sup>7)</sup>らなど既往の実験結果と同様に、流体力の確率分布は正規分布にかなりよく従うことを再確認することができる。

もちろん、詳細に検討すると、本実験の場合、Skewnessの平均値が約 0.2、Flatnessの平均値が、抗力および揚力においてそれぞれ約 2.8および 3.2となっているなど、ある程度の相違は認められるのであるが、これは主として無次元変動値が 0 近いか、これより小さい領域での相違によるものであって、少なくとも移動限界に関する限り重視する必要がないように思われる。

#### 4.2 自己相関と相互相関

図-9は、B3シリーズ ( $d=40\text{mm}$ ) の実験資料のうち、 $He/d=0.5$ および  $1.0$ の露出条件について、抗力ならびに揚力の時間変動値の自己相関係数  $R_D$  および  $R_L$  とブラシ時間  $\tau$  の関係を示したものである。  $R_D$ 、 $R_L$ ともに、 $\tau$ が小さい領域では指数関数的に低減し、 $\tau$ がある程度大きくなると周期的に変化している。 $R_D$ と  $R_L$ の対比を行うと、露出度  $He/d=0.5$ の場合には両者がほとんど一致しているのに対して、 $He/d=1.0$ の場合には極めて顕著な相違が現れ、 $R_L$ は  $\tau$ の増加に従い  $R_D$ よりも著しく急激に低減している。なお、 $R_D$ と  $\tau$ の関係は、 $He/d$ が変わってもほとんど変化していない。

このような傾向は本実験の他のシリーズにおいてもほとんど例外なく認められた。この理由は、球の下流側に形成され、流体力の特性のかなりな部分を支配するwake(後流)の効果が、 $He/d$ が 1に近い場合の揚力にはほとんど発揮されないためと思われる。図-10は、抗力と揚力の変動値の同時・相互相関係数  $R_{DL}$ と  $He/d$ の関係を示したものである。描点のバラツキはあるが、 $R_{DL}$ は  $He/d$ が小さい場合でも高々 0.6程度で、さほど大きくはなく、しかも  $He/d$ が 1に近付くにつれてさらに小さくなり、ほとんど無相関の状態になっている。この結果ならびに前述した揚

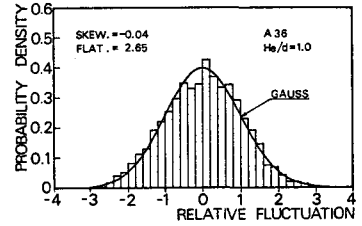


図-8(a) 抗力変動の確率分布

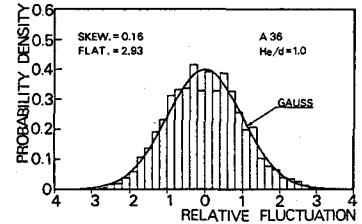


図-8(b) 揚力変動の確率分布

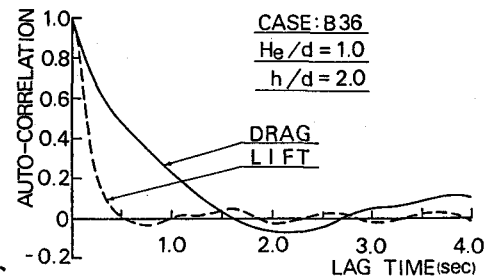
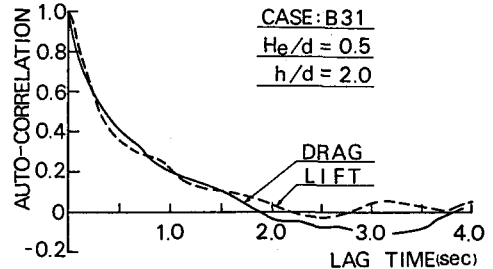


図-9 抗力と揚力の自己相関係数

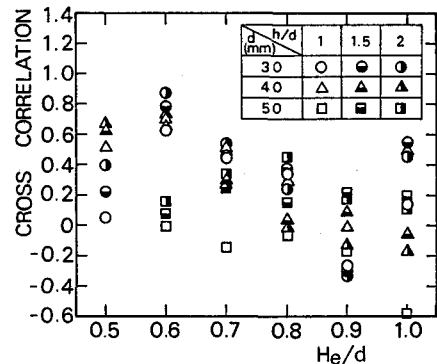


図-10 抗力と揚力の同時・相互相関係数

力の時間平均値やその変動係数の特性などから総合的に判断すれば、大粒径の移動限界との関連では、揚力の時間変動までは考慮するに及ばないと言えよう。

#### 4.3 大きい抗力の作用時間と力積

一般に、砂礫の移動限界条件式は停止砂礫に作用する抵抗抗力との釣り合条件下で導かれている。しかし、粒子が大きくなると、離脱にある程度の時間を要するので、厳密には、例えば辻本やHansenらの流砂量に対する考え方<sup>10)</sup>と同様に、砂礫運動に関わる流体力の継続性を考慮する必要がある。このような観点より、主な駆動力である抗力の変動値  $\bar{D}$  の時系列資料において、 $\bar{D}$  が適当なしきい値  $D_t$  を継続して越える期間に着目し、各期間内における超過抗力 (=  $\bar{D} - D_t$ ) の力積  $Me$  とその再現時間間隔  $Td$  を、逐次求めた。図-1.1は、AおよびBシリーズの実験について、単位時間当たりの超過抗力力積 ( $Me$  の時間平均値  $\bar{Me}$  を  $Td$  の時間平均  $\bar{Td}$  で除したもの) と  $D_t$  との関係を示したものである。ともに  $\sigma_D$  で標準化した場合、両者の間にはある程度普遍的な関係があるように思われる。

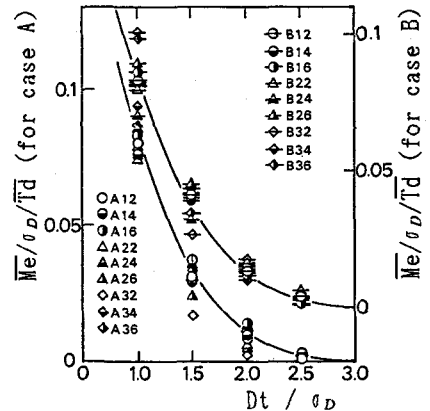


図-1.1 超過抗力の平均力積

図-1.1は、AおよびBシリーズの実験について、単位時間当たりの超過抗力力積 ( $Me$  の時間平均値  $\bar{Me}$  を  $Td$  の時間平均  $\bar{Td}$  で除したもの) と  $D_t$  との関係を示したものである。ともに  $\sigma_D$  で標準化した場合、両者の間にはある程度普遍的な関係があるように思われる。

#### 5. あとがき

以上、本文では、混合砂礫床の粗粒成分の粒径別移動限界式に関する研究の基礎とするために行った、流体力計測実験の結果を報告した。今後は、データの質・量面の向上に努めるとともに、これらの成果を十分に反映させた移動限界式の誘導を試みるつもりである。

#### 【参考文献】

- 1) 道上・鈴木: 土木学会論文集, 第399号, 1988, 95-104.
- 2) Flammer et al.: ASCE, HY7, 1970, 1485-1502.
- 3) Aksoy: 15th Cong. of IAHR, VOL.1, 1973, 217-224.
- 4) 中川・辻本・細川: 第23回水講論文集, 1979, 323-330.
- 5) 久保田・水原・武居: 新砂防, 114号, 1980, 27-36.
- 6) 神田・鈴木: 土木学会論文集, 第357号, 1985, 65-74.
- 7) 吉川・植松ほか: 土木学会論文集, 第399号, 1988, 47-54.
- 8) Cheng: Ph.D. Thesis, Utah Univ., 1969, 74-113.
- 9) 細川: 京都大学修士論文, 第2章, 1979, 3-21.
- 10) 辻本: 京都大学博士論文, 第3章, 1978, 45-68.

付表-1

Sphere: d=30mm, Bed Slope = 1/400						
Run No.	Discharge (ℓ/sec)	Depth (cm)	He (cm)	Drag (grf)	Lift (grf)	
A11	3.31	3.00	1.5	0.73	0.09	
A12	3.31	3.00	1.8	1.12	0.41	
A13	3.31	3.00	2.1	1.69	0.37	
A14	3.31	3.00	2.4	2.07	0.24	
A15	3.31	3.00	2.7	2.16	0.08	
A16	3.31	3.00	3.0	2.78	---	
A21	6.08	4.50	1.5	0.95	0.26	
A22	6.08	4.50	1.8	1.43	0.98	
A23	6.08	4.50	2.1	1.87	0.69	
A24	6.08	4.50	2.4	2.01	0.55	
A25	6.08	4.50	2.7	2.30	0.32	
A26	6.08	4.50	3.0	2.85	0.33	
A31	9.77	6.00	1.5	1.22	0.47	
A32	9.77	6.00	1.8	1.87	1.34	
A33	9.77	6.00	2.1	2.01	0.80	
A34	9.77	6.00	2.4	2.60	0.68	
A35	9.77	6.00	2.7	2.71	0.20	
A36	9.77	6.00	3.0	3.16	0.36	

付表-2

Sphere: d=40mm, Bed Slope = 1/400						
Run No.	Discharge (ℓ/sec)	Depth (cm)	He (cm)	Drag (grf)	Lift (grf)	
B11	4.90	4.00	2.0	1.78	1.03	
B12	4.90	4.00	2.4	2.69	1.42	
B13	4.90	4.00	2.8	3.54	1.12	
B14	4.90	4.00	3.2	5.44	0.43	
B15	4.90	4.00	3.6	5.93	---	
B16	4.90	4.00	4.0	8.15	---	
B21	9.97	6.00	2.0	3.15	1.44	
B22	9.97	6.00	2.4	3.96	1.81	
B23	9.97	6.00	2.8	5.03	1.66	
B24	9.97	6.00	3.2	6.32	1.16	
B25	9.97	6.00	3.6	7.20	1.43	
B26	9.97	6.00	4.0	7.54	1.15	
B31	17.12	8.00	2.0	3.14	1.59	
B32	17.12	8.00	2.4	3.73	1.57	
B33	17.12	8.00	2.8	4.71	1.80	
B34	17.12	8.00	3.2	6.38	1.08	
B35	17.12	8.00	3.6	7.30	1.00	
B36	17.12	8.00	4.0	7.95	1.10	

付表-3

Sphere: d=50mm, Bed Slope = 1/800						
Run No.	Discharge (ℓ/sec)	Depth (cm)	He (cm)	Drag (grf)	Lift (grf)	
C11	---	---	---	---	---	
C12	4.75	5.00	3.0	2.45	0.23	
C13	4.75	5.00	3.5	3.96	0.36	
C14	4.75	5.00	4.0	5.01	0.20	
C15	4.75	5.00	4.5	6.02	---	
C16	4.75	5.00	5.0	7.27	---	
C21	---	---	---	---	---	
C22	9.50	7.50	3.0	2.47	0.50	
C23	9.50	7.50	3.5	4.39	1.00	
C24	9.50	7.50	4.0	5.24	1.45	
C25	9.50	7.50	4.5	5.85	1.51	
C26	9.50	7.50	5.0	6.64	1.71	
C31	---	---	---	---	---	
C32	17.70	10.0	3.0	3.42	1.03	
C33	17.70	10.0	3.5	4.75	1.49	
C34	17.70	10.0	4.0	5.83	2.33	
C35	17.70	10.0	4.5	6.73	1.93	
C36	17.70	10.0	5.0	7.48	1.97	