

球状粗度に働く流体力
Hydrodynamic Forces on Spherical Roughness Elements

早稲田大学大学院 学生員 岡本 俊彦 Toshihiko OKAMOTO
早稲田大学大学院 学生員 渡戸 正義 Masayoshi WATADO
早稲田大学理工学部 学生員 岩下 友也 Tomoya IWASHITA
早稲田大学理工学部 正 員 吉川 秀夫 Hideo KIKKAWA

The purpose of this paper is to study the characteristics of fluid forces acting on spherical roughness elements which placed densely and sparsely. By measuring the velocity distribution above the roughness elements, it is possible to determine the shearing stress on the rough wall with the aid of the logarithmic formula and hence the equivalent roughness length. On the other hand, Drag Force and Lift Force were calculated from the surface pressure of the roughness elements which were measured directly. The integrated mean shear values have been compared with those estimated from directly measured Drag Force and the energy gradient.

Key Words: Logarithmic distribution law, Equivalent sand roughness, Drag Force, Lift Force, Drag coefficient, Shear stress

1. 諸言

河川などの水工学上の問題においては、護岸や根固め、あるいは植生等によって底面の粗度と側面の粗度が異なる場合も多い。特に、護岸などでは流水の外力に対して安全性の高い形状の粗度を効率的に配置するためには、粗度に働く流体力を知ることが重要である。前報^{4) 5) 6) 7)}では、河床上の砂礫、護岸のモデルとして、球状の粗度要素を用いて種々のCaseについて検討してきたが、本研究では側面に粗度を配置したCaseを中心に実験を行い、過去のデータとの関連について検討した。境界層内の流速分布が対数則に従うと仮定し、原点補正を行い、相当粗度、摩擦速度などより流況を検討し、また、各々の要素の表面圧力分布を直接測定し、抗力分布、揚力分布を始め抗力係数、揚力係数、摩擦係数や壁面せん断応力の考察を行った。壁面せん断応力の評価には、プレストン管法、対数則を仮定する方法、そして特に、粗面においては1つ1つの球の抗力から算定を試み、これらを比較検討した。

2. 実験方法

2.1 装置

Case1~3は、長方形断面風洞(高さ: 40[cm]) × (幅: 30[cm]) × (長さ: 1000[cm])、Case4、5は長方形断面水路(高さ: 40[cm]) × (幅: 81[cm]) × (長さ: 900[cm])を用いて行った。粗度要素には、5.0cmの発泡スチロール球、3.8cmのピンポン球を用いた。それらを表1または、図1-(a)、(b)に示すように4通りに配置した。

2.2 測定器具

断面内の流速測定には、プロベラ流速計を使用した。さらに、粗度近傍の測定には、X型Hot-Filmを使用し、各測点サンプリング周波数100Hz、2048個のデータをAD変換して求めた。また、粗度に働く流体力を測定するには、Chepil¹⁾に従い球粗度の圧力分布を測定して抗力と揚力の平均値を求める方法を用いた。粗度要素に直径0.2mmの孔をあけ、その孔の位置を ϕ は 10° 、 θ は 20° きざみに動かし、孔から取った圧力と境界層外のポテンシャル領域の静圧(P_∞)との差圧(ΔP)を微差圧計を用いて測定を行った(図2)。

3. 実験結果

3.1 粗面上の流速分布結果

実験は、表1、図1に示した4通りの配置で5つのCaseについて行った。本研究において座標の原点は、底面にとり、上流方向にx軸、横断方向にy軸、鉛直上向きにz軸をとった。流速分布測定結果を表2に示す。

ここで、d:粗度幅[cm]、k:粗度高さ[cm]
 δ :境界層厚[cm]、 U_0 :境界層外縁流速[cm/sec]、 U_∞ :断面内最大流速[cm/sec]
 Re_z :粒子レイノルズ数($=\rho U_0 k / \mu$)、 z_0 :原点補正量[cm]、 k_s :相当粗度高さ[cm]
 U_* :摩擦速度[cm/sec]

長方形断面水路において、底面でも側面でも内部境界層においては、同一の壁法則が成立することがわかっているため、粗度直上の流速が対数則(1)式に従うと仮定し、これに一致させるように3つの未知数 k_s 、 z_0 、 U_* を決定した。一例としてCase5の粗度直上流速分布の対数表示を示す(図3)。

$$U/U_* = 5.75 \log(z - z_0)/k_s + 8.5 \quad (1)$$

図3からもわかるように原点補正(仮想壁面)を考えることにより、壁付近では流速分布は対数則に従う。

z_0/k と粒子Re数の関係を図4に示す。粒子Re数が 4×10 までの範囲では、全てCaseにおいてほぼ一定値となっている。粗度要素を密に配置したCase1, 2, 3では0.68~0.85の値を取り、一方、疎に配置したCase4, 5では、0.26~0.42の値となっている。また、Case1, 2の全球の場合、Re数の増加に比例して、 z_0/k が漸増する傾向にある。これは、球の下半分に存在する流れが速くなり、底面近傍の流速分布が変化したためである。その結果、粗度効果が増し k_s/k が増加していることもわかる。Case3においては、半球のため、球上しか流れが存在しないためほぼ一定になった。これら z_0/k の位置が、後に述べる抗力分布(図7, 8)の最大値位置とよく一致し、仮想壁面を考えた妥当性が得られている。また各位置において値が変

表1各Caseの実験条件

Case	形状	粗度配置	取付面
1	球	密	底面
2	球	密	底面
3	半球	疎	側面
4	球	疎	側面
5	球	疎	側面

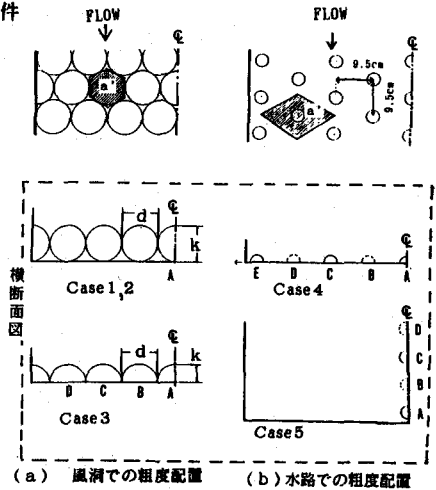


図1. 実験装置概略

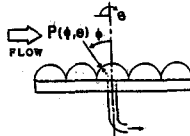


図2. 圧力分布測定装置

表2 流速分布測定結果

Case	球番号	d [CM]	k [CM]	δ [CM]	U_0 [CM/S]	U_∞ [CM/S]	粒子Re	z_0/k	k_s/k	U_* [CM/S]
1	A	3.8	3.8	9.5	640	756	16213	0.82	0.40	55.1
		3.8	3.8	9.0	840	1096	21280	0.82	0.47	80.6
		3.8	3.8	8.0	1349	1404	34175	0.79	0.53	100.3
		3.8	3.8	8.0	1542	1644	39064	0.71	0.53	120.5
		5.0	5.0	10.0	486	579	16200	0.84	0.60	56.0
2	A	5.0	5.0	9.5	688	813	22933	0.84	0.60	68.0
		5.0	5.0	9.0	1095	1223	36500	0.81	0.70	110.0
	B	3.8	1.9	9.5	464	559	5877	0.68	1.16	46.0
		3.8	1.9	9.0	672	785	8512	0.68	0.90	62.0
		3.8	1.9	8.0	832	1016	10539	0.68	1.00	84.0
3	A	3.8	1.9	8.0	996	1191	12616	0.68	0.64	90.0
		3.8	1.9	9.5	439	531	5561	0.68	0.74	40.0
		3.8	1.9	9.0	613	731	7765	0.68	0.48	50.0
		3.8	1.9	8.0	789	942	9994	0.68	0.58	70.0
	B	3.8	1.9	8.0	965	1144	12223	0.68	0.58	85.0
		3.8	1.9	9.5	363	437	4598	0.68	0.64	32.0
		3.8	1.9	9.0	595	641	7537	0.68	0.48	45.0
		3.8	1.9	8.0	682	794	8639	0.68	0.52	58.0
	C	3.8	1.9	8.0	822	948	10412	0.68	0.36	65.0
		3.8	1.9	9.5	342	383	4332	0.68	0.64	28.0
		3.8	1.9	9.0	497	534	6295	0.68	0.52	35.0
		3.8	1.9	8.0	628	726	7955	0.68	0.48	52.0
4	A	3.8	1.9	8.0	788	898	9981	0.68	0.42	11.0
		3.8	1.9	10.5	69	69	13110	0.26	0.39	4.9
		3.8	1.9	10.5	68	68	12920	0.26	0.39	4.9
		3.8	1.9	10.5	68	68	12920	0.26	0.39	4.9
		3.8	1.9	10.5	63	63	11970	0.26	0.39	4.9
5	A	3.8	1.9	10.5	55	55	10450	0.26	0.39	4.9
		3.8	1.9	5.1	61	68	11514	0.32	0.43	4.6
		3.8	1.9	5.4	77	85	14573	0.32	0.24	5.2
	B	3.8	1.9	10.2	50	72	9466	0.26	0.67	3.7
		3.8	1.9	8.7	64	72	12076	0.42	0.97	5.1
		3.8	1.9	4.4	65	72	12367	0.28	0.27	4.7
5	C	3.8	1.9	2.5	65	72	12436	0.29	0.26	5.2
		3.8	1.9	2.5	65	72	12436	0.29	0.26	5.2

化しているのは、二次流の影響により、主流速度分布が変化しているためと思われる。

k_s/k と粒子Re数の関係を図5に示す。Case 1, 2の球は0.5前後で粒子Re数の増加と共に微増するが、Case 3の半球は逆に減少している。Schlichting²⁾も同様の実験を行っているが、比較してみると、Case 1, 2と似た場合では $k_s/k=0.63$ (N0.5)、Case 3では $k_s/k=1.40$ (N0.11)、Case 4, 5では $k_s/k=0.57$ となっている。Case 5については、さらに詳細な実験が必要であるが、ほぼ本研究の各Caseの傾向と一致していると考えられる。本研究のように、粒子Re数の範囲が $1 \times 10^4 \sim 4 \times 10^4$ ぐらいまでにおいては境界層厚が粗度要素の径に比して小さい場合にも粗度近傍においては流速分布が対数則に従うことが明かとなった。

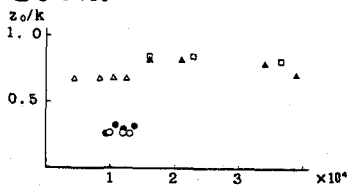


図4. z_0/k と粒子Re数の関係

3.2 粗度要素に働く流体力測定結果

測定された圧力から求めた流体力の各結果を表2に示す。ここで τ' 、 U_s' は粗度要素の一つ一つが底面せん断力を均等に受けもつとして次式で求めた。

$$\tau' = D/a' \quad (2)$$

$$U_s' = \sqrt{(\tau' / \rho)} \quad (3)$$

$$f = 8 (U_s' / U_0)^2 \quad (4)$$

ここで

τ' : 壁面平均せん断応力 [gf/cm²]

D : 球または半球粗度要素1個の抗力 [gf]、 a' : 1個の粗度要素の受け持ち面積 [cm²]、 U_s' : 摩擦速度 [cm/s]、 C_D : 抗力係数、 C_L : 揚力係数、 f : 平均壁面摩擦係数

U_0 : 境界層外縁流速 [cm/s]

抗力分布図を図7、8に示す。これは、図6の帯状の表面に働くすべての抗力 $D(\phi)$ を帯の高さ $h(\phi)$ で割った値を D_i とし、それを D_{imax} (D_{imax} : D_i の最大値)で割ることによって無次元表示したものである。したがって、図7、8は、曲線と縦軸で囲まれる面積に D_{imax} の値をかけたものがそれぞれのCaseの抗力となっている。図8は

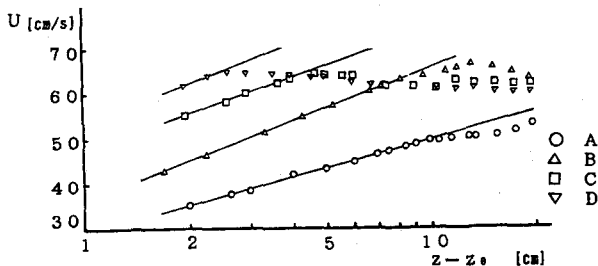


図3. 流速分布の対数表示 (Case 5)

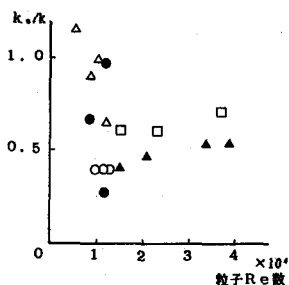


図5. k_s/k と粒子Re数の関係

表3 流体力測定結果

Case	球番号	抗力D [gf]	揚力L [gf]	L/D	τ' [gf/cm ²]	C_D	C_L	f	U_s'/U_0	τ'/τ'
1	A	0.04650	0.05673	1.220	.00372	.004075	.004971	0.059	1.00	1.00
		0.09900	0.16672	1.684	.00792	.005036	.008480	0.073	1.00	1.01
		0.15500	0.39190	2.528	.01240	.003057	.007729	0.044	1.00	1.00
		0.22050	0.60850	2.760	.01763	.003328	.009185	0.048	1.01	1.01
2	A	0.07610	0.17870	2.348	.00332	.006679	.015684	0.097	1.05	1.10
		0.17200	0.35200	2.047	.00794	.007533	.015416	0.109	0.85	0.72
		0.45300	1.12490	2.483	.02092	.007832	.019449	0.114	0.84	0.71
3	A	0.02520	0.03420	1.357	.00202	.008402	.011403	0.061	1.14	1.29
		0.04240	0.07330	1.729	.00339	.006740	.011651	0.049	1.18	1.39
		0.08370	0.15600	1.864	.00669	.008679	.016177	0.063	1.14	1.30
		0.11200	0.20900	1.866	.00896	.008104	.015123	0.059	1.05	1.11
	B	0.02130	0.03670	1.723	.00170	.007933	.013669	0.058	1.07	1.15
		0.04210	0.06280	1.492	.00337	.008042	.011996	0.058	0.96	0.91
		0.07170	0.17000	2.371	.00573	.008258	.019602	0.060	1.02	1.05
		0.11200	0.17300	1.545	.00896	.008633	.013335	0.063	1.00	0.99
	C	0.01260	0.02300	1.825	.00101	.008864	.012529	0.050	1.12	1.25
		0.02770	0.05700	2.058	.00222	.005616	.011557	0.041	1.06	1.12
		0.04580	0.06790	1.499	.00362	.006991	.010479	0.051	1.07	1.14
		0.07200	0.09740	1.353	.00576	.007649	.010347	0.055	0.95	0.90
4	A	0.00790	0.01510	1.911	.00063	.004848	.009267	0.035	1.23	1.53
		0.01810	0.02550	1.409	.00145	.005260	.007410	0.038	1.02	1.04
		0.03450	0.04290	1.243	.00276	.006279	.007808	0.046	1.10	1.20
		0.05710	0.05980	1.047	.00457	.006601	.006913	0.048	0.18	0.03
	B	2.51000	0.52000	0.207	.02781	.045691	.009466	0.046	0.93	0.87
		2.35000	0.20000	0.085	.02604	.044046	.003749	0.044	0.96	0.93
		1.51000	0.81000	0.336	.01673	.028302	.015182	0.028	1.20	1.14
		2.19000	0.96000	0.438	.02427	.047821	.020963	0.048	1.00	0.99
5	A	2.70000	0.56000	0.207	.02992	.077356	.016044	0.078	0.90	0.81
	B	1.82000	0.86000	0.473	.02017	.042952	.020296	0.043	1.04	1.07
		2.11000	3.20000	1.517	.02338	.031085	.047143	0.031	1.09	1.19

Case5のA～D球を示したもので、壁面近傍でも他のCaseに比べ比較的高い値になっているが D_{imax} で無次元化した分布形はすべての球においてもほぼ相似形となった。先にも述べたが、図7、8でわかるように、 D_i の最大値をとる位置が表2の z_0/k に一致しており、仮想壁面を導入したことの妥当性が確認される。

抗力と同じように L_i を L_{imax} で無次元化した揚力分布図を図9、10に示す。抗力分布が、各Caseにおいて特徴のある分布形となったのに対し、揚力分布は、全Caseともほぼ相似形となった。これは、抗力が流下方向の粗度の投影面積、配置間隔により影響を受けたのに対し、揚力は揚力方向の投影面積（本研究では円形）のみに影響しているためであろう。

Case5-D球の抗力成分等値線図を図11に示す。図11-(a)、(b)は、それぞれ流下方向、粗度壁面方向に投影した図となっている。正の最大値は $\theta = 0 \sim 20^\circ$ のやや上方に分布し、負の領域が上流側下方部に多く分布している。作用点の位置は、A球が中心軸より下であるが、それは底面に近いため半球粗度下半分と底面との間で縮流しているためと考えられる。B球→C球と鉛直上方に位置が移ると、主流速の増大にともなって作用点の位置が図11-(a)のように中心軸から上方にはずれる。D球は逆に水面、二次流などの影響のため球上半分の流速が抑制されたため比較的中心よりになったと考えられる。一方、Case1～4の作用点は、前報⁶⁾によると、粒子Re数によらずほぼ一定値を示している。これは仮想壁面の位置が一定であることと相関がある。これらより、壁面に護岸など粗度を付帯するときは、転動、滑動を防ぐためにも作用点の位置を十分考慮した形状及び配列にすべきであることがわかる。

Case5-D球の揚力成分等値線図を図12に示す。負の最大値、正の最大値とも粗度の上方側上半分に現れた。これは、流れがまず球前面に衝突した後、球面に沿って急上昇し、流速が加速されていることが推測される。作用点の位置は、ほぼ中央に集まっている。一方、Case1～3の場合は粒子Re数の増加に伴い作用点の位置が中心に向かう傾向が見られた。

$L/D \sim$ 粒子Re数の関係を図13に示す。Case1～3では粒子Re数の増加にともない L/D が1.0～2.5の範囲で漸増している。Case4では粒子Re数によらず平均的に一定値をとる。Case5では、揚力の値が不安定なため作用点の位置が大きく変化している。これらの揚力は強い二次流の影響により変化している可能性も考えられるが、この点については今後の詳細な検討が必要とされる。

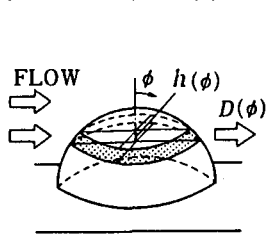


図6. 抗力の二次元表示図

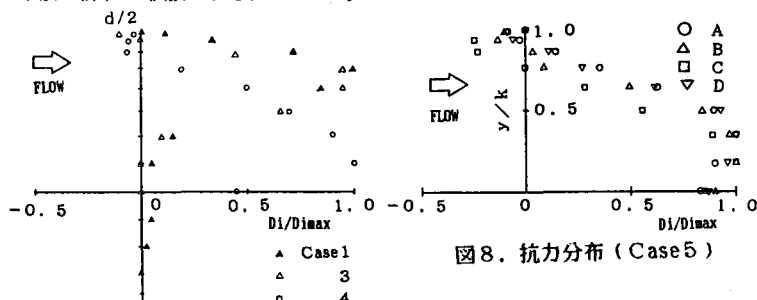


図7. 抗力分布 (Case1, 3, 4)

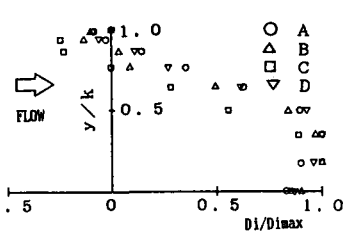


図8. 抗力分布 (Case5)

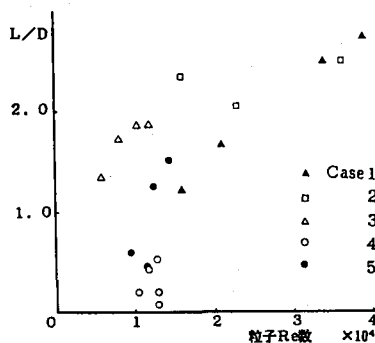


図13. L/D と粒子Re数の関係

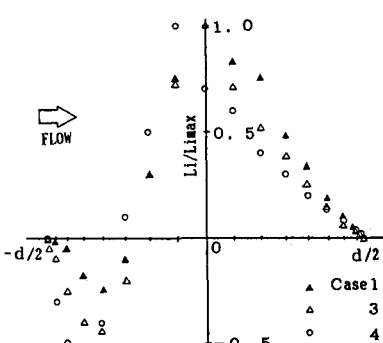


図9. 揚力分布図 (Case1, 3, 4)

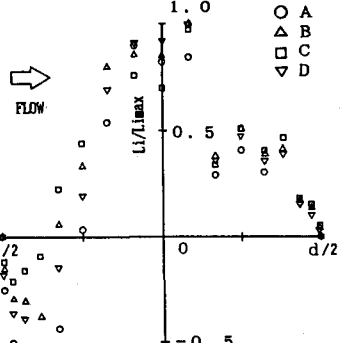
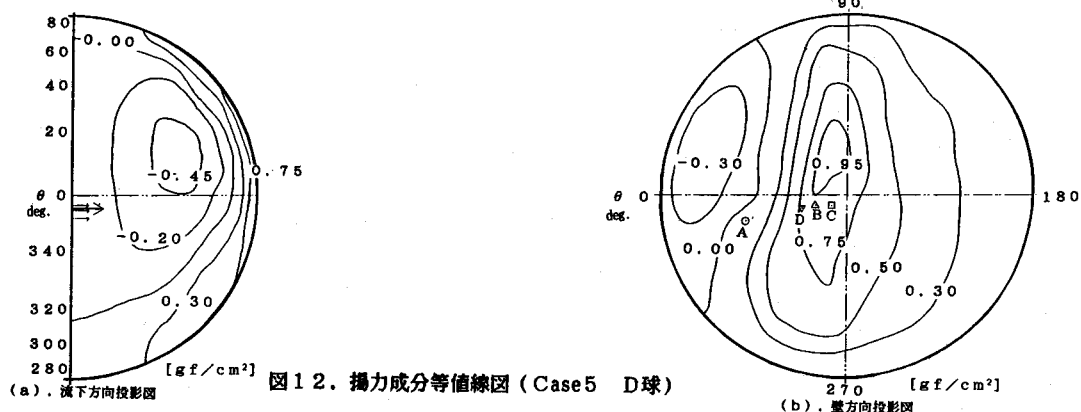
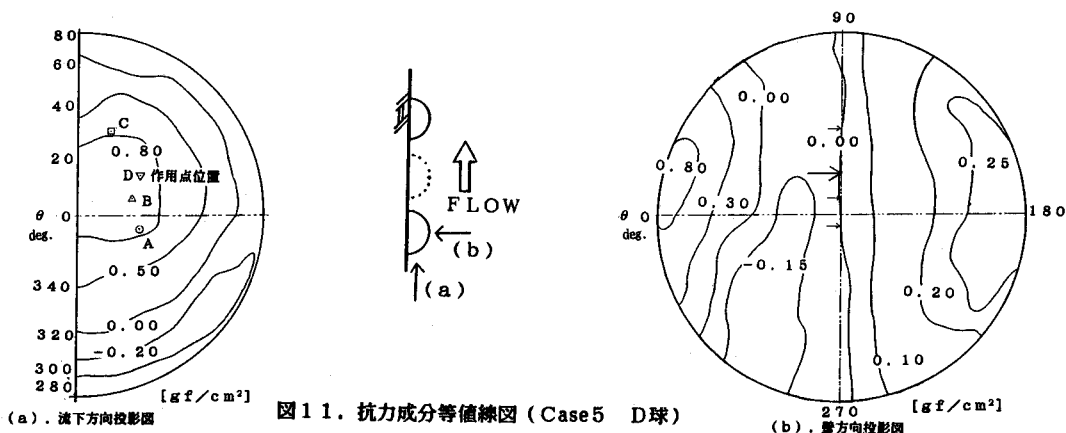


図10. 揚力分布図 (Case5)



3.3 抗力係数, 揚力係数について

表3より、抗力係数 C_D の値はCase1~3の密配置とCase4, 5の疎配置では、オーダーが一桁違い疎配置の方が球1つ当たりの粗度効果が高いことがわかる。揚力係数 C_L は相関を見ることができなかった。

$$C_D = 2D / (\rho a_1 U_0^2) \quad (5)$$

$$C_L = 2L / (\rho a_2 U_0^2) \quad (6)$$

ただし、 D : 抗力[gf] C_D : 抗力係数 a_1 : 抗力方向投影面積[cm^2]

L : 揚力[gf] C_L : 揚力係数 a_2 : 揚力方向投影面積[cm^2]

ρ : 密度[gfs^2/cm^4] U_0 : 境界層外縁流速[cm/s]

3.4 壁面せん断応力について

水路断面において、各壁面に働く平均せん断応力を評価するために、Case5の水深18.5[cm], 39.0[cm]の2ケースを代表させた。以下の式(7)~(11)によって得られた各平均せん断応力の値を表4に示す。

$$\tau_b = (1/B) \int_0^B \tau dy : \text{底面の平均せん断応力} \quad (7)$$

$$\tau_{ws} = (1/H) \int_0^H \tau dz : \text{滑な側壁の平均せん断応力} \quad (8)$$

$$\tau_{WD} = (1/WH) \Sigma D : \text{半球粗度のついた側壁の平均せん断応力} \quad (9)$$

ΣD : A~D4つの球に働く抗力の合計

$$\bar{\tau} = (B\tau_b + H\tau_{ws} + H\tau_{WD}) / (B + 2H) : \text{全潤辺の平均せん断応力} \quad (10)$$

$$\tau_0 = \gamma R I : \text{エネルギー勾配から求めた平均せん断応力} \quad (11)$$

ただし B : 水路幅[cm] H : 水深[cm] R : 径深[cm]

I : エネルギー勾配 γ : 単位体積重量[gf/cm^3]

表4. 平均壁面せん断応力

水深 [cm]	τ_b [gf/cm ²] ($\times 10^{-2}$)	τ_{ws} [gf/cm ²] ($\times 10^{-2}$)	τ_{wd} [gf/cm ²] ($\times 10^{-2}$)	$\bar{\tau}$ [gf/cm ²] ($\times 10^{-2}$)	τ_o [gf/cm ²] ($\times 10^{-2}$)	$\tau_o - \bar{\tau}$ [gf/cm ²] ($\times 10^{-2}$)	$\frac{\tau_{wd}}{\tau_{ws}}$	$\frac{\tau_{wd}}{\tau_b}$
18.5	1.51	1.02	2.24	1.55	1.61	0.06	2.19	1.48
39.0	1.06	1.45	2.02	1.51	1.75	0.24	1.39	1.91

表4より、半球粗度のついた壁面では、平均せん断応力の値 (τ_{wd}) は壁面が滑のそれ (τ_b , τ_{ws}) より 1.4~2.2 倍程度となっており粗度をつけた方が、粗度効果が十分あることがわかる。

また、 $\bar{\tau}$ は τ_o とほぼ等しい。わずかに τ_o の方が $\bar{\tau}$ より大きいのは、潤辺の壁面せん断力において粗度のついた側面における半球のまわりの壁面に働くせん断力と、球面に働くのせん断力を考慮に入れていないからである。それは、水深が大きく、側面の面積が大きな、水深39.0[cm]のものの方が水深18.5[cm]のものよりもその差 ($\tau_o - \bar{\tau}$) が大きいことからわかる。しかし、その差はごくわずかなので、半球表面圧力の測定により抗力を算出し、その抗力を図1の受け持ち面積 a' で割ることによって得られるものを球状粗度側面のせん断応力 (τ') としたことの妥当性が得られたといえる。また、仮想壁面(流速分布の原点補正)を考えて対数分布則から摩擦速度 (U_*) を求め、その U_* より求めた球状粗度のついた壁面における壁面せん断応力 (τ) と前述の τ' とを比較すると、表3のようにほぼ等しくなることより仮想壁面を考えたことの妥当性が確認される。

4. おわりに

本研究は、護岸の粗度の有効な形状、配列などを知るために各種実験を行ない、次の様な検討が行なわれた。仮想壁面の導入により流速分布が対数則に従うこと。相当粗度 k_s/k と粒子Re数、揚力と抗力の比 L/D と粒子Re数の相関。抗力、揚力分布形、抗力係数、抗力、揚力の作用点の位置、壁面せん断応力の評価などについて行なった。特に、仮想壁面の導入の妥当性は、3.2で述べた抗力分布 $D_1(\phi)$ の最大値をとる位置が仮想壁面 (z_o) と一致したこと、また3.4で述べた粗度上の流速分布に仮想壁面を考え、対数分布則より求めた壁面せん断応力と球上粗度に働く抗力より求めた壁面せん断応力が一致したことより確認された。よって、逆に球状粗度面近傍の流速分布がわかれば仮想壁面の考えを導入することによって摩擦速度を算出し、またそれと粗度要素の受け持ち面積を考えることにより、粗度要素に働く抗力を算定することができる。今後は、さらにRe数の範囲を広げ、また粗度配列の異なるもののデータを集めていくことが必要である。その際、粗度効果に関係するパラメータ (k_s/k , C_D) を用いて検討する。また横断方向に凹凸な河床は二次流発生原因の一つであると考えられるが、アスペクト比などと関連させ、粗度周辺の流況について検討していく所存である。

参考文献

- 1) Chepil, W.S.: The Use of Evenly Spaced Hemispheres to evaluate Aerodynamic Forces on Soil Surface, Trans. A.G.U. Vol.39, No.3, 1958.
- 2) Schlichting, H.: Boundary-Layer Theory, Seventh-Edition, McGraw-Hill.
- 3) Einstein, H.A.: Hydrodynamic Forces on a Rough Wall, Reviews of modern Physics, Vol.121, 1949.
- 4) 城・植松・藤崎・吉川: 粗面近傍の流れと流体力に関する実験的研究, 第31回水理講演会論文集, 1986.
- 5) 植松・浜地・渡戸・関根・吉川: 河床砂礫に働く流体力について, 第32回水理講演会論文集, 1987.
- 6) 植松・城・関根・吉川: 球状粗度の流速分布とそれに働く流体力に関する実験的研究, 土木学会論文集, 第399号, 1988.
- 7) 岡本・植松・斉藤・吉川: 球状粗度の水理現象の解明, 第44回年次講演会概要集, 1989.