

粗く、分布の大きい岩からなる河道の抵抗係数  
Frictional Coefficient for River with Extreme Large Rock Bed.

立命館大学 理工学部 大同 淳之 Atuyuki DAIDO

The paper consists of three parts. I) Estimation model for projecting rock height distribution on the river bed; To normalize the figure of the bed which is extremely varies with river location, the projecting height distribution is calculated by astochastic model. II) Similitude for roughness coefficient; To keep the kinematical similitude, it is necessary to satisfy, the following five restic condions,  $t_r = x_r h_r^{-1}$  ( Froude rule ) (1),  $Q_r = x_r h_r^{3/2}$  (discharge rule ) (2),  $l_b = h_r x_r^{-1}$  (geometric rule ) (3),  $\tau_{or} / \rho_r = R_r h_r x_r^{-1}$  ( boundary shear stress rule ) or  $n_r = R_r^{2/3} x_r^{-1/2}$  ( Mannings rule) (4),  $\alpha_r = 1$  ( velocity distribution rule ) (5), (  $r$  is the ratio of the model to the proto type,) If  $F_r$ ,  $l_{br}$  and  $n_r$  are satisfied, it was substantiated to get Manning's  $n$  for the prototype. III) Hydraulic structure of roughness : To estimate the represent roughness length forthe distributed diameter, a hydraulic structure of the roughness was discussed.

Keywords : frictional coefficient, rock bed

I はしがき 木津川の河道の粗度係数の算定に当たり、岩の大きさの場所的变化が甚だしいので確率モデルで岩の突起高さの分布を求め、その平均値と偏差で岩の粗さを標準化する。次に標準化された粗さを対象に水路実験で測定した粗度係数を幾何条件則、Froude則、及び摩擦抵抗則の3つの相似則を同時に合わせて原型に直すことを提案する。最後に河道の粗さの水理学的特性長として、突起した岩の遮蔽面積をも考慮にいれた占有面積が河床面の50%に相当する岩の大きさが有効であることを述べる。

II 河床面に露出する岩の切口面積と突起高さの分布の算定法

摩擦に関係する最も大きい要素は、粗度の突起の高さ  $k$  とその間隔  $L$  で、種々の粒径からなる河床において、水理学的に有効な、 $k/L$  の値を見出すことが、抵抗係数  $f$  を普遍的に表すために重要である。本文が対象とした河道は、露出する岩の大きさが場所的に大きく変わるので、河道の抵抗係数  $f$  を評価するにあたって、与えられた河床の粗さがその河道の粗さを代表する普遍的なものかどうかを検査する必要がある。粗さの普遍性を検査する方法として、河床の粗さを表わすモデルを求め、モデルの有効性を確かめたのち、逆にこのモデルで再現できる突起高さは、特定の平均値と偏差を持つ普遍的な粗さとして採用し、その水理学的粗さを追求することにする。河床モデルは、次のようにして求めた。

1) 河床上で任意の方向に引いた測線が岩を切る弦長の分布と河床面に露出する岩の切口面積との関係。

現地で、河床の粗さを面的に正確に測定することは、作業量が多いため一般的に無理である。もし河床面上で任意の方向に引いた測線が岩を切る弦長から、測線で切られている岩の河床面での切口面積さらに面上の突起高さを求めることができると、現地での作業を縮小でき、測定精度も許される範囲に止めることができる。

岩の形は楕円体とし、半径  $R$  は、中心を通る剖面上の長軸と短軸の幾何平均の  $1/2$  で、河床面で切る切口の面積の半径  $r$  は長軸と短軸の幾何平均の  $1/2$  で表す。楕円体の特性値は、後述のように球状体の特性値に係数をかけて表現できるので、以下の考察は球状体で述べる。

弦長の分布と切口面積の関係を岩が球体の場合について述べる。単位面積中に、直径Dの石が突起し、河床面において直径δの円を形成しているとする。この面上に任意の方向に直線を引き、球の切口上の長さをλとする。λの河床面上での分布を  $F(\lambda) = dp(\lambda) \cdot N(r) dr$  (1), ここに  $dp(\lambda)$ は測線が直径δの面で切って長さλの弦を作る確率、 $N(r)dr$ は、単位面積中に直径rの切口面の数を表す確率である。図1に示すように直線が直径δの円の中心からyとy+dyの間で交わるとすると、 $dp(\lambda)$ は、図1に示される  $2\pi y dy$  で示される環状の面積を試験線がとりうる範囲の面積、この場合単位面積で除したものになる。

$dp(\lambda) = 2\pi y dy$  (2)、幾何学的条件  $y^2 + (\lambda^2/4) = \lambda^2/4$  を用いて、y、dyを表し、式(2)を書き換えると、

$$dp(\lambda) = \frac{\pi}{2} \lambda \cdot d\lambda \quad (3)$$

となる。したがって、

$$F(\lambda)d\lambda = \int \frac{\pi}{2} \lambda \cdot d\lambda N(r)dr = \frac{\pi}{2} \lambda \int N(r)dr \quad (4)$$

と表せられる。式(4)の積分項は、δの大きさが最大のものからλ/2までの大きさをもつものの個数の和である。式(4)が河床に露出した岩の面積の分布とその面上で任意の方向に引かれた測線上で、岩の切口のもつ弦の長さの分布との関係で示す。

岩が楕円体の場合<sup>1)</sup>、式(3)は楕円体の長軸の長さ、離心率 e 及び楕円体の長軸が座標系に対する傾き or によって変わる。楕円体をその稜が単位長、かつ三つの座標軸に平行に立方体中に入れ、y-z面に平行な立方体の一つの面の範囲に制約された、x軸に平行な一本の単位長の試験直線を立方体中に引くとき、 $dp(\lambda)$ は式(3)に代わって

$$dp(\lambda : e, or) = (\pi/2) \phi(e, or) \lambda d\lambda \quad (5)$$

また、長軸2rの楕円体が、その傾きをランダム化した形で、この立方体の空間中に十分多数に配置されている場合、(3)式に代わって、

$$dp(\lambda : e) = \frac{\pi}{2} \phi(e) \lambda d\lambda \quad (6)$$

ここに  $\phi(e)$  は楕円体の幾何学的形態のみに左右される定数で、 $\phi(e) < 1$ 、従って楕円体の場合、球体の式に、 $\phi(e, or)$  または  $\phi(e)$  を乗じることで球形と同様に表される。

木津川(京都府)で撮影された航空写真から図化された1/100の平面図(図2)上で、任意の方向に測線を引き、弦長の分布を読み取り、式(4)で露出する切口面積の分布を求め、これを地図上の実測値と比較した結果は図3の通りで、比較的良好に一致していると言える。この解析は、水理学的粗さの代表値としての、岩の高さとその間隔の予測に結び付くものである。

## 2) 河床に露出する岩の切口面積とその突起高さの関係

河床面で切った岩の切口面積から、岩の突起高さを求める。切口から上の突起高さは、岩を球形とみなすと、幾何学的条件より、突起高さ k

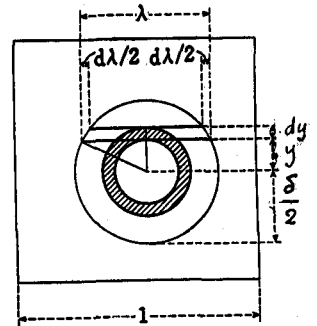


図1 直径δの切口面に生じる弦λの関係



図2.河床面に露出する岩の平面図



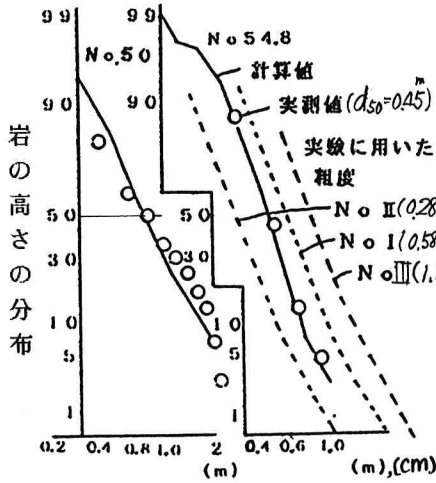


図6. 式(7), 式(14)による計算と実測との比較及び実験に用いた石の大きさ

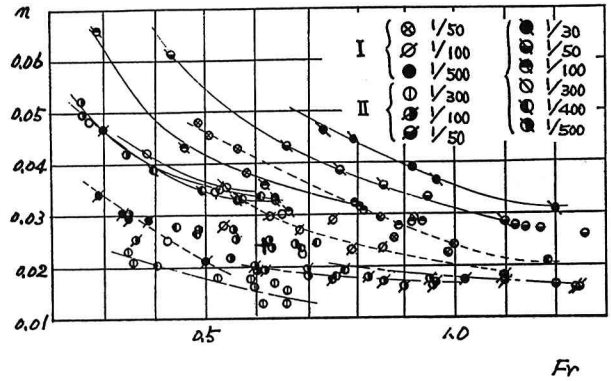


図7. 模型粗度で測定された Manning係数 n

粗度を用いて摩擦係数を測定した。模型の粗度の一例を写真1に示す。測定された水理量の側壁の影響は足立<sup>2)</sup>の方法で除外した。測定した粗度係数 n を図7に示す。

#### 2) 原型と模型との相似

模型の原型に対する縮尺を添字 r で表す運動方程式、及び連続式は

$$\frac{Q_r}{gA_r t_r} = \frac{Q_r^2}{gA_r^2 X_r} = I_{br} = \frac{h_r}{X_r} = \frac{\tau_{or}}{g_r R_r} = \frac{\alpha_r Q_r^2}{g_r A_r^2 X_r} \quad (15) \quad \frac{A_r}{t_r} = \frac{Q_r}{X_r} \quad (16)$$

で、相似則としては

$$t_r = X_r \cdot h_r^{-1/2} \quad (17)$$

$$Q_r = X_r \cdot h_r^{3/2} \quad (18)$$

$$I_{br} = h_r \cdot X_r^{-1} \quad (19)$$

$$\tau_{or} / \rho_r = R_r \cdot h_r \cdot X_r^{-1} \quad (20)$$

$$\alpha_r = 1 \quad (21)$$

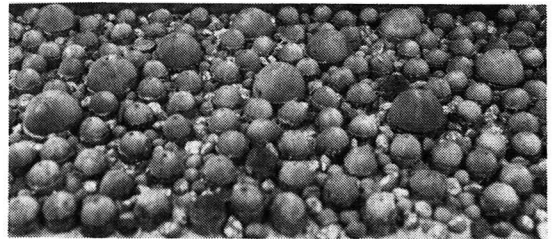


写真1. 模型における粗度 (最大粗度の直径は4 cm)

を得る。(17)はFroud則、(18)は流量則、(19)は幾何学的条件則、(20)は抵抗則、(21)は流速分布の相似である。この実験は  $X_r = h_r$  としているので (19)式は満たされる。(21)の  $\alpha_r$  は式(20)に含まれると考えてよいので、式(17)、(19)及び(20)を満たすと相似が得られる。式(10)はManning式に書き直したとき

$$n = R_r^{2/3} \cdot X_r^{-1/2} \quad (22)$$

となる。洪水時の不等流計算による現地の水面勾配0.008、Fr数もまた不等流計算からの値  $Fr=0.68$  を与える。この点は図7中の+印のところである。この点の模型の n を0.023と読むと、式(22)の  $n_r = 0.47$  より、原型の n は0.048となり、不等流計算で痕跡水位に合う粗度係数と一致する。

#### IV 河床摩擦抵抗の水理学的構造

##### 1) 種々の大きさの岩からなる河床の水理学的代表径の算定

表1 式(22)の値

$R_r = x_r$	$n_r$
1/77.5	0.48
1/100	0.464
1/150	0.431

さきに測定された摩擦抵抗を普遍的な抵抗係数  $f$  で表すためには、岩の水理学的代表径  $d$  を求める必要がある。

抵抗の線形性を仮定するとき、単位面積に作用するせん断抵抗は次式によって表す。

$$\tau_r = \tau_s(1-\beta) + (\tau_k + \tau_{kf})\beta + \tau_w\beta \quad (23)$$

ここに、 $\tau_s$ ：河床の砂面の抵抗、 $\tau_k$ ：突起した岩の抵抗係数、 $\tau_{kf}$ ：突起した岩の頂部の摩擦係数、 $\tau_w$ ：突起物背後に発生する波による抵抗、 $\beta$ ：突起物が後流を含めて単位面積中に占める割合である  $\tau_w$  はここで扱っている領域では省略できるとし、 $\tau_{kf}$  は  $\tau_k$  に含ませて考えることにする。

1箇の岩の抗力  $\tau_{k1}$  は  $\tau_{k1} = \rho g C_D A_D u_k^2 / 2g$ 、ここに  $A_D$  は突起した岩の流れに面する面積、 $u_k$  は岩頂の流速で表す。単位面積  $A$  に  $n$  箇の突起があるときは、 $u_k = \alpha u_m$ 、 $\alpha$ ：流速係数、 $u_m$ ：平均流速として

$$\frac{\tau_k \beta}{A} = \rho g \alpha^2 \frac{u_m^2}{2g} \sum C_D \frac{A_D}{A} \beta, \quad u_k = \alpha u \quad (24)$$

粗面の流速分布は、底面付近のごく薄い層内の流速、粗度の最高高さ付近までの流速がほぼ一樣になる層およびその上の対数則に従う層の三つに分けて流速係数  $\alpha$  を求めると、

$$\alpha \left( \frac{h}{k} \right) = \frac{1}{E} \left( 1 - \frac{k}{2h} \right) / \frac{1}{K_0} \left( \log \frac{h}{k} + \frac{k}{h} - 1 \right) + \frac{1}{E} \left\{ \frac{2}{3} \left( \frac{k^2}{h} \right) - \left( \frac{k}{h} \right) + 1 \right\}$$

と表せる。式中の  $E$  は、底面層内の渦動粘性係数  $\varepsilon$  を齊藤<sup>3)</sup> にならって  $\varepsilon = u_* E k_s$  と表わしたときの定数である。

一方、開水路中における突起物の抵抗係数  $C_D$  は相対水深  $h/k$  の関係で

$$\sqrt{C_D} = a \log \left( \frac{h}{k} \right) + b \quad (25)$$

と表される。  $a$ 、 $b$  は定数で著者の測定では  $a=0.3$ 、 $b=1.2$  である。

これらを考慮すると摩擦係数  $f$  は式(24)より

$$f = 4 \alpha^2 \left( \frac{h}{k} \right) \frac{1}{(a \log(h/k) + b)^2} \frac{\sum A_D}{A} \quad (26)$$

と表せる。この式によると、 $f$  は突起物の  $\sum A_D$  に比例する。従来の研究で  $f$  は、さらに  $k/L$ 、 $I_r$  の関数であることから

$$f = 4 \alpha^2 \left( \frac{h}{k} \right) \frac{1}{(a \log(h/k) + b)^2} \sum_0^{S=A} \frac{A_D}{S^2} \frac{S'}{A} \quad (27)$$

ここに  $S'$  岩の切口面積を除いた岩後流の遮蔽面積と書き直せる。  $A_D/S'$  の値で、相当粗度  $k_s$  が変化し、 $f$  の変化となる。ただ式(27)から  $f$  を支配する  $A_D/S'$  の値を見出すことは難しいので、式(26)によって  $f$  を支配する  $\sum A_D$  に関与する特性長を見いだす。

抵抗係数  $f$  を普遍的に表すためには、粗度係数  $k_s$  で表すのが望ましい。さきに粗度係数を測定した3種の粗度について、同じ勾配について  $f$  と径深  $R$  との関係を求めると、図8のように、同じ径深のとき、 $f_{III} : f_{II} : f_{I}$  は約  $2 : 1 : 0.5$  となっている。3種の粗面の水理学的な特性長は、この比を持つと考えられる。突起する岩の後流に覆れる岩の抗力の減少を調べるため、二つの半球を並べ、後方に位置する半球の抗力の減少を抗力係数比で表したものを図9に示す。抗力の測定は、半球がおかれた床板が抗力によって微少変位するようにし、この変位を測定して、抗力を求めた。この結果は  $L/k < 4$  で抗力の減少がみられる。これは、福岡ら<sup>4)</sup> が直方体、球および円錐を対象に相当粗度  $k_s/h_0$ 、ここに  $h_0$ ：粗度高さが  $S'/A_D$  が4付近でピークを示す事実とも符合する。

図9より後流の面積は岩の切口面の3倍とし、大きな岩から順次占有面積を求め、占有率を対数確率紙上に表したものが図10である。占有率が50%に相当する径の大きさを水理学的有効径  $d$  とし、 $k_s/d$  を求めた結果は図11のように3種の粗度で  $k_s/d$  は同じ値になり、この  $d$  を用いると  $f$  は同じ値が得られることを示す。

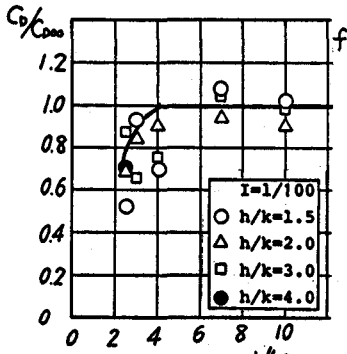


図8 後流中の球に作用する抗力係数の減少

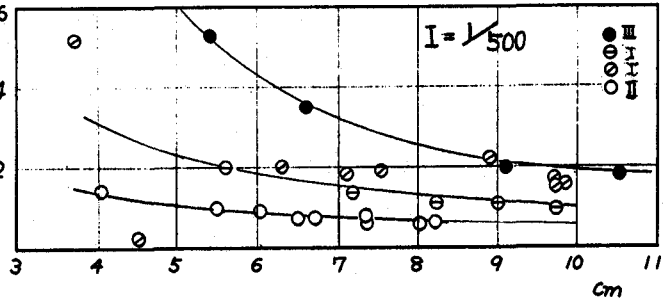


図9 抵抗係数に及ぼす  $\Sigma a^2$  の効果

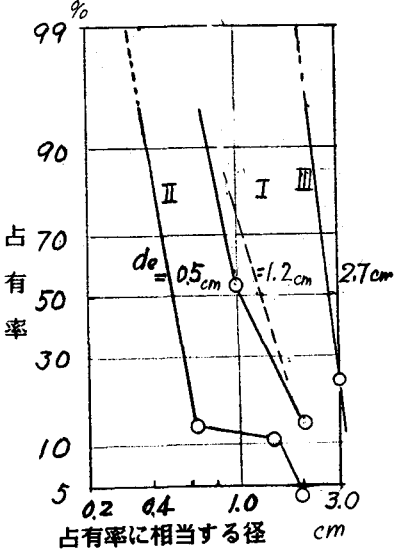


図10 河床の占有率と粒径

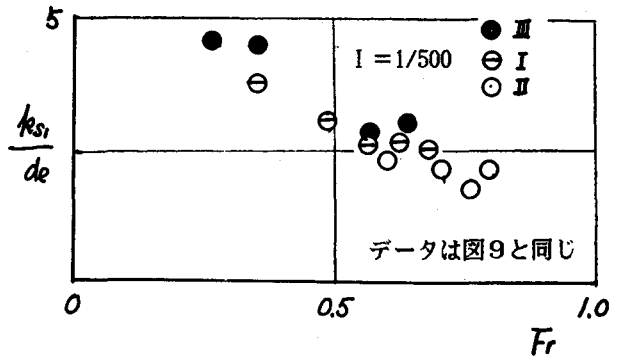


図11  $k_s/d_e$  と  $Fr$  の関係

V むすび II)において、河床の粗さを普遍的な尺度で表すため、確率モデルで岩の突起高さの分布を求めた。この結果は、対数確率紙上に直線状に表され、粗さの場所的变化には、平均値とその偏差でもって表されることが分かった。

III)において、相似律を考察し、運動方程式と連続式から力学的相似は5つの条件を満たす必要があるが、これらの5つの条件を同時に満たすことが可能なことを示した。

IV) では粗さが分布形を有する場合、水理学的に有効な特性長として、突起した岩の後流の遮蔽面積をも含めた占有面積が、河床面の50%に相当する岩の大きさ  $d_e$  が有効であることを述べた。

#### 参考文献

- 1) 諏訪；定量形態学、岩波 pp191-192 1977
- 2) 齊藤、深谷；粗面薄層流れの抵抗則についての一考察、土木学会年次講演集 35 p368 昭55
- 3) 足立；長方形断面水路の側壁効果に関する研究、土木学会論文集 第81号 昭37年5月
- 4) 福岡ら；護岸工の水理設計、土木技術資料 vol.30 No3 1988