

底面せん断応力が変化する開水路流れの特性

Open Channel Flow with Variable Bed Shear Stress

金沢大学工学部 辻本哲郎 Tetsuro TSUJIMOTO
 ボルトガル土木実験所 A. カルドーン Antonio H. CARDOSO
 金沢大学大学院 斎藤 彰 Akira SAITO

A transient process of the Reynolds-stress distribution due to a change of the bed shear stress in an open channel flow is investigated and a relaxation model, or a convolution-integral model with a concept of an impulse response, is proposed. The impulse response of the Reynolds-stress distribution for the change of bed shear stress is determined by a classic wind-tunnel data for air flow under transition due to an abrupt change of bed roughness, and it is successfully applied to the open channel data of flow with an abrupt change of bed roughness without any modification of a relaxation parameter of the model. Furthermore, the applicability of the proposed model is inspected by the transient properties of the velocity profile and the turbulence intensities obtained from the flume experiments for open channel flows with spatially acceleration or deceleration.

Keywords: open channel flow, velocity profile, Reynolds stress, transient process, impulse response

1. まえがき

河床の状態（粗度や形状）が変化している場での流れの構造・特性のそれへの追従は、レイノルズ応力分布の変化で見ると、河床近傍ですばやく、河床から離れるに従って遅い。たとえば河床粗度の急変に対して、底面せん断応力は比較的すばやく変化・応答するものの、レイノルズ応力分布が平衡に達するまでには相当長い緩和距離が必要となっており、その過渡的状态では流速分布も平衡状態のそれとは異なった特性を持っている。こうした特徴にもとづき、河床の状態の変化にはほぼ瞬間的に応答して河床せん断応力が決まりそれが知られているとした設定のもとに、レイノルズ応力分布の緩和過程を適切に表現するモデルを作り、これによってこうした場でのその他の流れ特性（流速分布、乱れ特性など）を容易に予測し、とくにこうした場での浮遊砂の非平衡濃度分布の変化など移動床問題への利便を図る。

2. 緩和過程の表現

図1には、Jacobs (1936) が、風洞実験で調べた底面粗度の急変に対するレイノルズ応力の変化過程を示したが、各相対高さでのレイノルズ応力が、流下方向に新しい平衡値に漸近的に変化していること、平衡に至る速度は底面に近いほど早いことなどが知られる。とくに、底面せん断応力はほとんど瞬間的に新しい粗度に対する平衡値と見なしてよいぐらいである。この過程は、流れの運動方程式から記述されるものであるが、その例はこれまで見られず、Schlichting の Boundary-Layer Theory においても、Jacobs による次の実験式が紹介されているに過ぎない。

$$\tau(\eta|\xi) - (1-\eta) \cdot \tau_{b1} = (\tau_{b2} - \tau_{b1})(1-\eta) \cdot \exp(-11.6\eta/\xi) \quad (1)$$

ここで、 $\xi = x/h$, $\eta = y/h$, x : 粗度急変点からの流下方向距離, y : 底面からの高さ, h : レイノルズ応力が0となる底面からの高さ, $\tau(\eta|\xi)$: ξ の地点でのレイノルズ応力の η 方向分布, τ_{b1}, τ_{b2} は粗度急変前後の底面せん断応力で、平衡状態でレイノルズ応力は三角形分布とする。ここでは、以下の議論の便利を考え、Jacobsの実験結果から、次式のような実験式に書き直した。

$$\tau(\eta|\xi) - (1-\eta) \cdot \tau_{b1} = (\tau_{b2} - \tau_{b1})(1-\eta) \cdot \{1 - \exp[-\xi/\Lambda(\eta)]\} = (\tau_{b2} - \tau_{b1})(1-\eta) \cdot \Psi(\eta|\xi) \quad (2)$$

ここで、 Λ は各相対高さ(η)でのレイノルズ応力の緩和距離を h で無次元化したもので、Jacobsのデータをもとにすると(図2参照)、次式のような実験式で表される。

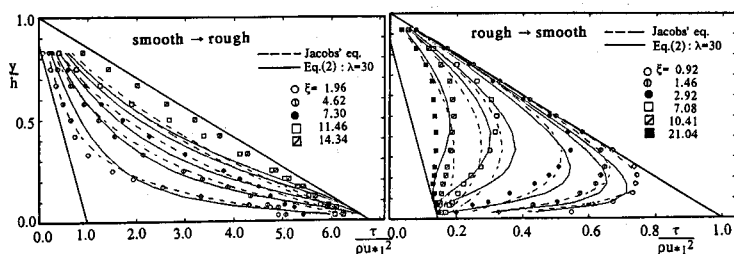


図1 Jacobsの実験結果と緩和過程モデル

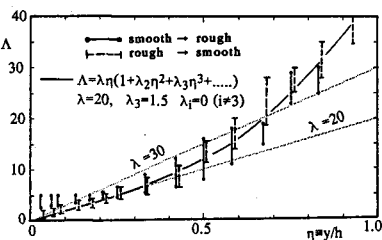


図2 レイノルズ応力の緩和距離

$$\Lambda(\eta) = \lambda \eta (1 + \lambda_2 \eta^2 + \lambda_3 \eta^3 + \dots) \quad (3)$$

式(1)が、底面せん断応力の急変に対するレイノルズ応力分布の変化過程を表しているとき、底面せん断応力に対するレイノルズ応力分布の変化過程についてのインパルス応答は次のように求められる。

$$g_R(\xi|\eta) = \partial \Psi(\xi, \eta) / \partial \xi = [1/\Lambda(\eta)] \cdot \exp[-\xi/\Lambda(\eta)] \quad (4)$$

また、底面せん断応力の任意の流下方向変化 ($\tau_b(x)$) に対するレイノルズ応力分布の変化過程は、このインパルス応答を用いて次のように書ける。

$$\tau(\eta|\xi) = (1-\eta) \int_0^\infty \tau_b(\xi-\theta) \cdot g_R(\theta|\xi) d\theta \quad (5)$$

3. 開水路粗度急変流れについての実験結果を用いた検討

最近、開水路粗度急変流れについてレーザードップラー流速計を用いた詳細な乱流計測結果が発表された(中川ら1989)。ここではそのデータを用いて、前章で空気流での実験結果に基づいて推定されたレイノルズ応力分布緩和についてのインパルス応答の、開水路粗度急変流れへの適用性を検討してみた。

中川らは、長さ10m、幅0.4mの可変勾配水路の中央で底面粗度を変化させ、その上で疑似等流を作った。粗面は直径1.2cmのガラスビーズを敷き詰めて構成し、滑面は鋼製板を用いた。ガラスビーズの頂部よりその直径の20%下方を河床原点 ($y=0$) とし、滑面と合わせてある。

図3は、式(5)を用いて得られる次のレイノルズ応力分布と実測値を比較したものである。

$$\tau(\eta|\xi) = (1-\eta) \tau_{b1} \cdot [(\beta^2 - 1) \Psi(\eta|\xi) + 1] = (1-\eta) \tau_{b1} \cdot \Omega(\xi, \eta, \beta) \quad (6)$$

主な実験条件は図中に示されており、 u_{*1} 、 u_{*2} ：粗度急変部の上流及び下流平衡状態での摩擦速度、 $\beta = u_{*2}/u_{*1}$ である。摩擦速度は、実測されたレイノルズ応力分布の底面外挿値として求められたものが使われている。ここでは、空気流についての実験結果から同定されたインパルス応答をそのまま用いたにもかかわらず、式(6)と実測値は良く一致している。すなわち、水流についても式(4)のインパルス応答は共通であると推測され、またレイノルズ応力と浮遊砂フラックスのアナロジーから、このインパルス応答は非平衡状態の浮遊砂濃度分布の記述にも適用できるものと推測される。

レイノルズ応力分布が推定されると、例えば混合距離モデルを用いて、次のように流速分布を推定できる。

$$\partial u^+(\eta) / \partial \eta = \sqrt{\tau(\eta|\xi) / \tau_{b1}} / I^+ = \sqrt{\Omega(\xi, \eta, \beta)} / \kappa \eta \quad (7)$$

ここに、 $u^+ \equiv u/u_{*1}$ 、 u ：局所流速、 I^+ は水深で無次元化した混合距離である。ここでは開水路流れにおける混合距離を次のよう仮定している。

$$I^+ = \kappa \eta \sqrt{1-\eta} \quad (8)$$

ただし、 κ ：カルマン定数 ($\kappa=0.4$) である。上式(7)の積分によって得られる粗度急変後の遷移区間での流速分布の変化は、図4に示すように実験結果を良く説明している。なお式(7)の積分の際、 U/u_{*1} が一定になるよう積分定数を決めた (U ：断面平均流速)。

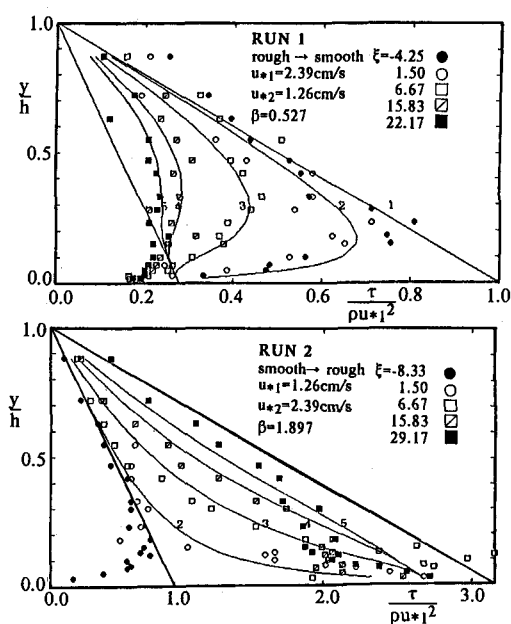


図3 開水路粗度急変流れでのレイノルズ応力分布の緩和

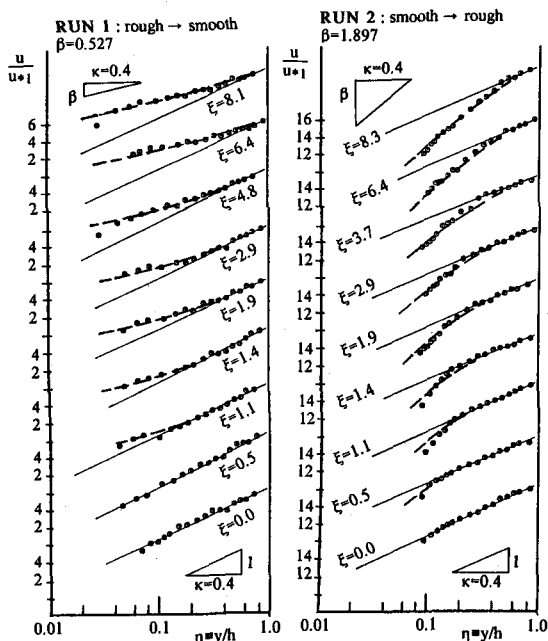


図4 開水路粗度急変流れの流速分布の変化

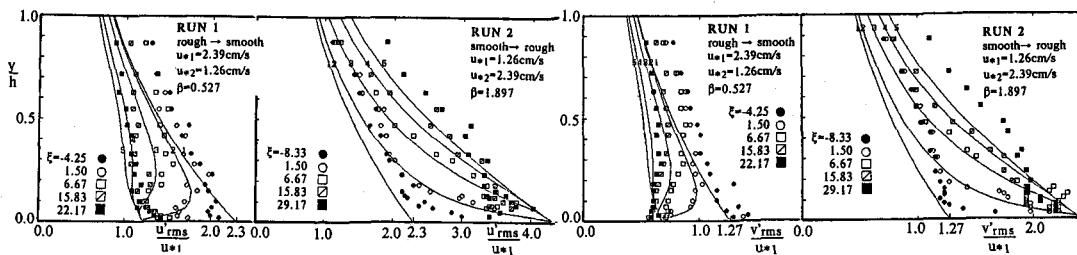


図5 開水路粗度急変流れにおける乱れ強度分布の変化過程

ところで、定常等流については乱れ強度は次のように指数関数的に変化する（棚瀬 1977）ことが知られている。

$$u'_{rms}/u_* = 2.3 \exp(-\eta); \quad v'_{rms}/u_* = 1.27 \exp(-\eta) \quad (9)$$

ここに、 u'_{rms} , v'_{rms} は乱れ強度の流下方向・鉛直方向成分である。一方 定常等流ではレイノルズ応力は三角形分布するから乱れの流下方向・鉛直方向成分の相関係数は次のように相対深さ（ η ）の普遍関数となる。

$$r_{TV} = \overline{u'v'}/(u'_{rms} \cdot v'_{rms}) = -0.342(1-\eta) \exp(2\eta) \quad (10)$$

底面粗度急変後の遷移区間についてこの乱れの相関係数を実測データから調べ、上式と比較したところ、こうした遷移区間においても式（10）が適用できるものと判断された。またこの遷移区間においても、同じ相対高さの乱れの流下方向・鉛直方向成分の比（ K_{uv} ）は、等流状態でのそれと同じ一定値（2.3/1.27）であることが認められた。こうした乱れの構造の普遍性を認めると、式（6）のレイノルズ応力分布から、乱れ強度の分布を次のように求めることが出来、これらの計算値は図5に示すように実験結果と良く合っている。

$$u'_{rms}/u_* = 2.3 \sqrt{\Omega(\xi, \eta, \beta)} \cdot \exp(-\eta); \quad v'_{rms}/u_* = 1.27 \sqrt{\Omega(\xi, \eta, \beta)} \cdot \exp(-\eta) \quad (11)$$

4. 開水路加速流に関する実験

dunes など 河床波上の流れを把握し、その上の流砂挙動の詳細を知ることなども目的とし、図6に示すような開水路流れにおける場所的加速部における流速分布が実験的に検討された（Cardoso, Graf & Gust 1989）。実験はスイ

ス連邦工科大学ローザンヌ校水理実験室 (LHYDREP-EPFL) の、長さ41m、幅 2mの直線水路の上流端から 31m の位置から傾斜角 4.99度の昇り勾配部分 (長さ2.16m) を設け、その上の加速流区間でビトー管 (直径3mm) を用いて流速測定が行なわれた。流れは上流部等流区間で約 35cm の水深を有する疑似等流に保たれた。水路床 (全区間にわたって滑面) には Gust (1988) によって試作されたフラッシュマウント型ホットフィルムを装着し、底面せん断応力を直接計測した (その出力は管路における損失水頭によって精密に校正された)。

直接計測された底面せん断応力から求められる摩擦速度 (u_*) の場所的变化を図 6 に示すが、加速流区間では顕著に増加している。図 7 は、流速分布の場所的变化過程を示す。無次元化に当たっては、実測された底面せん断応力から求められる摩擦速度を用いた。上流側等流区間では次式の対数則に良く合致しているが、加速流区間では対数則が適合するのは底面付近の限られた層となり、その上方では流速分布が一様化してくることが特徴的である。

$$u/u_* = (1/\kappa) \ln(u_* y/\nu) + B \quad (12)$$

ここで、 ν : 水の動粘性係数である。底面付近では、対数則の傾き (カルマン定数) のみならず定数項 B ($B=5.5$) もほぼ普遍的であることが注目される。図 7 には極めて底面近くの流速の実測値に、滑面上での対数則を適用して ($\kappa=0.4$) 計算された摩擦速度 (u_{*p}) も併示したが、これは直接計測値と良く一致している。

なお、図 8 には 1 成分ホットフィルム流速計で計られた流下方向流速の乱れ強さを示すが、局所摩擦速度で無次元化された乱れ強さと相対水深の関係は、等流のそれに比べ抑圧されていることがわかる。

実測された底面せん断応力の場所的变化を、流下方向距離を各点での水深で無次元化して示すとその変化は次のように一次式で近似された。

$$\tau_b(\xi)/\tau_{b0} = 1 + a\xi \quad (\xi > 0) \quad (13)$$

ただし、 τ_{b0} は上流側等流部の底面せん断応力である。このとき式 (4)、(5) を用いて、レイノルズ応力分布の変化過程は次のように書ける (図 9 参照)。

$$\Omega(\eta, \xi) = \frac{\tau(\eta, \xi)}{(1-\eta)\tau_b(\xi)} = \frac{1+a\{\xi-\Lambda[1-\exp(\xi/\Lambda)]\}}{1+a\xi} \quad (14)$$

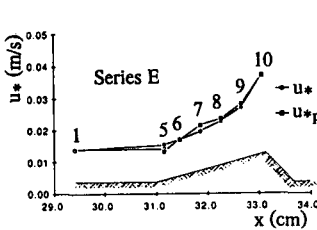


図 6 開水路加速流の底面せん断応力

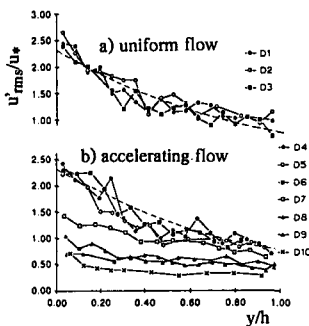


図 8 開水路加速流れでの乱れ強度分布

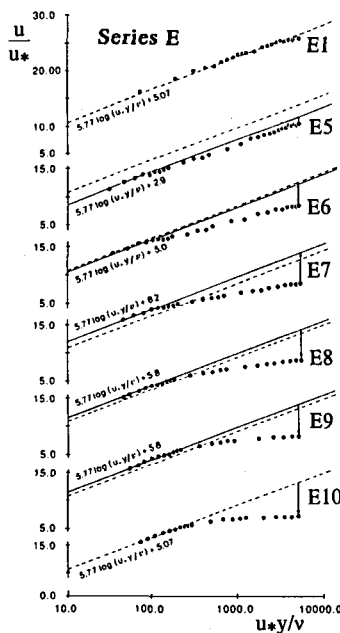


図 7 開水路加速流れの流速分布の変化

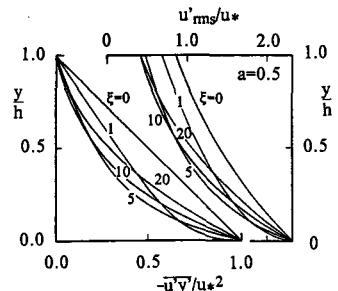


図 9 Reynolds 応力・乱れ強度の計算例

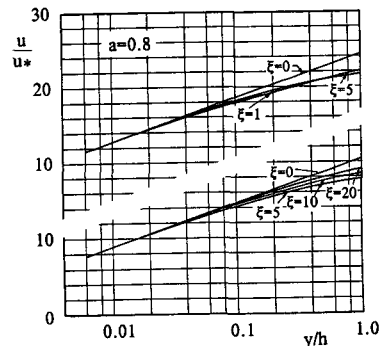


図 10 流速分布の計算結果

また式 (11) を適用すれば 乱れ強度も求められ (図 9 に併示), 定性的には 図 8 の実験結果と良く合っている。式 (14) のレイノルズ応力分布に混合距離モデルを適用して求められた流速分布は, 図 10 のようになり, 底面付近に限られた層を除いて対数則から流速分布が一様化する形にずれている。こうしたずれは加速流域に入って徐々に大きくなるが, 加速流域での流下距離がさらに増加してくると底面付近から徐々に対数則への戻りが見られ, 最終的には対数則にしたがう (平衡状態)。図 10 は, LHYDREP-EPFL の実験結果と 定性的な一致が見られるものの, 定量的には実験結果の方が流速分布の一様化が著しく (乱れ強度についても同様に等流状態の関係からの抑圧がモデルで過小評価されている), 本モデルで考慮できなかった要素もあるとも考えられる。

5. 開水路減速流を含む追加実験

より多くの底面せん断応力の変化パターンについてレイノルズ応力の緩和モデルの適用性を調べるため, 小規模実験水路でいくつかの路床パターンについて実験を追加した。実験は長さ 12m, 幅 0.4m の可変勾配水路 (金沢大学水理実験室) 内に, アクリル樹脂板で, 図 11 に示すような路床形状を作成して, その上下流 十分離れたところで近似的に等流となるような条件で, 各断面の流速分布 (水路中央) の測定を行なった。直径 3mm の小型プロベラ流速計を用い その流速変動の標準偏差を便宜的に流下方向乱れ強度と見なしてその分布についても調べた。

本実験では, (1) 路床の昇り勾配部分 (加速流域), (2) 加速が終わってからの平坦路床部分 (加速効果の減衰領域), (3) 路床の下り勾配部分 (減速流域), (4) 減速が終わってからの平坦路床部分 (減速効果の減衰領域) の 4 つに部分について検討した。ここでは摩擦速度を LHYDREP-EPFL のようには実測できなかったため, その決定が難しい。そこで, 路床の昇り勾配あるいは下り勾配の前後の平坦路床部分のほぼ等流と考えられる領域の摩擦速度を, 滑面乱流に対する対数則を適用して推定し, 路床の昇り勾配, 下り勾配部分については, LYDREP-EPFL の実験結果を参考にこの間で底面せん断応力が相対水深に比例して変化するものと (便宜的に) 仮定した。このようにして推定された摩擦速度を用いて流速分布, 乱れ強度分布を無次元化して示したのが図 12, 13 である。加速領域では, 流速分布が路床より離れた部分で (対数則よりも) 一様化し, 無次元乱れ強度は等流状態のそれに比べ小さくなる。こうした傾向が加速領域を終わって平坦路床部分にはいると流下距離と共に等流状態のときの固有の分布 (平衡状態) へ戻って行く (緩和)。一方, 減速域では路床より離れた部分で対数則よりも大きな流速勾配が現われ, 無次元化された乱れ強度は等流状態よりも増大して膨らんだ分布形状を示す。こうした傾向も減速流領域を終わって平坦路床部分にはいると流下距離と共に等流状態での固有の分布へ緩和して行く。

上述のような流れの性質の遷移特性は第 2 章の緩和モデルでうまく説明できる。図 14 にはこの実験条件に準拠し

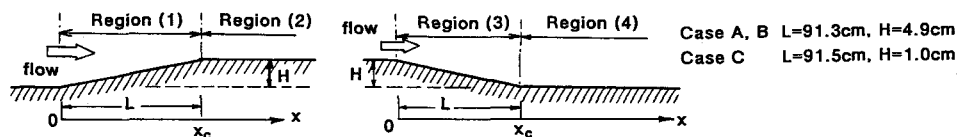


図 11 開水路における加速・減速を含む流れの計測

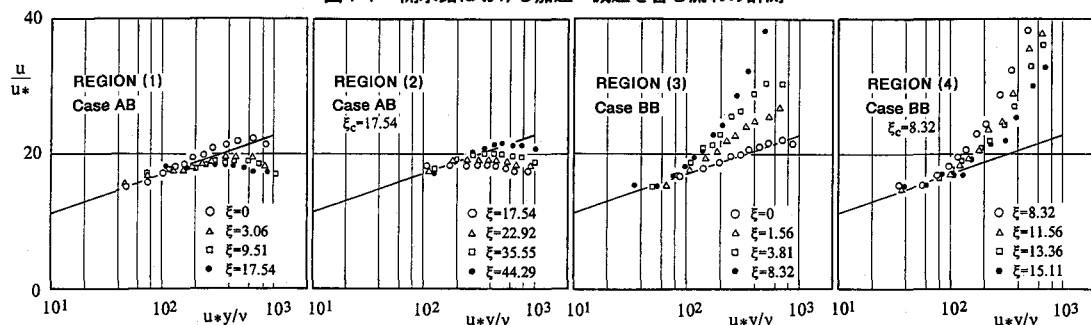


図 12 開水路における加速・減速を含む流れの流速分布の測定結果

て計算された結果を示したが、定量的には若干のずれはあるものの定性的にはかなりうまく説明できている。

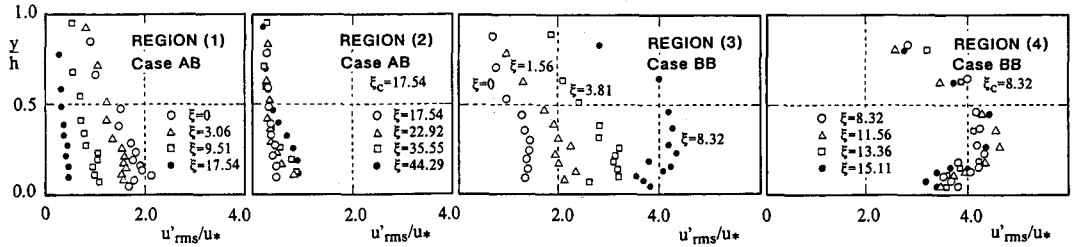


図 1-3 開水路における加速・減速を含む流れの乱れ強度測定結果

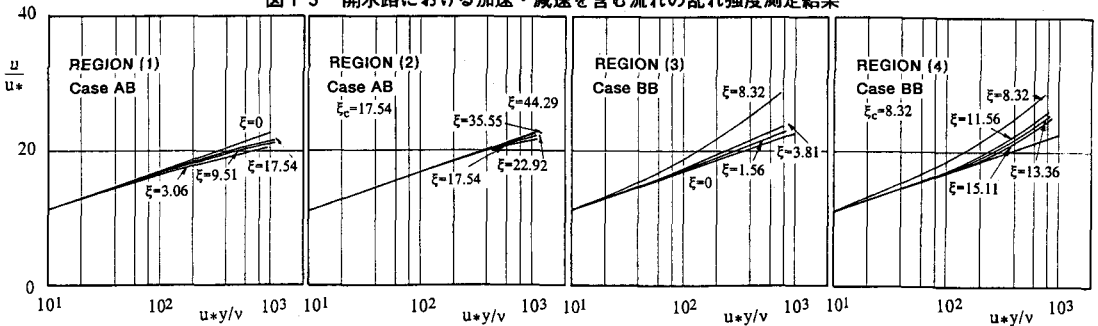


図 1-4 開水路における加速・減速を含む流れの流速分布の計算例

6. あとがき

本研究では、粗度急変流に着目してレイノルズ応力分布の緩和過程を想定し、そのインパルス応答を調べた。空気流の実験結果 (Jacobs) を用いて同定されたインパルス応答は開水路粗度急変流の流速・乱れ強度分布の遷移特性 (中川らの実験結果) の説明にそのまま適用できた。このことから、このインパルス応答を用いた量込み積分によって、河床状態の変化に伴って底面せん断応力が変化する場での流速・乱れ強度分布の簡便な推定が可能になると期待される。底面せん断応力の実測を伴った大型水路 (LHYDREP-EPFL) での加速流れ場の流速・乱れ強度分布の計測結果を検討し、本論文で提案した方法でその特性が充分説明できることがわかった。さらに小型水路で加速・減速域を組み合わせた流れの特性についても調べ、流速・乱れ強度分布の緩和性状を実験的に把握するとともに、これらが本論文で提案したレイノルズ応力分布緩和モデルでうまく表現できることが明らかにされた。

流れ構造の遷移のみ扱うならばより厳密なアプローチも可能であろう。しかしここでは路床状態の変化する場での流砂挙動の記述・予測も同精度 (精度の整合性) で行なうことを目的としている。例えば浮遊砂濃度分布とレイノルズ応力分布とのアナロジーを考慮すると、ここに用いたインパルス応答を用いて非平衡浮遊砂濃度分布も表現されよう。これらを組合せた現象記述が、本研究の次の課題と考えている。

本研究の遂行に当たって適切なアドバイスと配慮をいただいたスイス連邦工科大学ローザンヌ校、W. H. グラフ教授に謝意を表する。

参考文献

- Cardoso, Graf & Gust (1989) : Spatially accelerating flow in smooth open channel, *Proc. 23rd IAHR Congress, Turbulence in Hydraulics*, Ottawa, Canada.
- Gust (1988) : Skin friction probes for field applications, *J. Geophys. Res.*, Vol.93.
- Jacobs (1936) : Umformung eines turbulenten Geschwindigkeits Profils, *ZAMM* 19.
- 欄津 (1977) : 開水路流の乱流構造に関する基礎的研究, 京都大学学位論文.
- 鈴木・中川・欄津 (1989) : 開水路粗度急変流の乱流構造に関する研究, 土木学会第44回年講.