

Lower Regime 河床における流れの抵抗則

Flow Resistance on Lower Regime River Bed

愛媛大学工学部 鈴木 幸一 Koichi SUZUKI

愛媛大学大学院 鈴木 悟 Satoru SUZUKI

三井不動産建設(株) 加藤 知生 Tomoo KATO

Flow resistance on lower regime river beds is discussed with the data of Colorado University given by Guy et. al. The Engelund method to estimate the flow depth in an alluvial channel for a given flow discharge is modified for the lower flow regime. The hydraulic conditions to classify flat, ripple, and dune beds are given by the relationship between dimensionless bed shear stress and Reynolds number with respect to sand diameter. Moreover relationships between total and effective bed shear stresses in a dimensionless form are modified for dune bed in the Engelund diagram, and newly proposed for ripple and flat beds, which were not presented in the diagram. The accuracy of flow depth estimation for a given flow discharge with the modified diagram is much improved than without modification.

Keywords: flow resistance, lower flow regime, effective bed shear stress

1. はじめに

河川において河床波が形成されたとき与えられた流量と河床勾配に対して水深がどの程度になるかといういわゆる抵抗則については Einstein-Barbarossa¹⁾, Garde-Raju²⁾, Engelund^{3), 4)}, 岸・黒木⁵⁾をはじめ従来数多くの研究がある。しかし、実際に従来提案されている推定式を用いて流量・河床勾配から計算した水深と実測の水深とを比較すると両者は必ずしも良い精度で一致するわけではない。例えば、Guy ら⁶⁾のデータに対して、Garde-Raju の方法によって計算した水深と実測水深の相対誤差を示す図-1 にみられるように、とくに Lower flow regime の場合についての精度が良くない。水深の推定は、与えられた水理量から河床形態をまず求めつぎにその河床形態の抵抗を求めるという 2 段階の手順を経てなされる。したがって、河床形態の区分の精度および各河床形態による粗度の推定精度の両方が問題となる。本研究では、水深の推定精度が悪い Lower flow regime における流れの抵抗則を Engelund のように抵抗の相似則の仮定に基づいて Engelund が言及しなかった ripple 河床および平坦河床をも含めて再検討する。すなわち、Lower flow regime における河床形態の領域区分を見直し、各河床形態での流れに対する全抵抗と砂粒抵抗との関係を明らかにするとともに、その結果を利用して推定した水深と実測水深との比較を行う。検討に用いたデータは

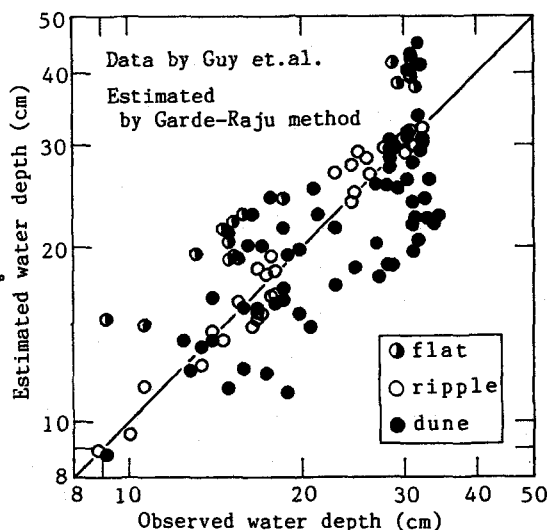


図-1 Guy らの実測水深と Garde-Raju の方法による推定水深

Colorado 大学の水路を用いた実験結果を Guy, Simons & Richardson⁶⁾ が集大成したデータである。林石⁷⁾ の抵抗則の検討にみられるように、通常実験の検証を行う場合、できるだけ多くのデータを利用することが望ましい。しかし、抵抗則の場合には、側壁の影響の補正方法があいまいなために抵抗に直接関係する径深に及ぼす水路幅の影響を合理的に除外できないこと、河床形態の判定基準が実験者毎に必ずしも一致しないこと、また実河川のデータには不確実な点多いことなどから、これらのデータをまとめて議論すると異質のデータに基づくばらつきが大きく、かえって現象の本質がとらえにくくなる危険性がある。したがって、水路幅の補正を必要としなくてよいほど幅の広い同一の水路での同質のデータがかなりの量あるということで、Guy らのデータの中で幅 2 feet 水路の実験データを除いた幅 8 feet 水路の実験データのみを用いて解析することとした。

2. Engelund の方法と問題点

従来、河床波を伴う流れでは河床面せん断応力（全抵抗） τ_o を

$$\tau_o (= \rho g R I) = \tau_o' + \tau_o'' \quad (\text{or} \quad \tau_* = \tau_*' + \tau_*'') \quad (1)$$

のように、砂粒粗度によるせん断応力（砂粒抵抗） τ_o' と河床形状によるせん断応力（形状抵抗） τ_o'' とに分けて取り扱うことが多い。ここに、 ρ は水の密度、 g は重力加速度、 R は径深、 I はエネルギー勾配である。Engelund³⁾ は τ_o'' が主に ripple や dune の直下流部における断面拡大によるエネルギー損失に基づくものとして

$$\tau_*'' (= U_*''^2 / s g d) = \Delta^2 Fr^2 / 2 s d \lambda \quad (2)$$

で示されるとした。ここに、 $s = \sigma / \rho - 1$ 、 σ, ρ はそれぞれ砂および水の密度、 Δ は河床波の波高、 λ は河床波の波長、 $Fr = U / \sqrt{g h}$ 、 U は平均流速、 h は水深、 $U_*' = \sqrt{\tau_o' / \rho}$ 、 $U_*'' = \sqrt{\tau_o'' / \rho}$ である。そして、二つの力学的に相似な流れでは同一の τ_*' をとるとともに河床波による断面の拡大損失は全エネルギーに対して同一の割合をもつという相似仮説のもとに、 τ_* は τ_*' のみの関数であり、

$$\tau_* = f(\tau_*') \quad (3)$$

であることを導いた。ここに、

$$\tau_* = U_*^2 / s g d = R I / s d \quad (4)$$

$$\tau_*' = U_*'^2 / s g d = R' I / s d \quad (5)$$

また、 τ_*' は

$$U / \sqrt{g R' I} = 6.0 + 5.75 \log(R' / k_s) \quad (6)$$

から求まる R' を用いて (5) 式で計算する。ここに、 k_s は砂粒粗度の相当粗度で 65 % 砂粒径を d_{65} とすると $k_s = 2 d_{65}$ である。さらに、Guy らのデータで 8 ft 幅水路での実験データを用いて、(3) 式の関係を図-2 のように求めた。⁴⁾ ここに、 $\theta = R I / s d_{35}$ ($\sim \tau_*$)、 $\theta' = R' I / s d_{35}$ ($\sim \tau_*'$) であって代表粒径は 35 % 粒径 d_{35} を用いている。したがって、流量 Q 、河床勾配 I および d_{65} を与えると、仮定した R を用いて平均流速 U を計算し (6) 式から試算法によって R' が求まる。この R' を用いて (5) 式から τ_*' を計算し図-2 から τ_* を求めると (4) 式で R を計算することができる。この R が仮定した R と一致するように繰り返し計算して R を決定できる。

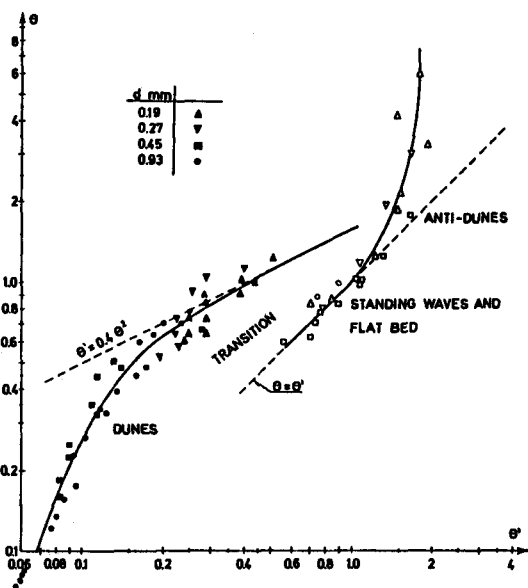


図-2 Engelund による $\theta (\sim \tau_*)$ と $\theta' (\sim \tau_*')$ の関係⁴⁾

この Engelund の方法における問題点の第 1 は、図-2 の τ_* と τ_*' との関係において Lower flow regime における ripple 河床や平坦河床の場合の関係が示されていないことである。また、Engelund は ripple 河床は Reynolds 数の影響を受けるので上記の相似仮説は成り立たないと考えたが、実際はどうか。また、岸・黒木⁵⁾は図-2 の関係は特殊な場合を除いて完全には成立しなく、 R/d によっても若干変化することを示している。第 2 の問題点は、(6) 式における砂粒相当粗度 k_s の与え方の問題である。Engelund は平坦河床時のデータも ripple 河床のデータと同様に図-2 に示していないが、後に述べるように $k_s=2d_{es}$ として平坦河床のデータを検討すると平坦河床の時 $\tau_*=\tau_*'$ となっていないことが判明した。平坦河床時に $\tau_*=\tau_*'$ になるように k_s を修正する必要がある。また、混合砂の場合の代表砂粒径 d としての d_{es} は通常の混合砂では平均粒径 d_m に近いので適当と考えるが、図の θ あるいは θ' は代表粒径として d_{35} を用いている。 d_{35} は d_m と比較して極端に小さくなり混合砂の種類によっては代表砂粒径として適当でない場合も考えられるので d_{es} を用いた図-2 はどうなるかを検討しておくことも必要であると考ええる。

3. Lower flow regime の河床形態区分

河床形態の判定や実験精度および側壁補正の方法が各研究者によって若干異なることで異質のデータの混在を避けるためここでは Guy, Simons & Richardson による実験データのみでしかも水路幅が 8 ft 水路のデータのみを用いて議論する。幅が 8 ft (約2.4m)、長さが 150ft (約45m) の大規模な水路を用いて行われた実験から得られた 185個のデータであり、そのうち Lower flow regime のデータは 128個である。実験の水深は約 8cm から 35cm の範囲であり、水路幅に比して小さく、また側壁は平滑であるので、側壁の補正は行わず径深 R は水深 H に等しいとした。8 ft 幅水路実験に用いられた砂は 5 種類で、表-1 にその粒径特性を示しているが、分散 $\sqrt{d_{84}/d_{16}}$ が 1.3 から 1.7 ままであり混合砂としての扱いが必要となるが、代表砂粒径をどのようなものとするかが問題となる。すなわち Engelund が (6) 式に用いた d_{es} と (4)、(5) 式に用いた d_{35} とは大きく異なるものがある。 d_{35} は混合砂によっては極端に平均粒径より小さくなり代表粒径として適当でない場合がある。したがって、ここでは通常平均粒径 d_m に近い d_{es} を便宜的に代表砂粒径として議論を進める。

図-3 は Lower flow regime について、 $\tau_* \sim U_* d_{65}/\nu$ (ν : 動粘性係数) 平面で平坦河床、ripple 河床 および dune 河床の区分を示したものである。この図より、Lower flow regime では少なくとも Guy らのデータのみからは、

表-1 Guy らの実験砂の粒径特性

Sand	1	2	3	4	5
d_{35} (mm)	0.18	0.23	0.24	0.37	0.76
d_{65} (mm)	0.22	0.32	0.34	0.53	1.10
d_m (mm)	0.20	0.33	0.35	0.43	0.90
$\sqrt{d_{84}/d_{16}}$	1.3	1.6	1.7	1.6	1.6

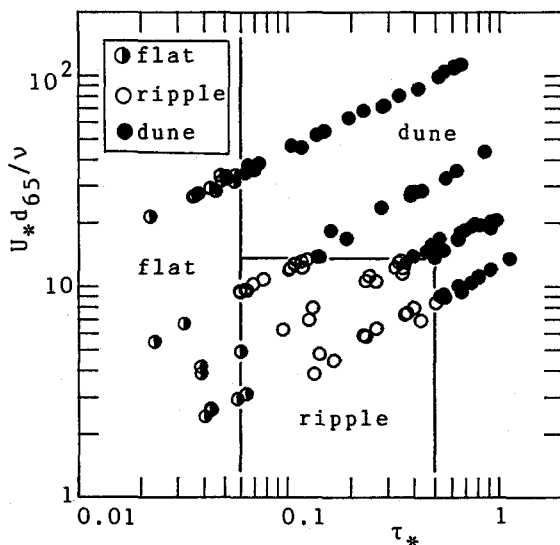


図-3 Lower flow regime における河床形態の領域区分

$$\left. \begin{array}{ll} \text{flat 河床:} & \tau_* < 0.06 \\ \text{ripple 河床:} & 0.06 < \tau_* < 0.5 \text{ かつ } U_* d_{65} / \nu < 13 \\ \text{dune 河床:} & \tau_* > 0.5 \text{ および } 0.06 < \tau_* < 0.5 \text{ かつ } U_* d_{65} / \nu > 13 \end{array} \right\} (7)$$

と河床形態の発生領域区分ができる。各河床形態の判定は Guy らの基準で行われたものであり、例えば ripple と dune の共存するような場合の微妙な形態の違いをどのような基準で判別したかは不明である。しかし逆に結果としての領域区分図-3、すなわち (7) 式が Guy らの判定基準であったと言える。なお、ここでは Lower flow regime 内のことについて検討しているの、Lower flow regime と Transition あるいは Upper flow regime との区分は芦田・道上⁹⁾などの領域区分図で予め行っておく必要がある。

4. Lower flow regime での τ_* と τ'_* との関係

図-4 の白丸印で示すデータ(破線)は、(6)式において $k_s = 2d_{65}$ で計算した R' を用いて求めた τ'_* と実測の τ_* との関係を平坦河床のみについて示している。Engelund は k_s を求めるときは d_{65} を代表粒径として用い、 τ_* 、 τ'_* に対しては d_{65} を代表粒径として用いているが、ここでは τ_* 、 τ'_* は d_{65} を代表粒径として無次元化している。平坦河床においては $\tau_* = \tau'_*$ でなければならないが $\tau_* > \tau'_*$ となっており、移動床では平坦河床でも固定床に比して k_s が大きくなっていると考えられる。その理由として、混合砂の砂粒子が移動している場合は砂の飛行高や移動床であるために平坦河床であっても生じる河床の砂粒径規模の凹凸の増大などが考えられる。したがって、平坦河床において $\tau_* = \tau'_*$ とするためには、(6)式における相当粗度 k_s を変化させる必要がある。

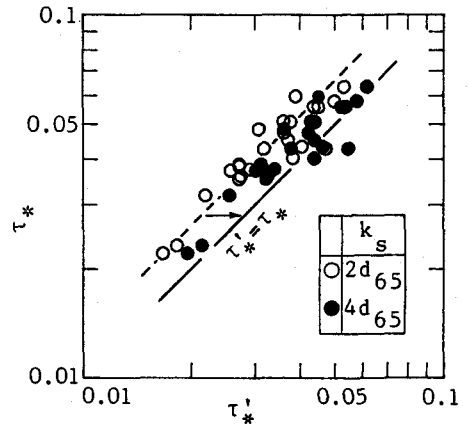


図-4 平坦河床における τ_* と τ'_* の関係への k_s の影響

粒径 d の均一砂の固定床砂粒粗面では Nikuradse による $k_s = d$ であるが、 $k_s = 2d_{65}$ として計算した図-4 の白丸で示す τ_* と τ'_* の関係から推定すると k_s は少なくとも $2d_{65}$ より大きいことがわかる。ほとんど砂が移動していない状態で図-4 の白丸で示すデータを $\tau_* = \tau'_*$ となるように黒丸の位置に移動させるためには、 $k_s = \alpha d_{65}$ とした場合の定数 α を $\alpha = 4$ とする必要がある。また、平坦河床でもかなりの砂の移動がある場合には、砂の飛行高さ h_g も粗度高を変化させると考える。いま、仮りに長さの次元をもつ量を考えて h_g が、

$$h_g = \alpha_1 (U_*^2 - U_{*c}^2) / (\sigma / \rho - 1) g \quad (\alpha_1: \text{定数})$$

で表せると仮定すると、 α_2 を定数として、

$$k_s = \alpha d_{65} + \alpha_2 h_g = \alpha d_{65} \{ 1 + (\alpha_1 \cdot \alpha_2 / \alpha) (U_*^2 - U_{*c}^2) / s g d_{65} \}$$

と考えられる。すなわち、

$$k_s = \alpha d_{65} \{ 1 + \beta (\tau_* - \tau_{*c}) \} \quad (\beta = \alpha_1 \cdot \alpha_2 / \alpha) \quad (8)$$

と表わせる。 α については上述のように $\alpha = 4$ とし、 $\tau_{*c} = 0.047$ 程度と与えられるが、 β については全く不明であるので図-4 で砂の移動がある場合 ($\tau_* > 0.047$) のデータが $\tau_* = \tau'_*$ となるように試算した結果 $\beta = 2$ 程度となった。これらの値を用いて (8) 式から k_s を計算し、(6) 式を用いて τ'_* を求めた場合には図-4 の黒丸で示すようになり実線に示すように $\tau_* = \tau'_*$ となる。すなわち、(8) 式での k_s は平坦河床では通常 $1 < \beta (\tau_* - \tau_{*c})$ であるから、 $k_s \approx 4d_{65}$ となり、固定床で通常考えている k_s よりかなり大きくとる必要があることになる。いま、河床波上でも砂粒粗度が、(8) 式で表されるものとして (6) 式を

用いて求めた τ^* と実測の τ_* との関係を Lower flow regime の全てのデータについて示すと図-5 のようになる。flat、ripple および dune 河床別に分けて示してあるが、データにばらつきはあるものの各河床形態毎に(3)式はほぼ成立することが認められる。Engelund は ripple 河床は粘性 τ^* の影響を受けるので(3)式を導くための相似仮説が成り立たないと考えて ripple 河床の場合の関係を示さなかったが、この場合についてもややばらつきが大きいものの τ^* と τ_* にはほぼ一義的な関係が認められるようである。すなわち、同一の τ^* に対しても ripple と dune 河床および ripple と平坦河床では抵抗が異なるため、 τ_* が二値をもつような τ_* と τ^* の関係となっている。いま、これらの平均的關係を示せば

$$\left. \begin{array}{l} \text{flat 河床: } \tau^* = \tau_* \\ \text{ripple 河床: } \tau^* = 0.45 \tau_* \\ \text{dune 河床: } \tau^* = 0.06 + 0.5 \tau_*^{3/2} \end{array} \right\} (9)$$

ただし、 $\tau_* = U_*^2 / s g d_{ss}$ 、 $\tau^* = U_*'^2 / s g d_{ss}$

となる。ripple 河床で τ^* が(9)式のように τ_* に比例しているということは、 τ_* が変化しても砂粒抵抗と形状抵抗の割合が不変であるということを示している。すなわち、Engelund の相似仮説を認めると、巨視的には ripple 河床の形状は τ_* によらず不変であると考えられる。ただし、データのばらつきがかなりあり、これは図-3のように ripple が砂粒レイノルズ数 $U_* d / \nu$ に規定されていることから $U_* d / \nu$ の影響が入っているためと考えられ、厳密には相似仮説が満足されていないことを示している。また、dune河床では、 τ_* が0.06から0.5程度の範囲で形状抵抗が0から ripple 河床の形状抵抗程度までに徐々に増加している。このことは、波高と波長の比 Δ / λ が τ_* の増加とともに大きくなり、duneの形状が変化することを示している。 $\tau_* \approx 0.5$ で dune の形状と ripple の形状はスケールは異なるが相似となっていることになる。 $\tau_* > \sim 0.5$ の dune の形状については、 τ_* が増加するにつれてわずかではあるが Δ / λ が減少する傾向にあることになる。以上のことは、dune の波形勾配 Δ / λ は $\tau_* \approx 0.5$ で最大となるが ripple の波形勾配を大きくは越えないことを示している。事実、従来の実測結果によると ripple では $\Delta / \lambda = 0.05 \sim 0.12$ 、dune では $\Delta / \lambda = 0.03 \sim 0.06$ であり⁹⁾、dune の最大波形勾配 0.06 は ripple の波形勾配より小さくなっている。Engelund の元図-2 では dune 河床で $\tau^* = 0.06 + 0.4 \tau_*^2$ と(9)式とは若干異なっているが、これは $\tau_* = U_*^2 / s g d_{35}$ 、 $\tau^* = U_*'^2 / s g d_{35}$ と代表粒径を d_{35} を用いていること、(6)式の k_s を $2 d_{35}$ としていることなどのためである。なお、 R / d_{35} の違いが τ_* と τ^* の関係に及ぼす影響についても検討したが、この Guy らのデータの限りでは明確ではなかった。

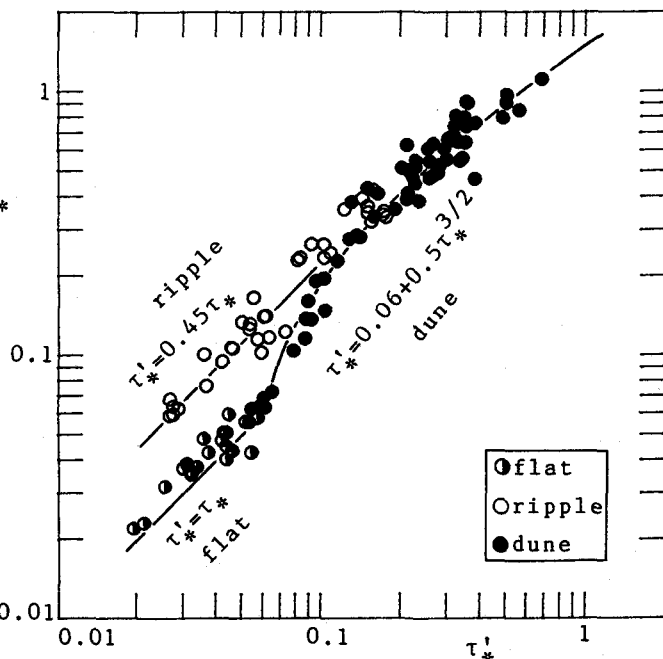


図-5 Lower flow regime の河床形態毎の τ_* と τ^* の関係

5. Lower flow regime での水深の推定

流量 Q 、河床勾配 I 、および砂粒径が与えられた場合、上述の Engelund の方法を修正した結果を用いると Lower flow regime における水深が、どの程度の精度で推定できるかについて調べる。 Q 、 I および d_{65} が与えられると、まず径深 R を仮定し平均流速 U を求める。仮定した R より $\tau_* (=R I / s d_{65})$ を計算し、(8)式で $\alpha=4$ 、 $\beta=2$ 、 $\tau_{*c}=0.047$ として k_s を求め、この k_s と平均流速 U を用いて(6)式から試算的に R' が求まり $\tau_*' (=R' I / s d_{65})$ が得られる。つぎに $U \cdot d_{65} / \nu$ と τ_* とから(7)式より河床形態を求めるが、この際 R / d_{65} と τ_* を用いて芦田・道上の図⁷⁾より Lower flow regime にあることを確かめておく。 τ_*' と(9)式から τ_{*c} を求め、この τ_{*c} から R を計算し、最初仮定した R と最後に得られた R が一致すれば最終的にその R が推定径深となる。このようにして Lower flow regime について、求めた推定水深と Guy らの実測水深とを比較したものが図-6 であり図から見られるように、ripple 河床での推定精度がやや悪いが実測値と推定値の相対誤差はほぼ $\pm 20\%$ 以内に収まっている。他の方法では通常図-1 にみられるように推定精度の著しく悪い Lower flow regime においても、比較的満足できる精度で水深の推定が可能になったといえる。

6. おわりに

河床形態と抵抗則に関しては、従来多くの研究がなされており、研究はし尽くされたかに思えるが実際に流量を与えて水深を推定してみると、必ずしも満足できる精度まで議論がなされてはいないことがわかる。混合砂河床の河床形態の特性、適切な代表粒径の与え方など今後さらに検討すべきことも多い。本研究では、同質のデータという点を重視し同一水路の Guy らのデータのみを用いて、Lower flow regime における水深をより精度よく推定しようと試みた。すなわち、Engelund の抵抗の相似仮説に基づいて、flat, ripple および dune 河床における砂粒抵抗と全抵抗の関係を明らかにし、Lower flow regime の水深推定精度を向上させることができた。

参考文献

- 1) Einstein, H.A., and Barbarossa, N.L.: River channel roughness, Trans. ASCE, Vol. 117, Paper No. 2528, 1952, pp. 1121-1132.
- 2) Garde, R.J., and Range Raju, K.C.: Resistance relationships for alluvial channel flow, Proc. ASCE, Vol. 92, No. HY4, 1966, pp. 77-100.
- 3) Engelund, F.: Hydraulic resistance of alluvial streams, Proc. ASCE, Vol. 92, No. HY2, 1966, pp. 315-326.
- 4) Engelund, F.: Closure of Discussion, Hydraulic resistance of alluvial streams, Proc. ASCE, Vol. 93, No. HY4, 1967, pp. 287-296.
- 5) 水理委員会移動床流れの抵抗則と河床形状研究委員会: 移動床流れにおける河床形態と粗度, 土木学会論文報告集, 第 210 号, 1973, pp. 65-91.
- 6) Guy, H.P., Simons, D.B. and Richardson, E.V.: Summary of alluvial channel data from flume Experiments, 1956-61, USGS, Prof. Paper, 462-1, U.S. Government Printing Office, 1965.
- 7) 林泰造・石 類: 沖積河川における河床形状相当砂粒粗度, 第 33 回水理講演会論文集, 1989, pp. 433-438.
- 8) 芦田和男・道上正規: 移動床流れの抵抗と掃流砂量に関する基礎的研究, 土木学会論文報告集, 第 206 号, 1972, pp. 59-69.
- 9) 土木学会: 水理公式集, 昭和60年度, 技報道, 1985, p. 253.

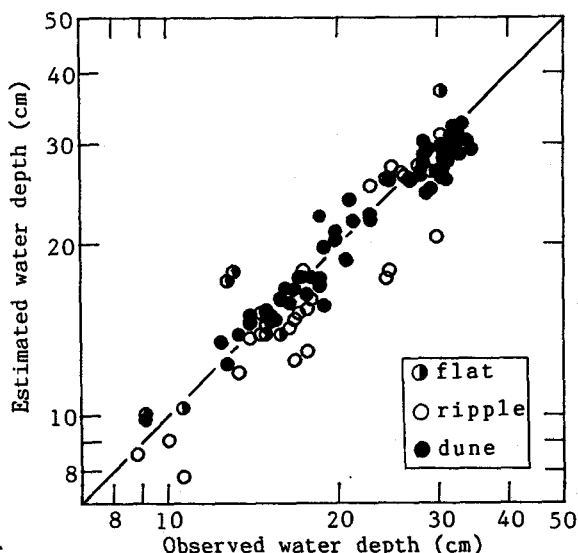


図-6 Lower flow regime での Guy らの実測水深と修正 $\tau_* \sim \tau_*'$ 図を用いた推定水深の関係