

## 複断面蛇行流の水理特性に関する研究

## A Study of the Hydraulics of Meandering Compound Channel Flows

京都大学防災研究所 芦田 和男 Kazuo ASHIDA

京都大学防災研究所 江頭 進治 Shinji EGASHIRA

京都大学大学院○劉 炳義 Bingyi LIU

Two subjects are chosen for discussions; one is the flow characteristics in a meandering compound channel with flat rigid and equilibrium rigid beds, and the other is the resistance of flows in compound channels.

Experimental results show that the flow pattern, the profiles of water surface and velocity are strongly affected by energy or momentum transfer between in-bank and over-bank flows.

An energy conservation equation is presented in order to evaluate the effects of interaction between the flows in main channel and flood plain to the flow resistance. A method is developed to predict the flow-depths, the mean velocities or the flow-discharges of main channel and flood plain. Its applicability is verified by flume data as well as by sensibility analysis.

*Keywords:* main channel flow, flood plain flow, meandering flow, velocity, flow resistance

## 1.はじめに

多くの河川は低水路と高水敷から構成されており、平面形状は直線か蛇行か、あるいはこれらの組合せとして表わされる。その中で複断面直線流路が一番簡単な形であり、これについては、従来から多くの研究がなされてきた。しかし、低水路が蛇行している場合の複断面流に関する研究はまだ少ない。複断面蛇行流では、蛇行流の特性と複断面流の特性とが混在して、流れは三次元性を強く帯び、その構造も一層複雑となる。それに応じて、流れの抵抗、低水路の河床変動および高水敷上の流砂などは単断面蛇行流路や複断面直線流路の場合とかなり違ってくる。本研究では、主として二つのことについて論ずる。まず、詳細な実験データに基づいて、複断面蛇行流の特性について検討する。ついで、エネルギー方程式を導き、それに基づいて複断面河道における流れの抵抗則に関する計算法を提示する。

## 2.水面形と流速・流向分布

## 2.1 実験の概要

実験は、水路幅 100cm、水路長 10m の直線水路に蛇行低水路を設けたもの(図-1)を用いて行った。蛇行低水路の流路中心線は sine-generated-curve で、水路幅  $B=20\text{cm}$ 、蛇行長  $L=220\text{cm}$ 、最大偏角  $\theta_{max} = 35^\circ$  とし、水路勾配は 0.01 である。低水路床は平坦固定床および平衡固定床とし流量はそれぞれ under-bankfull flow, bankfull flow および over-bankfull flow になるように、0.87、2.15、および 7.15( $\text{l}/\text{s}$ )に設定している。

本文に用いる二、三の用語を説明しておく。in-bank 流と over-bank 流：高水敷高さ以深の流れを in-bank 流とし、高水敷高さ以浅の流れを over-bank 流とする。in-bank 流のらせん流(in-bank helical flow)：低水路の水深方向の平均流速ベクトルを基準として見た 2 次流。

## 2.2 水面形

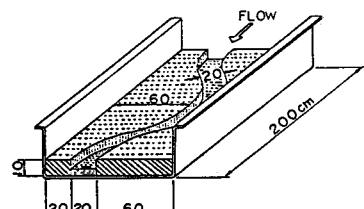


図-1 実験水路

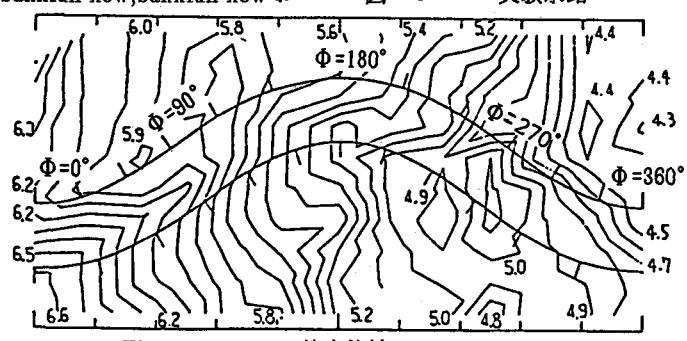


図-2 等水位線

図-2 は、平坦床複断面流の等水位線図である。これより次のようなことがわかる。(a) 複断面低水路の凹岸における水位の上昇量は、単断面流のものよりも小さい。これは、低水路主流の曲率が、高水敷流との interaction によって小さくなるからである。(b)  $\Phi = 30^\circ \sim 180^\circ$  の左岸高水敷および  $\Phi = 210^\circ \sim 360^\circ$  の右岸高水敷において

て、水面勾配は緩くなっている。これは、高水敷上の流れが低水路の蛇行流によって、凹岸側において堰上げられるからである。これは、また、後述するような高水敷流の蛇行現象と対応するものである。

### 2.3 over-bank 流と in-bank 流の平均流速・流向分布

図-3は、複断面蛇行流の平坦河床の鉛直平均流速ベクトルである。実線は高水敷高さ以浅の領域、破線は高水敷高さ以深の部分のものである。高水敷上において、 $\Phi = 0^\circ, 360^\circ$  の右岸近傍および

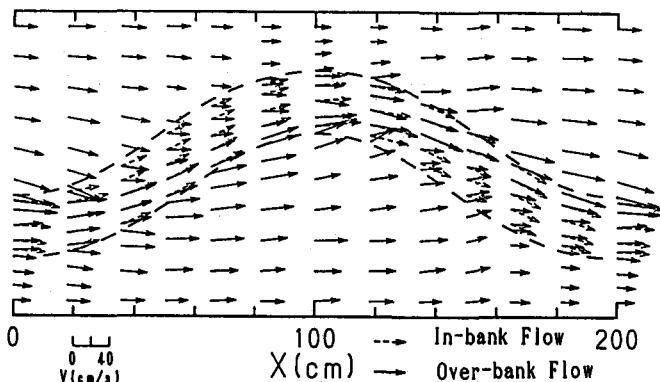
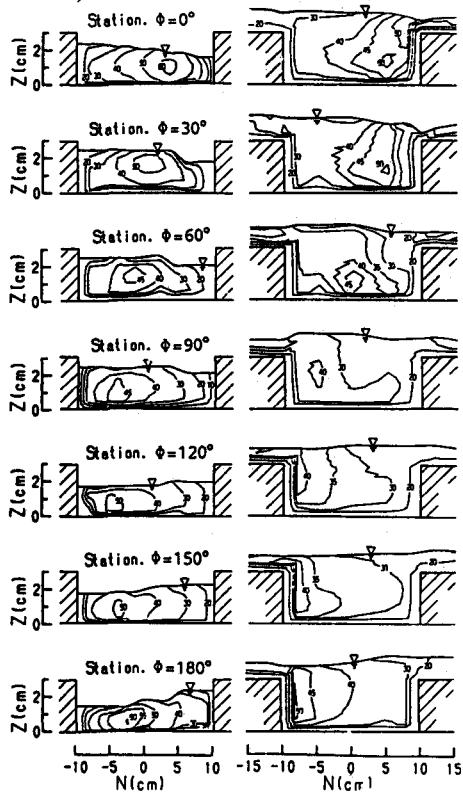
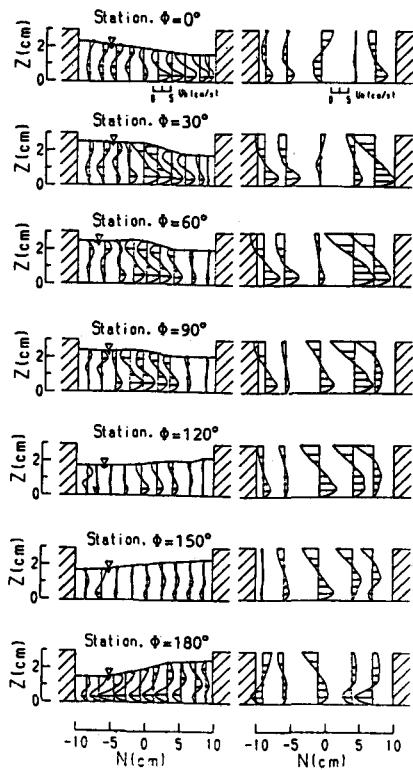


図-3 平均流速・流向分布



(a) 単断面流 (b) 複断面流  
図-4 等流速線 (平坦床)



(a) 単断面流 (b) 複断面流  
図-5 らせん流の分布 (平坦床)

$\Phi = 180^\circ$  左岸付近に流速の遅い領域が形成されている。これは、低水路の蛇行による“堰上げ”の効果に起因するものである。また、低水路と高水敷における流れの相互作用によって、高水敷上の流れも蛇行している。

### 2.4 in-bank 流の流況

(1) 等流速線 図-4には、それぞれ bankfull flow と over bankfull flow の平坦河床上の流れの等流速線（点流速の絶対値）が示されている（図の右側が左岸である）。複断面蛇行流では、最大流速域の  $z$  軸に沿うパターンは、単断面の場合よりも約  $30^\circ$  程度下流側へシフトしている。これは、高水敷以浅の流れによる shear effect によるものと思われる。さらに、単断面流には見られない次の特徴がある。すなわち、最大流速域は単断面の場合よりもさらに低水路河岸近くに形成され、等流速線の密度は非常に高くなっている。これは、高水敷と低水路との間の質量や速度量の輸送によるものである。すなわち、図-3を参考にすれば、 $\Phi = 60^\circ \sim 150^\circ$

の左岸は、流速の小さい高水敷の水が低水路へ流入する領域になっており、低水路右岸は、高水敷へ流出する領域になっているからである。また、高水敷流の流入の最も顕著な領域は $\Psi = 60^\circ$ の付近となっており、低水路流の高水敷への流出の最も顕著な領域はそれより $60^\circ$ 下流側の $\Psi = 120^\circ$ 付近になっている。

(2)in-bank 流のらせん流の分布 図-5(a),(b)と図-6(a),(b)は、それぞれ平坦河床および平衡河床上の in-bank 流のらせん流の分布である。まず、平坦河床上のらせん流の分布について考察すると、次のような特徴が見られる。

複断面蛇行流では、in-bank 流のらせん流の分布は、単断面のらせん流分布に over-bank 流の影響が加わる。over-bank 流が in-bank 流のらせん流の分布に及ぼす影響には二つある。一つは低水路への流れ込みおよび高水敷への乗り上げによって生じる側壁近傍における主流のねじれである。もう一つは、低速流体と低水路の高速流体の混合作用による流れの曲率および流速の鉛直分布への影響である。図示のように、複断面流においては一断面に三つの渦を形成している領域があるが、左右岸に形成されているものが上述の第一の要因によるものであって、流路中心軸上のものが、第二の要因によって支配されており、これは、単断面のらせん流に相当するものと考えられる。

これらの渦は、横流入・流出強度の  $s$  方向の分布や流れの流線形状に応じて、合体・分離および発達・減衰を繰り返している。たとえば、 $\Psi = 0^\circ, 30^\circ$ においては、三つのらせん流が形成されている。単断面のものと逆向きとなっている中央部の $-s$  成分の渦は減衰・消滅過程にあり、両岸の渦は横流入・流出量の増加に伴い発達過程にある。 $\Psi = 60^\circ$ になると、これらの渦は合体して、単断面における支配的な渦と同様 $+s$  成分をもつ一つの渦になり、 $\Psi = 90^\circ \sim 120^\circ$  の領域において発達する。その下流で減衰し、 $\Psi = 180^\circ$ においては再び三つの渦に分裂している。いま、流路中心軸上の渦度に着目すれば、これが最も大きくなるのは $\Psi = 120^\circ \sim 150^\circ$  の領域であって、これらの領域は単断面の発達領域よりも約 $60^\circ$ 下流に位置している。

図-6(a),(b)に示す平衡河床上におけるらせん流についてみると、次のような特性が分かる。平衡河床においては、平坦床の単断面において見られるような一对の渦や複断面における三つの渦の存在はそれほど明瞭ではない。これは、河床形状の影響が顕著なためであろう。複断面のものについてみると、らせん流は、平坦床の場合よりさらに複雑な構造になっている。とくに、河床部の侵食があまり顕著でない領域において複雑である。これは、河床波が形成されていることにも一因がある。しかしながら、 $\Psi = 90^\circ$ 、および $\Psi = 120^\circ$ とその上・下流においては、単断面の場合に見られるように、流路の横断形状に対応して全断面に渡るようならせん流が形成されている。これらの領域は、横流入・流出の最も強い流路形状の転向点付近にあり、単断面のものよりも約 $60^\circ$ 下流側にシフトしている。

### 3. 複断面流路の抵抗予測法

複断面流れにおける水位・流量の関係には、次のような特徴がある：(1)水位が上昇して、高水敷をわずか上回るとき、全断面の流量が低水路満杯時の流量より減少する；(2)単断面の場合と比べ、低水路の流量が減少し、高水敷の流量が増加している；(3)単断面の流れより流水抵抗が大きい。

このような水位・流量曲線の算出法として、Manning 則に基づいて、断面分割法を用いて、その合成粗度係数を見出す手法が定義している。しかし、河原・玉井の研究<sup>1)</sup>や福岡・藤田の研究<sup>2)</sup>に見られるように、分割面の扱いやせん断力の評価には任意性がある、上述の水位・流量特性を再現するためには、さらなる研究が必要である。そこで、以下主流路と高水敷とのエネルギーの授受に着目して、流れの抵抗を考察してみる。

#### 3.1 エネルギー方程式

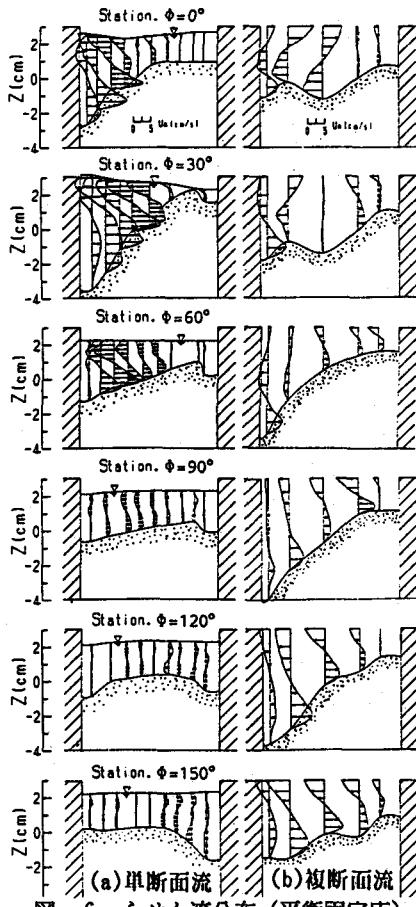


図-6 らせん流分布（平衡固定床）

三次元流れのエネルギー式はテンソル表示法で表わすと、次のようになる。

$$\frac{\partial \kappa}{\partial t} + u_j \frac{\partial \kappa}{\partial x_j} = \rho F_i u_i - \frac{\partial(p u_j)}{\partial x_j} + \frac{\partial(\tau_{ij} u_i)}{\partial x_j} - \Phi \quad (1)$$

ここに、 $\kappa = \rho u_i u_i / 2$ 、 $u_i$ :流速、 $F_i$ :外力、 $p$ :圧力、 $\tau_{ij}$ :レイノルズ応力を含めた応力テンソルである。

定常流の条件下において、(1)式を横断方向の境界  $y_1(x)$ 、 $y_2(x)$ 、水路床面、水面と区間  $\delta x$  で囲まれる領域で積分し、 $\delta x \rightarrow 0$  とすれば、次式が得られる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \hat{E}}{\partial x} &= \frac{1}{Q} \left\{ [(\hat{E} - \bar{E})q]_{y_2} + [(\hat{E} - \bar{E})q]_{y_1} \right\} + \frac{1}{\rho g Q} \left\{ \frac{\partial(\bar{\tau}_{xy} v A)}{\partial x} + [\bar{\tau}_{xy}(u n_y + v n_x) h]_{y_2} \right. \\ &\quad \left. + [\bar{\tau}_{xy}(u n_y + v n_x) h]_{y_1} \right\} - \frac{1}{\rho g Q} \int_{y_1}^{y_2} \int_0^h \Phi dy dz \end{aligned} \quad (2)$$

ここに、 $\bar{\cdot}$ :断面平均値、 $\hat{\cdot}$ :水深平均値、 $E = (u^2 + v^2)/2g + z_b + h$ 、 $n_x$ 、 $n_y$ :境界法線の  $x$ 、 $y$  軸に対する方向余弦、 $g$ :重力加速度、 $z_b$ :河床位、 $h$ :水深、 $Q$ :断面  $A$  の通過流量、 $q$ :単位長さ当たりの流出・流入流量で流出が正、 $A$ : $x$  軸に垂直な面の断面積、(I)項:エネルギーの損失率、(II)項:横流入・流出によるエネルギー輸送率、(III)項:面に作用するせん断力の仕事率あるいはエネルギーの輸送率、(IV)項:エネルギーの内部散逸率。

(2)式を書き換えると、

$$\frac{\partial E}{\partial x} = -I_{tu} - I_{tf} - I_{ei} - I_{eb} \quad (3)$$

となる。ここに、 $I_{tu}$ 、 $I_{tf}$  はそれぞれ(2)式の(II)項と(III)項を表わしており、 $I_{ei}$  と  $I_{eb}$  はそれぞれ(IV)項の横断方向と鉛直方向のせん断流によるもの ( $I_{ei} = \int_{y_1}^{y_2} \int_0^h (\tau_{xy} \frac{\partial u}{\partial y} + \tau_{xy} \frac{\partial u}{\partial x}) dy dz$ ,  $I_{eb} = \int_{y_1}^{y_2} \int_0^h \tau_{xz} \frac{\partial u}{\partial z} dy dz$ ) を表わしている。

横断方向の流速がそれほど大きくない場合には、水深平均流速  $U$  は対数則に従う。

$$\frac{U}{\sqrt{gh I_{eb}}} = Ar - \frac{1}{\kappa} + \frac{1}{\kappa} \ln \frac{h}{\kappa_s} \quad (4)$$

ここに、 $\kappa$ :Karman 定数、 $Ar$ :係数、 $\kappa_s$ :相当粗度である。

### 3.2 複断面直線流路の抵抗則

式(3)及び(4)を適用して各々のエネルギー勾配を算定するためには、低水路と高水敷の混合領域のスケール、流速の横断方向の分布形および渦動粘性係数などが必要である。これらについては Rajaratnam・Ahmade<sup>3)</sup> および芦田・藤田・劉<sup>4)</sup> の研究を適用しよう。

図-7に示すような複断面直線流路においては、横断方向の流速が無視できる。従って、(3)式によれば、

$$\text{Main Channel: } I_{ebm} = I_b - (I_{tfrm} + I_{eim}) \quad (5)$$

$$\text{Flood Plain: } I_{ebf} = I_b - (I_{tff} + I_{eif}) \quad (6)$$

が得られる。ここに、添字  $m, f$  はそれぞれ低水路と高水敷の意味を示す。(5)、(6)式の中に含まれる  $\tau_{xy}$  を  $\rho \varepsilon_y \partial u / \partial y$  で評価すると、これらは、

$$I_{efm} = \frac{2}{g Q_m} \int_{H_{mf}}^{H_m} \varepsilon_{yj} \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)_j u_j dz \quad (7)$$

$$I_{tff} = -\frac{Q_m}{Q_f} I_{tfrm} \quad (8)$$

$$I_{eim} = \frac{2}{g Q_m} \int_0^{H_m} \varepsilon_y \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 dy dz \quad (9)$$

$$I_{eif} = \frac{2}{g Q_f} \int_0^{b_2} \int_{H_{mf}}^{H_m} \varepsilon_y \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 dy dz \quad (10)$$

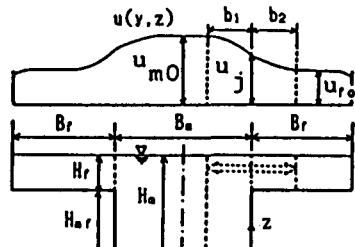


図-7 モデルおよび記号

ここに、 $b_1, b_2$ :それぞれ低水路と高水敷の横断方向の混合領域、 $\varepsilon_y$ :横断方向の渦動粘性、添字  $j$ :境界面の意

味,  $Q_m, Q_f$ : 流量、 $H_m, H_f$ : 水深,  $H_{mf}$ : 高水敷の高さである。

芦田・藤田・劉によれば、 $\varepsilon_y$ は近似的に次式で与えられる。

$$\varepsilon_y = \begin{cases} \frac{\varepsilon_{yj} - \varepsilon_{ymo}}{b_1}(b_1 + y) & -b_1 \leq y \leq 0 \\ \frac{\varepsilon_{yj} - \varepsilon_{yfo}}{b_2}(b_2 - y) & 0 < y \leq b_2 \end{cases} \quad (11)$$

$$\varepsilon_{yj} = \begin{cases} 0.225 H_{mf} \sqrt{g H_f I_{ebf}} & H_{mf}/H_f \leq 2 \\ (0.285 H_{mf} - 0.118 H_f) \sqrt{g H_f I_{ebf}} & H_{mf}/H_f > 2 \end{cases} \quad (12)$$

流速分布には、Rajaratnam・Ahmadiの式を用いる。

$$u(y, z) = \left\{ 1 - 0.75 \left( \frac{y + b_1}{b_m} \right)^2 \right\} (u_m - u_j) + u_j \quad (-b_1 \leq y \leq 0) \quad (13)$$

$$u(y, z) = (u_j - u_{fo}) \exp \left[ -0.693 \left( \frac{y}{b_f} \right)^2 \right] + u_{fo} \quad (0 < y \leq b_2) \quad (14)$$

$$u_j = (0.2 + 0.14(z - H_{mf})/H_f)(u_{mo} - u_{fo}) + u_{fo} \quad (15)$$

ここに、 $b_m, b_f$ : 高水敷の影響を示す低水路側と高水敷側の混合スケールであり、実験値より、 $b_m = 3.78 H_{mf}, b_f = 0.64 H_{mf}$  である。 $u_{mo}, u_{fo}$  は対数則にしたがうことが実験値より検証されている。また、混合領域の幅  $b_1, b_2$  はそれぞれ  $b_1 = 2b_m/\sqrt{3}, b_2 = 2.5b_f$  である。

低水路と高水敷の平均流速  $U_m, U_f$  は、それぞれ (16)、(17) 式で評価する。

$$\frac{U_m}{\sqrt{g R_m I_{ebm}}} = A_r - \frac{1}{\kappa} + \frac{1}{\kappa} \ln \frac{R_m}{\kappa_{sm}} \quad (17)$$

$$\frac{U_f}{\sqrt{g R_f I_{ebf}}} = A_r - \frac{1}{\kappa} + \frac{1}{\kappa} \ln \frac{R_f}{\kappa_{sf}} \quad (18)$$

ここに、 $R_m, R_f$ : 径深、 $\kappa_{sm}, \kappa_{sf}$ : 相当粗度 ( $\kappa_{sm} = 1.5d_m, \kappa_{sf} = 1.5d_f, d_m, d_f$ : それぞれ低水路と高水敷の河床砂粒子の粒径) である。以上の式より、断面形状、粗度条件を与えると、水位と流量の関係が求められる。

図-8 には水深の実測値と計算値とを比較している。これより両者はかなり一致することが分かる。

図-9 (a)、(b) には、(5)、(6) 式の各勾配と水深との関係を示している。まず、低水路の方についてみる

と、低水路から高水敷へのエネルギーの輸送率 ( $I_{tfm}$ ) および低水路と高水敷の流速差によって生じる低水路側のエネルギー散逸率 ( $I_{eim}$ ) は高水敷上の水深 ( $H_f$ ) の増加にしたがって増加する。従って、 $I_{ebm}$  は河床勾配 ( $I_b$ ) より小さくなっていく。結果として、低水路の流量が単断面の場合より減少する。すなわち、流れへの抵抗が増加することになる。ついで、高水敷の方についてみると、 $H_f$  がある程度大きくなると、低水路からもらったエネルギー ( $I_{eff}$ ) は  $I_{eif}$  を上回る。そのため、 $I_{ebf}$  が河床勾配より大きくなつて、高水敷の流量は単断面の場合より増加する。一方、高水敷の水深が浅い間に、 $I_{ebm}, I_{ebf}$  ともに河床勾配より小さくなっているため、そのときの流量が満杯時の流量より小さくなることがあることは容易に想像できる。以上より、前述した複断面流れの特徴が本計算法で評価できることが分かる。図-10 は、低水路

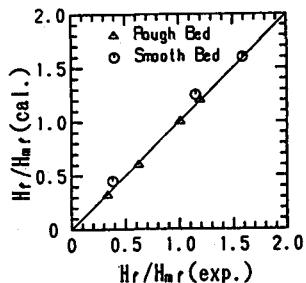


図-8 水深の計算値と実測値

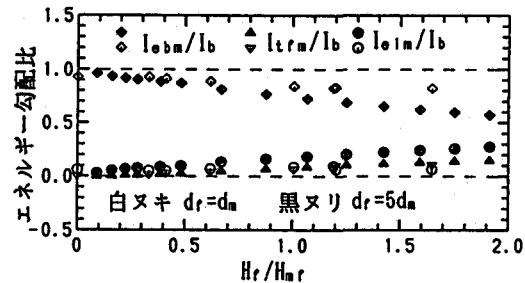


図-9 (a) 低水路におけるエネルギー勾配比と水深比との関係 (計算例)

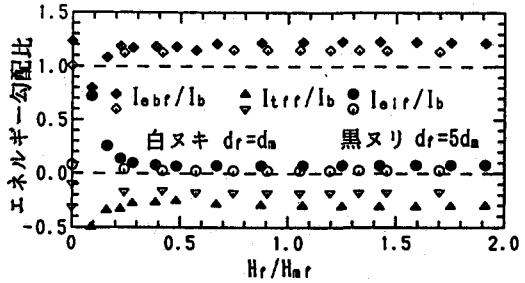


図-9 (b) 高水敷におけるエネルギー勾配比と水深比との関係 (計算例)

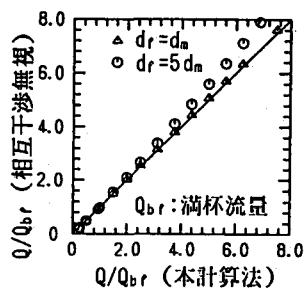


図-10 通水能力の比較

と高水敷の相互干渉を考慮しない断面分割法と本計算法との差異をみるために、両者による流量の計算値を比較している。低水路と高水敷との床面粗度が同じである場合には、両者にはそれほど差がない。しかし、高水敷の粗度が低水路のものより大きい場合には、両者の差が著しく、相互干渉を考慮しない従来の断面分割法は河道の疎通能力を過大評価していることが分かる。

### 3.3 複断面蛇行流路の抵抗

図-11には、図-1に示した複断面蛇行流路（底面粗度: $d_m = d_f = 0.13\text{cm}$ 、高水敷高さ: $H_{mf} = 5\text{cm}$ ）の実測水深とその一波長の平均低水路幅 ( $B_m = 22\text{cm}$ ) および平均高水敷幅 ( $B_f = 39\text{cm}$ ) をもつ複断面直線流路と見直した場合の水深（本計算法を用いて計算した値）とを比較している。この図より、単断面蛇行流と単断面直線流の抵抗にはそれほど差がないが、水流が高水敷に乗り上がり、複断面蛇行流になると複断面直線の場合より抵抗が大きくなることが分かる。これは、2.章に指摘したように低水路が蛇行している場合には、低水路流と高水敷流との相互干渉によるエネルギーの輸送量およびそれによるエネルギーの散逸量は直線の場合よりかなり大きいからである。しかし、複断面蛇行流の場合には、流れの横流入・流出による影響を無視できないので、(4)式に示す各項を正確に評価することは現時点では難しい。一波長内の水深分布などに関する適切な計算法を見出すことは今後の課題である。

### 4. むすび

蛇行低水路を有する複断面流路の流れは、高水敷流と低水路流との相互作用や境界形状の影響を強く受ける。そのため、流れのは複断面直線流路や単断面蛇行流路のそれらとは非常に異なった特性を示す。これらに関し、水路実験データに基づいて検討を行った。さらに、複断面流におけるエネルギー収支を考慮した抵抗予測法を提案した。

### <参考文献>

- 1) 河原能久・玉井信行:複断面直線河道における流れの抵抗則に関する考察, <水路の組織渦と流れの抵抗に及ぼす効果>, 昭和 60.61 年度文部省科学研究成果報告書 (代表者:玉井信行), 1986, pp.27-36.
- 2) 福岡捷二・藤田光一:複断面河道の抵抗予測と河道計画への応用, 土木学会論文集, 第 441 号/II-12, 1989, pp.63-72.
- 3) Rajaratnam,N. and R.M. Ahmadi: Hydraulics of Channel with Flood Plains, Journal of Hydraulics Research, Vol.19, 1981, pp.43-60.
- 4) 芦田和男・藤田正治・劉炳義:複断面直線水路における浮遊砂の輸送・堆積機構, 京都大学防災研究所年報, 第 31 号 B-2, 1988, pp.461-475.
- 5) 芦田和男・江頭進治・劉炳義・瀧口将志:蛇行低水路を有する複断面流路における流れの特性と河床変動, 京都大学防災研究所年報, 第 32 号 B-2, 1989, pp.527-551.

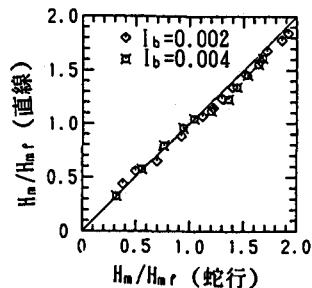


図-11 複断面蛇行水路を直線水路に見直して計算した値と実験値