

溶岩流の数値シミュレーション
Numerical Simulation of Lava Flow

住鉱コンサルタント(株)	山下 伸太郎 Shintarou YAMASHITA
(財)砂防・地すべり技術センター	宮本 邦明 Kuniaki MIYAMOTO
〃	大原 正則 Mashanori OOHARA
〃	緒続 英章 Hideaki OTUZUKI
建設省土木研究所	水山 高久 Takahisa MIZUYAMA

Lava flows are regared as Bingham fluid and its property is explained by rate process which is shown by Arrhenius formula. Then, viscosity and yield steress are shown by exponential functions of temperature.

The 1986 lava flows extruded by the fissuer eruption at Izu-Ooshima were repoduced by numerical calculation of two-dimensional unsteady flow. The result of calculations fit closely actual phenomenon.

Keywords: lava flow, Bingham fluid, rate process, numerical smulation

1. はじめに

わが国は世界でも有数の火山国であり、過去たびたびの火山噴火は多量の溶岩を噴出させ、周辺地域に甚大な被害をおよぼしてきた。近年では、1983年三宅島、1986年伊豆大島において多量の溶岩噴出を伴う噴火が発生し、大きな災害が生じている。この反面、火山およびその周辺地域は、その景観の美しさや温泉等の観光資源に富んでいるため、人々の生活圏が火山山麓はもとより、地域によっては火口近傍にまで迫っている。このような条件のもとで、ひとたび噴火に伴い多量の溶岩噴出が生じた場合、それらの地域に大きな被害や脅威をあたえることは容易に想像できる。

溶岩の噴出特性や流動特性を知ることは、溶岩流の流下時間や流下範囲を予測する上で重要である。また、溶岩流の流下状況の把握は、警戒避難対策や対策施設を検討する上で不可欠である。そこで、本研究では、溶岩流の流下特性を把握するため、溶岩のレオロジー特性、噴出時系列について若干の検討を加え、これらの諸特性を考慮した溶岩流の流動モデルを作成し、1986年の伊豆大島で発生した割れ目噴火を例にとり、二次元不定流計算を試みたものである。

2. 溶岩のレオロジー特性¹⁾

溶岩(ここでは、固体としての岩石ではなく、岩石が溶融した液体をさす)は、ビンガム流体としての取り扱いが可能であることが知られている。

いま、液体の構造模型をEyringの理論によって考えれば、液体の流動によって速度勾配が生じるのは、一つの分子がその隣にある空孔へ移動するためであるといえる。この分子の移動にはエネルギーが必要であり、この流動過程は化学反応の一般理論である絶対反応速度理論が適用でき、一定の速度をもって進行する速度過程とみなされる。この速度過程は、次に示すArrheniusの式で与えられる。

$$k = A e^{-\varepsilon_a / \kappa T} \quad (1)$$

ここで、 k は反応速度恒数であり、分子が毎秒当り活性化状態を通して始めの状態から終わりの状態に移る回数である。また、 A :定数、 κ :ボルツマン常数、 T :絶対温度、 κT :分子一個当りのエネルギー、 ε_a は分子1個当りの活性化エネルギーであり、分子が平衡位置から隣りの分子をおしのけて移動する場合

に通過する高いエネルギーの状態(エネルギー障壁)と、始めの状態とのエネルギーの差として表わされる。ニュートン流体(液体)では常に $\kappa T \gg \varepsilon_0$ であり、静止している状態は正方向の分子移動の速度恒数と逆方向のそれが等しいことによって説明され、流動は正方向と逆方向の速度恒数が異なることによって説明される。ところが、ビンガム流体では、静止状態は分子のもつエネルギー(κT)が ε_0 より小さく、分子がエネルギー障壁を乗り越えて移動することができないことで説明される。

以上より、ビンガム流体の静止、流動いずれの状態も速度過程としてとらえることができ、したがって、降伏せん断応力、粘性係数とも(1)式と同じ指数関数となると考えられる。すなわち、

$$\tau_y \text{ or } \eta = a e^{b/T} \quad (2)$$

である。ここに、 τ_y :降伏せん断応力、 η :粘性係数、 a および b :定数である。つまり、溶岩の粘性係数および降伏せん断応力は絶対温度の指数関数として表わされることになり(2)式中の定数は溶岩の SiO_2 成分の含有量により決定づけられているものと考えられる。石原ら²⁾は、1951年の伊豆大島三原山噴火時にMINAKAMI³⁾によって測定された溶岩の粘性係数、流速、流動深および路床勾配をもとに、図-1に示す温度と粘性係数および降伏せん断応力の関係を導いている。図-1をみると粘性係数、降伏せん断応力とも温度の指数関数として表わされ、ここでの議論の妥当性を示していると思われる。

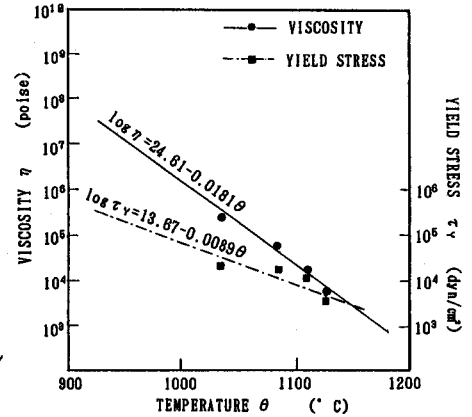


図-1 溶岩温度と降伏せん断応力および粘性係数との関係²⁾

3. 溶岩の噴出量時系列

火山噴火による溶岩の噴出形態は大きく分けて、大規模な火口噴火のように地下のマグマ溜りから直接溶岩が噴出すると考えられる場合と、三宅島や伊豆大島で発生した割れ目噴火のように、溶岩がマグマ溜りから地盤の割れ目に沿って上昇し一時大きな割れ目にブールされた後に噴出すると考えられる場合とが考えられる。前者では、溶岩は火口地下のマグマ溜りから直接噴出し、マグマ溜りから火口までは同一径の管路によって結ばれていると仮定すると、定常状態の噴出流量は次式で表わされる。

$$Q = \frac{\pi r_0^4}{8 \eta l} P \left\{ 1 - \frac{4}{3} \left(\frac{2 \eta \tau_y}{r_0 P} \right) + \frac{1}{3} \left(\frac{2 \eta \tau_y}{r_0 P} \right)^4 \right\} \quad (3)$$

ここに、 Q :溶岩噴出量、 l :マグマ溜りから火口までの距離、 r_0 :火口半径、 η :溶岩の粘性係数、 τ_y :溶岩の降伏せん断応力である。また、 P はマグマ溜りの圧力であり、噴火直前のマグマ溜りの体積膨張率に比例するとして

$$P = K (v/V_0) \quad (4)$$

で与える。ここに、 K :比例定数、 V_0 :マグマ溜りの常時体積、 v :噴火直前のマグマ溜りの体積増加量(=溶岩総噴出量)である。(3)、(4)式およびマグマ溜りの連続式より、溶岩噴出量の時系列は、次式で表わされる。

$$Q = - \frac{dv}{dt} = K \frac{\pi r_0^4 v}{8 \eta l V_0} \left\{ 1 - \frac{4}{3} \left(\frac{2 \eta \tau_y V_0}{r_0 K v} \right) + \frac{1}{3} \left(\frac{2 \eta \tau_y V_0}{r_0 K v} \right)^4 \right\} \quad (5)$$

ここで、1951年に起きた桜島の噴火(大正噴火)を例にとり、噴出モデルの適用を試みた。大正噴火の溶岩総噴出量は約 $2.5 \times 10^8 \text{ m}^3$ であり、石原ら⁴⁾は、溶岩流下範囲の時間的变化を空中写真判読によって求め、その範囲に溶岩の平均厚をかけることによって、溶岩噴出量の時間的变化を求めている。

桜島においては $r_0 = 300 \text{ m}$ 、 $l = 5,000 \text{ m}$ 、マグマ溜りの半径 $2,000 \text{ m}$ ($V_0 = 3.4 \times 10^{10} \text{ m}^3$)程度と考えられ、また、溶岩温度を $1,200^\circ \text{ C}$ とすれば図-1より $\eta = 500 \text{ poise}$ 、 $\tau_y = 1,000 \text{ dyn/cm}^2$ である。また、大規模噴火時の溶岩のピーク噴出流量は $2,000 \sim 3,000 \text{ m}^3/\text{s}$ 程度とされる⁴⁾ことから、 $Q \approx 3,000 \text{ m}^3/\text{s}$ として噴火開

始時($t=0$)における圧力 P を(3)式より求めれば、 $P_{t=0}=33,600\text{dyn/cm}^2$ となる。いま、 $v=2.5\times 10^8\text{m}^3$ であるから(4)式より $K=5.65\times 10^5\text{dyn/cm}^2$ となる。以上より、(5)式をルンゲ・クッタ・ギル法で解き、求めた累加噴出量の

時間的变化を石原らによる推定値と合わせて図-2に示した。図-2をみると両者はよく一致しており、噴火の継続時間数日の最初の1日で噴出量の半分以上が噴出

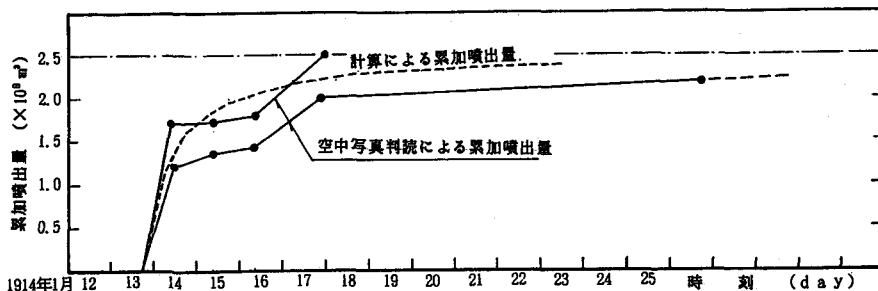


図-2 桜島における空中写真判読および噴出モデルによる累加噴出量の比較

することになる。このように、噴火形態がマグマ溜りから直接噴出すると考えられる大規模噴火については本モデルが適用可能であると考えられる。

一方、比較的規模が小さく地下の構造が不明な割れ目噴火については、現在のところその噴出量時系列の推定は困難であり、過去の実績に頼らざるを得ないといえる。

4. 溶岩流の流動モデル

(1) 溶岩の流動に関する基礎方程式

$x-y$ 平面における連続流体の漸変流の運動方程式は、一般的に次式で表わされる。

$$x\text{方向: } \frac{\partial M}{\partial t} + \beta' \frac{\partial (uM)}{\partial x} + \beta' \frac{\partial (vM)}{\partial y} = -g h \frac{\partial H}{\partial x} - \frac{\tau_x}{\rho} \quad (6)$$

$$y\text{方向: } \frac{\partial N}{\partial t} + \beta' \frac{\partial (uN)}{\partial x} + \beta' \frac{\partial (vN)}{\partial y} = -g h \frac{\partial H}{\partial y} - \frac{\tau_y}{\rho} \quad (7)$$

また、体積の連続式は、

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial M}{\partial x} + \frac{\partial N}{\partial y} = 0 \quad (8)$$

で表わされる。ここに、 $M=u h$ 、 $N=v h$ 、 u 、 v ： x および y 方向の平均流速、 h ：溶岩流の流動深、 $H=h+z$ 、 z ：流動底面の地盤標高、 τ_x 、 τ_y ：ビンガム流体の抵抗力、 β' ：運動量補正係数、 g ：重力加速度、 ρ ：溶岩の密度、 t ：時間である。

いま、流れを層流としプラグフローを除いた部分において、清水の抵抗則が成り立つと仮定すると、流線沿いのビンガム流体の抵抗則は次式で表わされる⁵⁾。

$$\tau - \tau_y = \frac{1}{2} \rho f_{BN} u_m'^2 \quad (9)$$

ここに、 τ ：流線に沿う底面せん断応力、 τ_y ：降伏せん断応力、 ρ ：溶岩の密度、 f_{BN} ：抵抗係数、 u_m' ：流線沿いのプラグを除く部分での平均流速である。

いま、 f_{BN} は流れのレイノルズ R_0 の関数で表わすと

$$f_{BN} = \left(1 + \frac{3}{2} \frac{\tau_y}{\tau - \tau_y}\right) \frac{6}{R_0} \quad (10)$$

$$R_0 = u_m h / \nu \quad (11)$$

となる。ここに、 u_m ：流線に沿う流れ全体の平均流速、 ν ：動粘性係数である。

プラグを除いた部分の平均流速 u_m' を流れ全体の平均流速 u_m を用いて表わすと

$$\frac{u_n}{u_n} = \left(1 + \frac{3}{2} \frac{\tau_y}{\tau - \tau_y}\right) \left(\frac{\tau - \tau_y}{\tau}\right) \quad (12)$$

となる。(10)式および(12)式を(9)式に代入することによりビンガム流体の抵抗則が流れの平均流速を用いて表現される。運動方程式(6)、(7)式における τ_x 、 τ_y は、流線に沿って定義されている抵抗則(9)式を x および y 方向に分割したものでなければならない。以上より、 τ_x 、 τ_y は、

$$\tau_x = \frac{u}{\sqrt{u^2 + v^2}} \tau_y + 3\rho\nu \frac{\left(\frac{\tau}{\tau - \tau_y}\right)^2}{\left(1 + \frac{3}{2} \frac{\tau_y}{\tau - \tau_y}\right)} \frac{u}{h} \quad (13)$$

$$\tau_y = \frac{v}{\sqrt{u^2 + v^2}} \tau_y + 3\rho\nu \frac{\left(\frac{\tau}{\tau - \tau_y}\right)^2}{\left(1 + \frac{3}{2} \frac{\tau_y}{\tau - \tau_y}\right)} \frac{v}{h} \quad (14)$$

となる。ここで、

$$\tau = \sqrt{\tau_x^2 + \tau_y^2} \quad (15)$$

である。また、底面せん断応力 τ も流れの流線に沿って求められるエネルギー勾配で定義されなければならない。ビンガム流体が流動を停止する条件は、流れの底面せん断力 τ が流体の降伏せん断力 τ_y より小さくなった場合である。

(2) 溶岩流の冷却モデル

溶岩の降伏せん断力 τ_y および粘性係数は2.で示したように、溶岩温度の関数として表現されるため、溶岩流の流動に伴う溶岩の温度の変化を求める必要がある。溶岩の冷却は、流路床からの熱の輸送は大気中への熱放射に較べ無視しうると仮定し、大気中への熱放射のみを考慮することとした。熱収支則より、 $x-y$ 平面における温度変化は次式で表わされる。

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = - \frac{Q_s}{c \rho h} \quad (15)$$

ここに、 T : 溶岩の平均温度(K)、 c : 比熱であり、 Q_s は単位面積・単位時間当たりの熱放射量であり、Stefan-Boltzmannの式より、

$$Q_s = \varepsilon \sigma (T_s^4 - T_a^4) \quad (16)$$

で表わされる。ここに、 ε : 溶岩の放射率、 σ : Stefan-Boltzmann定数、 T_a : 気温である。

(4) 数値計算方法

溶岩の流下速度、流動深等の水理量と溶岩温度は、流れの運動方程式、連続式および熱収支式を連立して解くことにより求められる。しかし、上述の基礎方程式を解析的に解くことができないため、これを差分化し数値計算によって解を求めた。ところで、運動方程式の差分化にあたってはleap-frog法を用い、慣性項の差分については、流れの方向によって前進、後退差分を使い分ける風上差分を行っている⁸⁾。

5. 数値シミュレーション計算

(1) 計算範囲

シミュレーション計算の対象としたのは、1986年の伊豆大島噴火である。この噴火では、図-3に示すとおり火

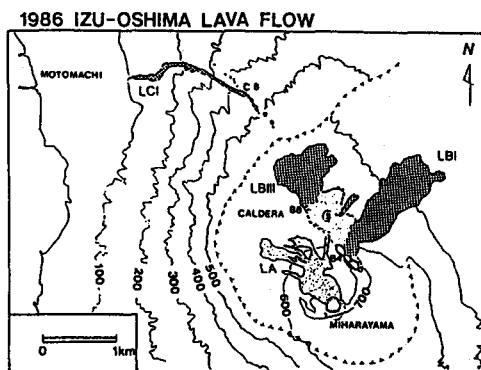


図-3 1986年伊豆大島噴火における溶岩流分布図²⁾

口噴火と4ヶ所の割れ目噴火が発生した。本研究で計算を行ったのは、このうちLB I および三原山カルデラ外の長沢を流下したLC I 溶岩流である。LB I およびLC I 溶岩流の溶岩総噴出量は、それぞれ $4.3 \times 10^6 \text{ m}^3$ 、 $1.6 \times 10^6 \text{ m}^3$ と推定されており、とくにLB I 溶岩流については溶岩の厚さの分布も調査されている⁷⁾。

(2) 計算条件

溶岩流の噴出時系列は、3.で述のべたとおり、割れ目噴火においては噴出モデルの適用が困難である。そこで、石原ら⁴⁾が溶岩総噴出量および噴火記録より推定したLB I では図-4、LC I では図-5に示す時系列を用いた。それぞれ噴火の継続時間は5時間、1時間であり、ピーク噴出流量は $420 \text{ m}^3/\text{s}$ 、 $44 \text{ m}^3/\text{s}$ である。また、差分計算に用いたデジタル・マップのメッシュ間隔はそれぞれ、 $25 \times 25 \text{ m}$ 、 $10 \times 10 \text{ m}$ であり計算刻み時間はいずれも1 secとした。溶岩の粘性係数および降伏せん断力応力の温度関数は図-1に示した関係式を用い、溶岩密度 $\rho = 2.5 \text{ g/cm}^3$ 、比熱 $c = 8.4 \text{ J/kg/K}$ 、Stefan-Boltzmann定数 $\sigma = 5.67 \times 10^{-8} \text{ J/m}^2/\text{K}^4/\text{sec}$ 、放射率 $\varepsilon = 0.9$ とした。

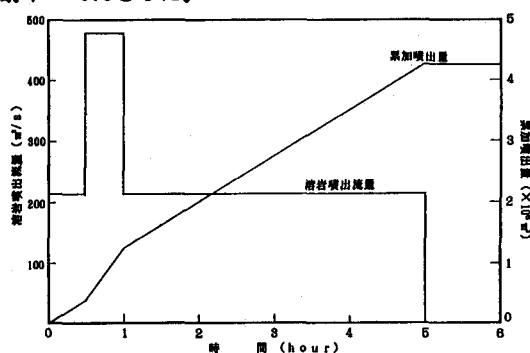


図-4 LB I 溶岩流の噴出時系列

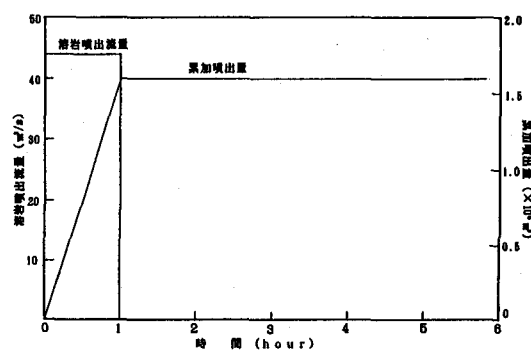


図-5 LC I 溶岩流の噴出時系列

(3) 計算結果

LB I 溶岩流の実績の流下範囲と計算による流下範囲および溶岩堆積深を図-6に示した。図-6では、実績の溶岩流下範囲と計算による流下範囲を重ねて示したが、両者は非常によく一致していることがわかる。また、溶岩の堆積厚は、溶岩流中央および先端部では5 m前後であり、実績の堆積厚と良く一致している。しかし、噴出地点周辺では1 m以下であり、実績の堆積厚とされる10 m程度よりかなり小さい値を示している。この地点の溶岩の堆積厚と堆積勾配より噴出温度を逆算すると約 970°C となり、先端部の約 1090°C よりも低いという矛盾を生ずる。つまり、ここでは溶岩以外のものの堆積の影響や少量の溶岩が繰り返し噴出した可能性を示していると考えられる。

図-7にはLC I 溶岩流の実績および計算による溶岩流下範囲を示した。図-7を見ると溶岩噴出点において流れが実績よりも狭くなっている。この地点は割れ目噴火の噴火口が点在しており、計算では火口より吹き上がった溶岩が周囲に飛散することが考慮されていない点と、溶岩の流出時系列のピーク流量が、計算で用いた $44 \text{ m}^3/\text{s}$ より大きかった可能性を示している。また、計算では溶岩流末端で実績より約250 m手前で停止しているものの、それ全体的な流下範囲の傾向は、ほぼ実績の範囲と一致しているといえる。

6. 結 論

数値シミュレーションの結果を実績と比較するとかなり良い一致を示しており、シミュレーションモデルが実際の現状を比較的良く表わしていると考えられる。しかし、モデル上の問題点として、プラグをもつ流れの対流項の取り扱い、熱の交換、放射、路床との熱の交換が十分考慮されていないこと、レオロジー特性の精度等が残されているが、計算結果と実績との比較ではその差異を見いだすことは難しい。

今後は、本研究では十分な検討がなされなかったレオロジー定数の取り扱いや、割れ目噴火における噴出量時系列のモデル化を含めてモデルの問題点を解決して行きたいと考える。

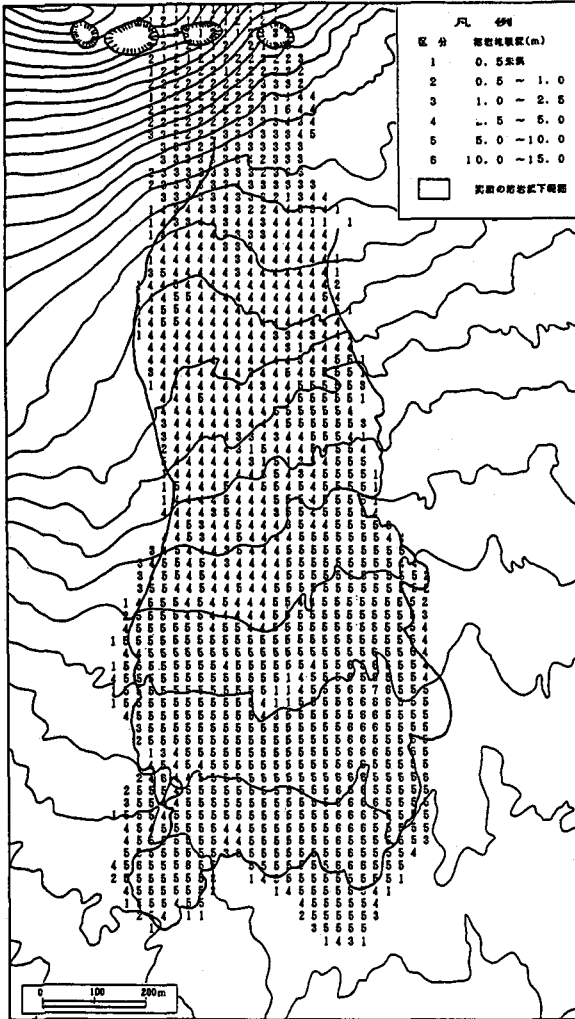


図-6 LB I 溶岩流の計算結果

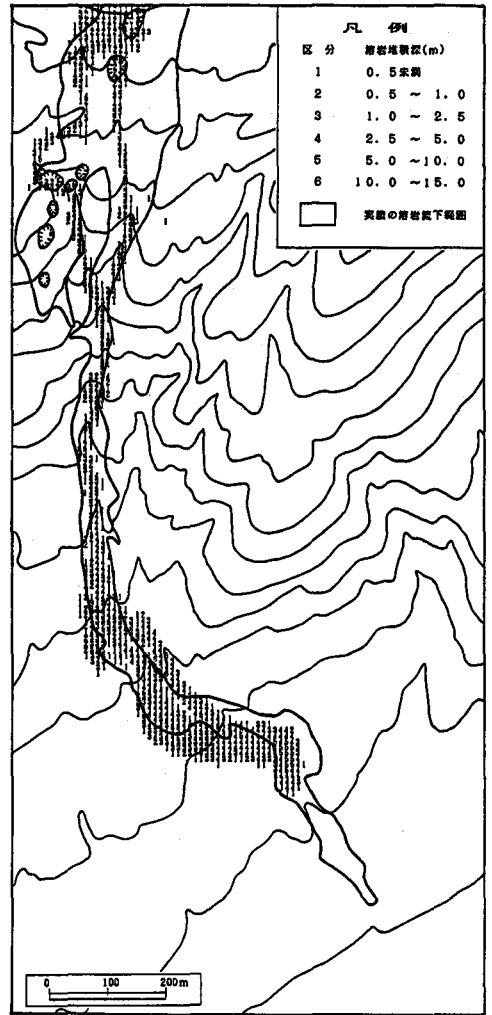


図-7 LC I 溶岩流の計算結果

参考文献

- 1) 中川鶴太郎, 神戸博太郎: レオロジー, みすず書房, 1959
- 2) 石原和弘, 井口正人, 加茂幸介: 数値計算による1986年伊豆大島溶岩流の再現, 火山, 第2集, 伊豆大島噴火特集号, 1988, pp. 64-76
- 3) MINAKAMI, T.: On the temperature and viscosity of the fresh lava extruded in the 1951 Oosima eruption. Bull. Earthp. Res. INST., 29, pp. 487-491
- 4) 石原和弘, 井口正人, 加茂幸介: 桜島火山の溶岩流(II) - 大正溶岩流のシュミレーション, 京都防災研究所年報第28B-1, 1985
- 5) 芦田和男, 山野邦明, 神田昌幸: 高濃度流れに関する研究(2) - 流動機構 -, 京都大学防災研究所年報, 29B-2, 1986, pp. 361-375
- 6) 高橋 保, 中川 一, 西崎丈能: 堤防決壊による洪水危険度の評価に関する研究, 京都大学防災研究所年報, 29B-2, 1986, pp. 431-450
- 7) 長岡 正利: 1986年伊豆大島噴火による地形変化と噴出物量の計測, 火山, 第2集, 伊豆大島噴火特集号, 1988, pp. 64-76