

越流による砂州崩壊に関する実験

Experimental Study on Scouring of a Sand Bar by Overflow

東北大学大学院 邵 小敏 Xiaomin SHAO
東北大学工学部 田中 仁 Hitoshi TANAKA
東北大学工学部 首藤伸夫 Nobuo SHUTO

Velocities and bottom shear stresses are measured, by an LDV, in flows over fixed-bed models, which correspond to instantaneous shapes of a sand bar during scouring. Two bed load transport formulas in non-equilibrium state are obtained in terms of the measured shear velocity with corrections of the effect of slope; one for erosion and the other for deposit. An empirical coefficient K_b in the equation of motion for sand is determined to be 0.02cm^{-1} .

Keywords: Sand bar, Bed load formulas, Non-equilibrium sediment transport

1. はじめに

発達した河口砂州により河口位置がきわめて偏倚している場合、または河口が閉塞されている場合に大出水があると、流れは砂州を乗り越え、これを洗掘して新河口を形成する。この様な越流による砂州の崩壊に関しては幾つかの研究がなされているが、流砂量の非平衡性、不等流場における流速分布、底面摩擦力などについての検討は十分ではない。本研究では、移動床実験および固定床実験を実施し、これらについて検討を行った。

2. 実験装置と実験方法

(1). 移動床実験

実験は、図-1に示す幅15cm,高さ45cm,長さ5.5mの水路で行なった。下流末端には量水堰が設置されている。水路中央部3m区間はガラス張りとなっており、ここに長さ2m,高さ15cmの砂州模型を設置した。使用した底質は、平均粒径 $d=0.38\text{mm}$,比重2.65の川砂である。砂州の斜面は安息角よりも緩やかなものとした。単位幅当たりの流量および砂州形状を変化させ、合計3ケースの実験を行った。水面及び砂面の時間的変化を2台のカメラにより5秒間隔で撮影し、これをデジタイザーで読み取った。

(2). 固定床実験

供給流量を $211.8\text{cm}^3/\text{s}/\text{cm}$ とした移動床実験で得られた崩壊途中の砂州形状を三種選び、その固定床模型をベニヤ板で作製した。その表面には砂粒を張り付け、移動床実験での粗度と同一になる様に調整した。実験では、水位、流速分布の測定を行なった。移動床における流れは非定常流ではあるが、ここでは定常状態での実験を行った。各模型に対する流量は、水位分布が移動床時のそれに近くなるように設定した。流速測定には二成分レーザー流速計を用いた。

3. 非平衡流砂量微分方程式の誘導

流れの空間的変化等の効果により、流砂量の非平衡性が生じる。その影響を推定するために、運動量の保存則から非平衡状態での流砂量の支配方程式を導く。

(1). 斜面上の限界掃流力。

斜面上の砂粒子に作用する重力は砂の移動特性に影響を与える。そこで、まず限界掃流力に対する斜面の効果について検討する。図-2は斜面上におかれた

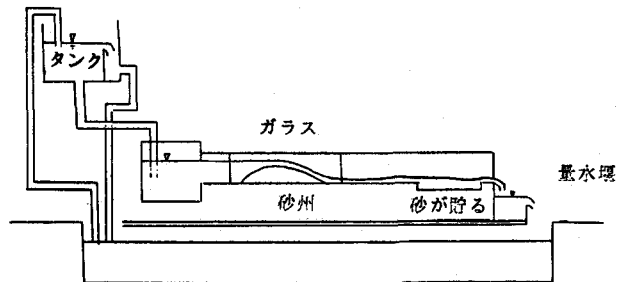


図-1 実験装置

単一粒子Pに作用している力を模式的に示したものである。砂粒子に作用している力は、流体力 $F_d (=C_F \tau_1 d^2)$ 、粒子の水中重量 G 、及び粒子の移動を抑止しよう摩擦力である。この三つの力が釣合う時、砂粒子は移動限界状態にあり、次の関係が成り立つ。

$$C_F \tau_1 c d^2 + G \sin \theta = G \cos \theta \mu_s \quad \dots \dots \dots (1)$$

ここに、 $\tau_1 c$ は斜面上の限界掃流力、 C_F は粒子の形状係数、 μ_s は粒子の摩擦係数である。また、添え字 l は斜面上における物理量、添え字 c は限界状態における物理量を表わす。

粒子が水平床上にあるとすると、式(1)で $\theta=0$ として、

$$C_F \tau_c d^2 = G \mu_s \quad \dots \dots \dots (2)$$

となる。ここに、 τ_c は水平床上の限界掃流力である。式(1)と式(2)から、

$$\tau_1 c = F_l \tau_c \quad \dots \dots \dots (3)$$

が得られる。ここに、

$$F_l = \cos \theta (1 - \tan \theta / \mu_s) \quad \dots \dots \dots (4)$$

である。

(2). 斜面での平衡流砂量公式

斜面において、単位時間に単位面積あたり重量 G の砂が速度 U_{bs} で移動とする時、摩擦力 R_b によってなされる仕事率 R_w は次式で表される。

$$R_w = G \cos \theta \mu_s U_{bs} = q_{b1} \cos \theta \mu_s \quad \dots \dots (5)$$

ここで、摩擦係数を μ_s とする。また、砂の重量 G のなす仕事率 G_w は次式で与えられる。

$$G_w = G U_{bs} \sin \theta = q_{b1} \sin \theta \quad \dots \dots \dots (6)$$

一方、流れから与えられるパワーは、底面の近くの流速を U_{b1} とし、効率を e_b とする時、

$$F_w = (\tau_1 - \tau_c) U_{b1} e_b \quad \dots \dots \dots (7)$$

となる。パワーの釣合いから、 $R_w = G_w + F_w$ となるので、式(5)、(6)、(7)より、

$$q_{b1} F_l \mu_s = (\tau_1 - F_l \tau_c) U_{b1} e_b \quad \dots \dots \dots (8)$$

が得られる。水平床の時とは上式において、 $F_l = 1$ として式(9)を得、同式の両辺に F_l をかければ式(10)を得る。

$$q_b \mu_s = (\tau - \tau_c) U_b e_b \quad \dots \dots \dots (9)$$

$$q_b F_l \mu_s = (F_l \tau - F_l \tau_c) U_b e_b \quad \dots \dots \dots (10)$$

式(8)と式(10)との比較より、河床に勾配がある場合には次式で得られる τ を用いることにより、水平床時の砂移動との相似性が保たれることになる。

$$\tau_1 = F_l \tau \quad \dots \dots \dots (11)$$

Bagnold¹⁾は $U_b = 8.5u_*$ とした。これを用いれば、式(11)から $U_{b1} = \sqrt{F_l} U_b$ が得られる。よって、式(8)、(10)から次の式が成り立つ。

$$q_{b1} = \sqrt{F_l} q_b \quad \dots \dots \dots (12)$$

すなわち、斜面での剪断力 τ_1 による流砂量 q_{b1} と水平床での剪断力 $\tau = \tau_1 / F_l$ による流砂量 q_b の比は $\sqrt{F_l}$ になる。したがって、水平床上の流砂量が $\tau - \tau_c$ の関数として $q_b = f(\tau - \tau_c)$ で表されるとすれば、斜面での剪断力 τ_1 による流砂量 q_{b1} は次式のようなになる。

$$q_{b1} = \sqrt{F_l} f(\tau_1 / F_l - \tau_c) \quad \dots \dots (13)$$

ここで、剪断応力 τ_1 に替えて、平均流速 U_l を用いて式(13)を表現すれば次式のようなになる。

$$q_{b1} = \sqrt{F_l} f'(U_l / \sqrt{F_l} - U_c) \quad \dots \dots (14)$$

(3) 砂の運動量方程式の導出

砂粒子の運動は、本来確率的であるが、平均的な掃流砂量を求めるためには、必ずしも別々の砂粒子の運動特性から論議する必要がない。ここでは、決定論的な方法を用い、運動量の保存則に基づいて、砂の運動量方程式を導く。

単位面積当たりの動いている砂の数を n 、粒径を d 、体積を V とする時、図-3に示した微小要素ABに作用

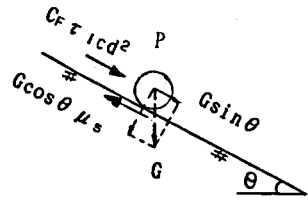


図-2 P点に働く力

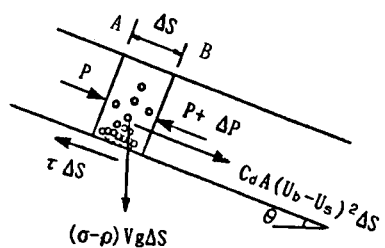


図-3 微小要素ABに働く力

している力は、

1) 圧力, Δp .

2) 砂の重量, $(\sigma-\rho)Vg\sin\theta\Delta S$.

3) 流れによる力, $R=C_d A(U_b-U_s)^2\Delta S$. ここに, C_d : 抵抗係数, A : 砂数 n の進行方向への投影面積, U_b-U_s : 底面近くの流速と砂の平均移動速度の差である.

4) 底面摩擦力, $\tau\Delta S$. 移動層と静止層の境界を崩壊面として, Coulomb-Navierの理論を用いれば, 全剪断応力 τ は次式で表される²⁾.

$$\tau = c + \sigma_0 \mu_f \quad \dots\dots\dots (15)$$

ここに, σ_0 は垂直応力で, c は $\sigma_0=0$ における限界応力である. c は流体による移動限界剪断応力に等しいと置くことが出来る. すなわち,

$$c = \tau_c \quad \dots\dots\dots (16)$$

Bagnold¹⁾の粒子を含む流れに関する研究から, 底面摩擦力は次の二つ部分に分けられる.

$$\tau = \tau_G + \tau_F$$

ここで, τ_G および τ_F は, それぞれ粒子の衝突によって生じる剪断応力および流体自身の剪断応力である. 流体中の粒子の衝突によって垂直応力 σ_0 が生じ, τ_G と σ_0 の間には, 次の関係式が成立する.

$$\tau_G = \sigma_0 \mu_f$$

濃度が高い掃流層内においては, τ_G と τ_F の比が100倍以上になる³⁾. ここで, 芦田・道上⁴⁾にならると, $\tau_F = \tau_c$ とすると, 結局, Coulomb-Navier理論と同じになる.

垂直応力は $\sigma_0 = (\sigma - \rho)Vg\cos\theta$ と表されるので, 同式と式(16)を式(15)に代入すると次式がえられる

$$\tau = \tau_c + (\sigma - \rho)Vg\cos\theta\mu_f \quad \dots\dots\dots (17)$$

以上より, 運動量法存則は次式のように表される.

$$\sigma \frac{\partial}{\partial t}(q_B) + \sigma \frac{\partial}{\partial s}(q_B U_s) = (\sigma - \rho)Vg\sin\theta - \frac{\partial}{\partial s}(pV) + C_d A (U_b - U_s)^2 - \tau_c - (\sigma - \rho)Vg\cos\theta\mu_f \quad \dots\dots\dots (18)$$

ここで, 流砂量の経時変化と圧力の影響を無視し, さらに, 林・尾崎⁵⁾と同様に非平衡の砂移動速度 U_s は平衡状態でのそれ U_{se} に等しいと仮定すると, 次のようになる.

$$\sigma \frac{\partial}{\partial s}(q_B U_{se}) = C_d A_e (U_b - U_{se})^2 - \tau_c - (\sigma - \rho)Vg\cos\theta\mu_f \quad \dots\dots\dots (19)$$

ただし, A_e は平衡状態で動いている砂の進行方向への投影面積, U_{se} は同状態での砂の平均移動速度である. 平衡状態においては, $q_{Be} = U_{se} V_e$ であるから, 式(19)より

$$C_d A_e (U_b - U_{se})^2 - \tau_c = \frac{(\sigma - \rho)g\cos\theta\mu_f}{U_{se}} q_{Be} \quad \dots\dots\dots (20)$$

が成り立つ. $U_{se} = \beta(U_* - U_c)$ と仮定して⁴⁾, 式(20)を式(19)に代入し, さらに, 流速および流砂量をそれぞれ \sqrt{sgd} および $\sqrt{sgd^3}$ で無次元すると,

$$\frac{\partial}{\partial s}(\Phi_B(\Psi_* - \Psi_c)) = \frac{\rho\mu_f F_1}{\sigma\beta^2 d(\Psi_* - \Psi_c)}(\Phi_{Be} - \Phi_B) \quad \dots\dots\dots (21)$$

が成り立つ. ただし, Φ_B , Φ_{Be} , Ψ_* , Ψ_c はそれぞれ q_B , q_{Be} , U_* , U_c を上記のように無次元したものである. 式(21)の右辺の係数を,

$$K_B = \frac{\rho\mu_f}{\sigma\beta^2 d} \quad \dots\dots\dots (22)$$

とおけば, 式(21)は次のように書き表される.

$$\frac{\partial}{\partial s}(\Phi_B(\Psi_* - \Psi_c)) = \frac{K_B F_1}{(\Psi_* - \Psi_c)}(\Phi_{Be} - \Phi_B) \quad \dots\dots\dots (23)$$

上式において, 水平床の場合, $\Psi_* - \Psi_c$ が軸 S に関係無ければ, 式(23)は福岡・山坂⁶⁾, 林・尾崎⁵⁾の非平衡流砂量式と同じ形になる.

4. 実験結果と考察

本実験の範囲では、砂州崩壊過程は流量の違いにあまり左右されなかった。そこで以下には、流量 $211.8 \text{ cm}^3/\text{s}/\text{cm}$ の場合について述べる。

図-4は、水面と砂面の時間的な変化である。水路最上端で一定量の流量を供給しても、砂州直上流の断面 $x=0$ では砂州頂部位置の変化にともない、水位が変動する。水が砂州の頂部を越えると、裏法肩及び裏法から図-4に示すような経過で洗掘されていく。下流水平部に流された砂は、 $t=50\text{s}$ 頃には明確に認められる反砂堆をつくり、水面もこれを反映して跳水となった。

砂面の連続式に基づいて流砂量 q_B を算定し、無次元流砂量 $\phi = q_B / \sqrt{sgd^3}$ として、時間的場所的变化を図-5に示す。ここに、 s は砂の水中比重である。 $x=130\text{cm}$ に流砂量の最大がみられる。ここは、堆積・洗掘の分岐点で、この点を決定することは、今後の解析に際し重要な意味を持つものと考えられる。

図-4から分かるように、流量が時間的に変化するので、ここでは流量の経時変化を次の2つの方法で求めた。

- (a). 上流域での貯留量の補正を行って推定する。
- (b). 固定床実験を行い、移動床時の水位が再現される流量を求める。

上記の2つの方法で決められた各時間の流量を表-1に示す。

表-1 推定された流量の比較

t(sec)		20	30	40
流量	方法(a)	73	168	215
cm^2/s	方法(b)	77	166	214

斜面勾配の影響を補正するために、式(14)の様に横軸を $\tau_{*u} = (U/\sqrt{F_1 - U_c})^2 / (sgd)$ 、縦軸を $\phi/\sqrt{F_1}$ として、修正した結果を図-6に示した。ただし、図-6(1)は洗掘領域のデータを図示したものであり、図-6(2)は堆積領域のものである。図中の直線は最小自乗法により求めた関係式で、洗掘時は、 $\phi_s = 10^{-2.43} \tau_{*u}^{1.43}$ で、堆積時は、 $\phi_s = \tau_{*u}^{0.56}$ で与えられる。2つの図において実験式の勾配が大きく異なるが、この点については後述する。

次に、式(13)に従って底面摩擦速度と流砂量の関係を検討する。この際、摩擦速度 u^* の評価方法が問題になる。通常、摩擦速度はshear plateなどで直接に測る方法や流速の乱れ成分より算出する方法等があるが、ここでは、二次元のレーザー流速計のデータを用いて、流速分布から間接的に推定する方法を用いた。

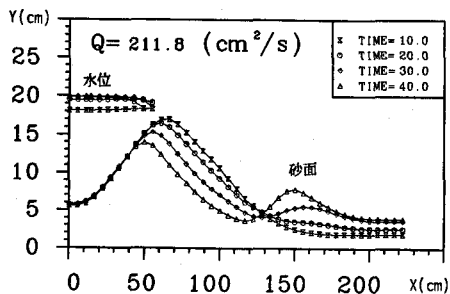


図-4 水面と砂面の経時変化

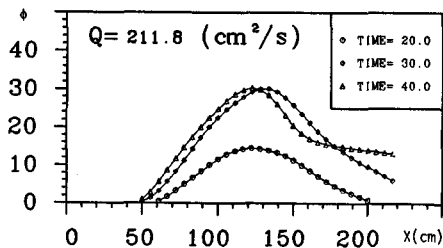


図-5 流砂量の経時変化

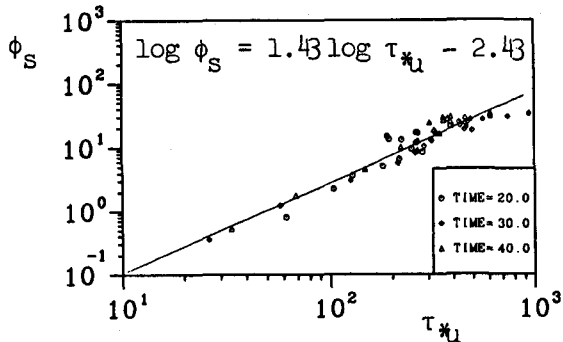


図-6(1) 洗掘時平均流速と流砂量の関係

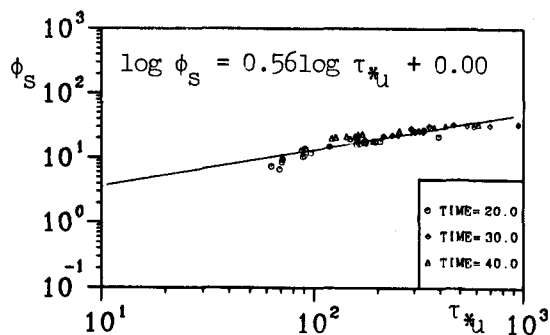


図-6(2) 堆積時平均流速と流砂量の関係

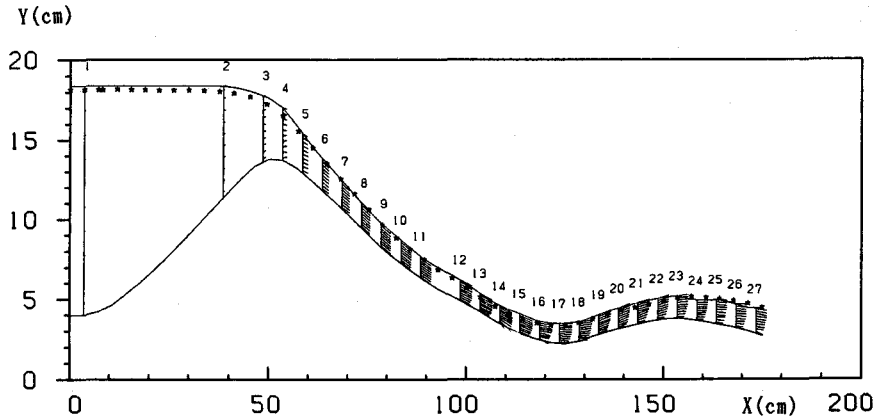


図-7 流速分布

測定された流速分布は各時間とも、上流部では境界層が薄く、流速分布が均一に近い。流下するにつれて境界層が発達し、対数則に近い流速分布となる。図-7は $t=30s$ の流速分布である。図-8は同じ時刻の摩擦速度 u_* の分布である。図中には上記のように流速分布から計算した摩擦速度 u_* の他に、一次元の不等流式で平均流速から逆算したもの、および κ - ϵ モデルにより二次元 Reynolds方程式から計算した値も示した。計算時、粗度係数 K_s は砂の平均粒径とした。不等流式から求めたものはばらつきが大きい。これは、測線の距離が大きいため、砂州頂部と底部で曲率の影響が無視できないこと等による。また、 κ - ϵ モデルの計算値と実験値があまり合わないのは、繰り返し計算の際の判定基準式が、十分ではない事に起因するものと考えられ、今後の検討が必要とされる。 $x \leq 50cm$ の範囲では、 u_* が掃流限界摩擦速度 $u_{*c} = 1.56cm$ より小さいので、流砂量がゼロになる。または、 u_* の増加に伴い、砂州が洗掘され、流砂量が大きくなっていくことがわかる。砂の比重は水のそれより大きいので、 u_* が流砂量よりさきに最大値を持つ。その後、 u_* は緩やかに減少するのに対して、流砂量は急激に減少する。

図-9は流砂量と掃流力の関係である。図-6と同様に、洗掘領域のデータと堆積領域のデータとを別々に図示した。横軸は無次元掃流力 $\tau_{*e} = (u_* / \sqrt{f_1 - u_{*c}})^2 / (sgd)$ であり、縦軸は $(q_b / \sqrt{f_1}) / \sqrt{sgd^3}$ である。図中の直線は最小自乗法により求めた関係で、洗掘領域は、 $\phi_s = 10^{0.44} \tau_{*e}^{1.40}$ で、堆積領域は、 $\phi_s = 10^{1.33} \tau_{*e}^{0.12}$ で与えられる。洗掘領域の実験式の勾配は、図-6(1)の直線の勾配とほぼ等しい。また、堆積領域においては

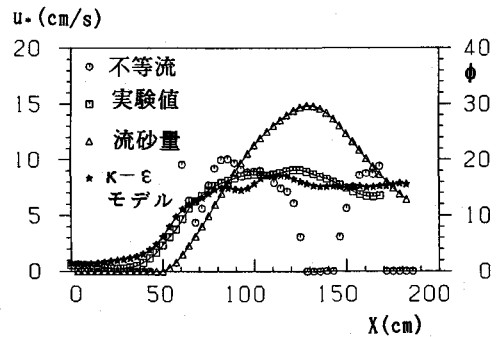


図-8 摩擦速度の分布

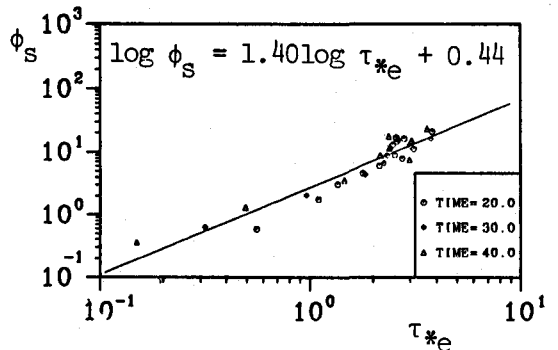


図-9 (1) 洗掘時摩擦速度と流砂量の関係

図-8に示したように、流砂量 q_b は摩擦速度 u_* より変化が速いが、図-9(2)において各実験ケース毎にデータが分かれないうのは、流砂量 q_b と摩擦速度 u_* に対して係数 F_1 を用いて修正を施しているためである。図-9では図-6と同様に、洗掘領域と侵食領域で式の勾配が大きく異なる。これは、砂粒子の慣性の効果により堆積域で砂が移動しやすいためである。

図-10は式(22)で定義した K_B を求めるために描いた図である。横軸に $X=F_1(\phi_{B0}-\phi_B)/(\psi_0-\psi_c)$ を、縦軸に $Y=\partial(\phi_B(\psi_0-\psi_c))/\partial s$ を選んでいるので、傾きが K_B に対応する。ただし、横軸の平衡流砂量の算定にはBrownの式を用いた。実線は最小自乗法によって得られたものである。これより、 $K_B=0.02(1/cm)$ が得られる。

5. 結論：

本研究で得られた主要な結果は次の通りである。

- (1). パワー・モデルを用いて、流砂量式に対する河床勾配の影響を検討し、その補正方法を提案した。
- (2). 砂の運動量方程式を導き、平衡状態と非平衡状態の掃流砂量の関係を表わす微分方程式を得た。
- (3). 二次元的な河口砂州崩壊の移動床実験を行った。その結果、通水初期に水位のせき上げによって砂州を越流する流量が低減するので、修正が必要であることが分かった。また、河口砂州の非平衡状態での掃流砂量に対し河床勾配の効果を補正することにより、有効速度との間の簡単な関係が得られた。ただし、侵食領域と堆積領域では得られた式形が異なる。
- (4). 固定床実験において、砂州模型上の流速、剪断力などを測定した。得られた剪断力を用いて、非平衡状態の掃流砂量式を定めた。
- (5). 移動定床実験で得た流砂量および固定床実験で得た摩擦速度をもとに、(2)で導いた微分方程式に含まれる係数 K_B の値を定めた。

謝辞：この研究の一部は文部省科学研究費一般研究(C) NO.01550396によって行なわれた。

参考文献

- 1). R.A.Bagnold(1956):The flow of cohesionless grains in fluids,Philosophical Trans. Roy. Soc. London, A, 249, No. 964, PP. 235-297
- 2). 最上武雄(1969):土質力学, PP. 479-618
- 3). R.A.Bagnold(1963):Mechanics of marine sedimentation, PP. 507-528
- 4). 芦田和男・道上正規(1972):移動床流れの抵抗と掃流砂量に関する基礎的研究, 土木学会論文報告集, 第206号, PP. 59-69
- 5). 林 泰造・尾崎 男・和泉雄一(1981):掃流砂量式と掃流砂量の遅れの距離について, 第25回水理講演会論文集, PP. 9-19
- 6). 福岡・山坂(1983):直線流路の交互砂州, 第27回水理講演会論文集, PP. 703-708

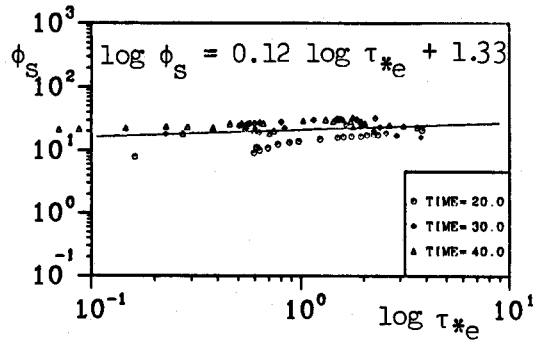


図-9(2) 堆積時摩擦速度と流砂量の関係

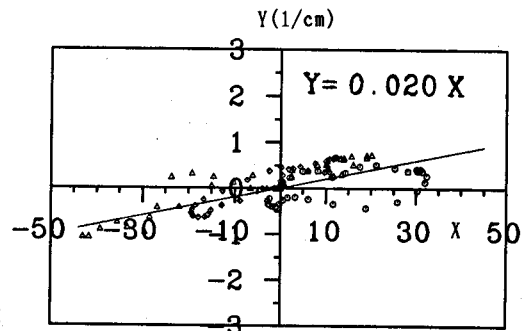


図-10 非平衡流砂量と平衡流砂量の関係