

非平衡浮遊砂を考慮した急勾配水路における貯水池堆砂の計算法
Simulation of Reservoir Sedimentation in Steep Channels
with Non-equilibrium Suspended Load

鳥取大学工学部 道上 正規 Masanori MICHIE
鳥取大学工学部 藤田 正治 Masaharu FUJITA
鴻池組(株) 前田 真吾 Shingo MAEDA

A method to simulate reservoir sedimentation in steep channels, where a flow changes from super-critical flow to sub-critical flow, is developed in the consideration of non-equilibrium suspended load. Hydraulic jump section is the junction point of forward and backward differences in the calculation of channel bed level. A method to determine this level is discussed. The deposition rate of non-equilibrium suspended load downstream of the delta of sedimentation is calculated by a Fourier series solution of the diffusion equation. The bed profiles calculated by using these methods are in good agreement with the experimental results.

Keyword : reservoir sedimentation, hydraulic jump, non-equilibrium, steep channel, suspended load

1. はじめに

貯水池の堆砂形状や粒度分布の予測法は、一次元の河床変動計算法に基づいて提案されており、現地の堆砂過程の再現性について良好な結果を得ているものもある。¹⁾ 本研究は、このような研究をさらに進めて、流れが射流から常流に遷移するような場合の堆砂過程の計算を、浮遊砂の非平衡性、とくにデルタ下流の非平衡性も考慮して行なうものである。

流れが射流から常流に遷移するような場の堆砂シミュレーションにおいては、跳水の位置の計算とこの点の流砂の連続式の差分近似の取り方が重要である。従来、常流または射流における河床変動解析の差分計算法は確立されており、流砂の連続式は前者で後退差分、後者で前進差分される。これに従うと跳水の前後の点では両方の差分が重なることになり、これらの点の河床位の決め方が明瞭でない。また、デルタ下流の浮遊砂の非平衡性は、長期の堆砂予測モデルでは計算時間等の問題もあって十分考慮されていない。

本研究では、以上の点に鑑み、(1) 射流から常流に流れが遷移する場合の河床変動計算法、(2) 拡散方程式のフーリエ級数解を用いたデルタ下流の非平衡浮遊砂の解析法、(3) (1)、(2)に基づく堆砂計算法について、理論と実験の両面から検討する。

2. 射流から常流に流れが遷移するときの水面形および河床変動の計算法

(1) 基礎式

座標系は図-1に示すとおりとし、流下方向を x 軸、それと直角上方向を z 軸とする。水面形は、次のような流水の連続式、運動方程式および抵抗則を用いて差分計算される。

$$\partial Q / \partial x = 0 \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$(u/g)(\partial u / \partial x) + \partial h / \partial x = I_0 - I_1 \quad \dots\dots\dots (2)$$

$$u = (1/n)h^{2/3}I_1^{1/2} \quad \dots\dots\dots (3)$$

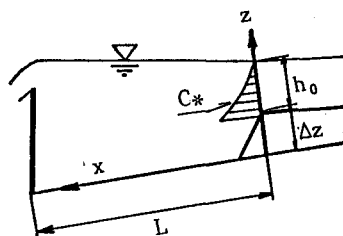


図-1 座標系

ここに、 Q ：流量、 u ：断面平均流速、 h ：水深、 l_0 ：河床勾配、 l_e ：エネルギー勾配、 g ：重力加速度、 n ：マンニングの粗度係数である。射流から常流に流れが遷移する場合は、下流端の水位と上流端の水位を境界条件として上流側と下流側に水面形を計算し、共役水深の関係を満たす隣合う断面で跳水が生じるものとする。共役水深の関係式は河床勾配を考慮して次式で表わす。

$$h_2/h_1 = 0.5 (\sqrt{1+8\gamma F_{r1}^2} - 1) \quad \dots\dots\dots(4)$$

ここに、 h_1 、 h_2 ：跳水前後の水深、 F_{r1} ：跳水前のフルード数、 γ ：河床勾配や跳水長による補正係数で、従来の研究²⁾によると、 $F_{r1} = 1.2 \sim 5.0$ では、 $l_0 = 1/1000$ のとき $1.01 \sim 1.03$ 、 $1/40$ のとき $1.20 \sim 1.55$ であり、河床勾配が急になるとこの効果が無視できない。

河床変動は、次の流砂の連続式より計算される。

$$\partial z_b / \partial t + 1/\{(1-\lambda)B\} (\partial q_T \cdot B / \partial x) = 0 \quad \dots\dots\dots(5)$$

ここに、 z_b ：河床位、 q_T ：全流砂量、 B ：水路幅、 λ ：河床材料の空隙率である。全流砂量は、掃流砂量を芦田・道上の式、浮遊砂量を Lane - Kalinske の濃度分布式と平均流速から算定して求める。また、混合粒径の場合は、粒度分布の時間変化を混合層の概念を用いた平野のモデル³⁾を用いて求める。

(2) 流砂の連続式の差分化

以上の諸式を差分化し連立して解けば、堆砂形状、河床の粒度分布の時間変化が計算できる。計算の安定性のためには、流下方向の距離に関して、流砂の連続式は常流のとき後退差分、射流のとき前進差分、粒度分布の連続式は常に後退差分とする必要がある。⁴⁾したがって、流砂の連続式については、跳水点で前進差分と後退差分が重なり、この点の差分の取り方が不明瞭となる。図-2(a)は、 x 方向の差分格子点 i における式(5)の差分の仕方を示したものである。格子点 i_{j-1} と i_j の間で跳水が生じ、 $i \leq i_{j-1}$ で射流、 $i \geq i_j$ で常流とする。前述の差分の取り方によると、 $i \leq i_{j-1}$ では、格子点 i の河床位変化量 Δz_{bi} は格子点 i と $i+1$ の流砂量の差から決まり、 $i \geq i_j$ では、格子点 $i-1$ と i の流砂量の差から求まる。すなわち、水路幅一定のとき式(5)の差分式は

$$\text{射流: } (1-\lambda) \Delta z_{bi} / \Delta t + (q_{Ti+1} - q_{Ti}) / \Delta x = 0 \quad \dots\dots(6) \quad (a)$$

$$\text{常流: } (1-\lambda) \Delta z_{bi} / \Delta t + (q_{Ti} - q_{Ti-1}) / \Delta x = 0 \quad \dots\dots(7)$$

となる。ここに、 Δx 、 Δt ： x 方向の距離および時間の差分間隔、 q_{Ti} ：格子点 i における全流砂量である。このような差分近似をしたとき、射流では河床の擾乱が上流に移動し常流では下流に移動するので、安定条件⁴⁾を満たす Δx および Δt を用いれば計算の安定性は保たれる。しかし、この方法によると跳水を含む区間で、堆積土砂量を河床形状から計算したものと流入土砂と流出土砂の差から求めたものに差異が生じ、前者が大きく評価される。この理由は次のようである。図-2(b)において、格子点 i_{j-1} と i_j の間で跳水が生じ、黒ぬりで示すような堆積が生じたとすると、各断面の河床位は○の位置になる。この時点では、○の位置を結んだ領域の土砂量とこの区間に堆積した土砂量とは一致している。ただし、階段状の河床形状を連続的な河床形状で近似するときの誤差は無視する。しかし、この

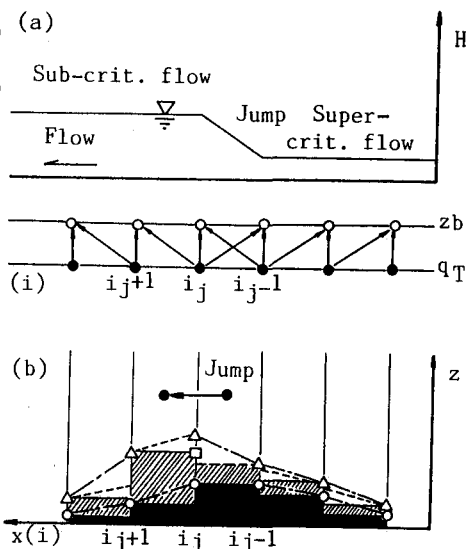


図-2 差分説明図

後跳水点が一つ下流の区間に移動し堆積が点線の位置まで生じたとすると、各断面の河床位は△の位置になる。しかし、実際には斜線で示すような堆積しか生じていないので、格子点 i_j の高さは過大に評価されている。これは、射流の点が常流に遷移したり、常流の点が射流に遷移したときに起こり、跳水点が移動する度に誤差が累積される。図-3 は、勾配1/50、せき高7.5cm、単位幅流量 $98\text{cm}^2/\text{s}$ 、河床材料の粒径1.4mm の条件に対し、河床形状から求めた堆積量 V_s と供給土砂量 V_0 との比および射流から常流への遷移点から堰までの距離 X_D の時間変化の計算値を示したものである。実線が上述の方法による結果である。時間経過とともに遷移点が下流に進み、それに伴って V_s が V_0 より大きくなり、計算誤差が累積してくることがわかる。

式(6)、(7)は、格子点 i の河床位に常流では格子点 $i-1$ と i の間の堆積高を代表させ、射流では格子点 $i+1$ と i の堆積高を代表させることを意味しており、遷移点の移動時にこれが満たされなくなるのが上述の誤差の原因である。そこで、一般的には計算の安定性を満たすように式(6)、(7)を用いて河床位を算定し、もし、遷移点が移動したときは、常流から射流になった点または射流から常流になった点において各々次式のように河床位を決定する。

$$\text{常} \rightarrow \text{射} \quad Z_{bi} = Z_{b0i} + (Z_{bi+1} - Z_{b0i+1}) \quad \cdots \cdots (8) \quad \text{射} \rightarrow \text{常} \quad Z_{bi} = Z_{b0i} + (Z_{bi-1} - Z_{b0i-1}) \quad \cdots \cdots (9)$$

ここに、 Z_{b0} ：初期河床位である。例えば、図-2(b) のような場合、格子点 i_j では格子点 i_j+1 の元河床からの堆積高だけ元河床から堆積させた口の位置に河床を置く。図-3 の破線はこのような取り方で、 V_s/V_0 を計算したもので、上述の問題点が解消されている。

(3) 実験との比較

実験は、長さ6m、幅40cmの水路で、図-3と同じ条件で行なった。流砂形態は掃流砂のみである。図-4は、給砂30分後の堆砂形状の計算結果と実験結果を比較したものである。ただし、 $\Delta x=25\text{cm}$ 、 $\Delta t=3.6\text{sec}$ とした。式(4)の λ として1.0、1.4および1.9の3種類設定して計算しているが、共役水深の関係の差異で堆砂形状がかなり異なることがわかる。跳水点の河床位は(2)で提案した方法によっているので、どの場合でも堆積土砂量は実験値とほぼ一致しているが、河床勾配が共役水深の关系到影響するため $\lambda=1.0$ (河床勾配を考慮しない場合)ではデルタの移動速度が過小になり、堆積高さが大きくなっている。また、

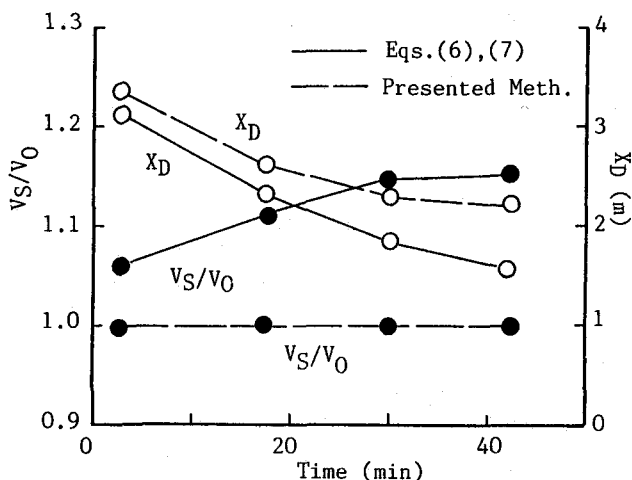


図-3 堆積土砂量の誤差

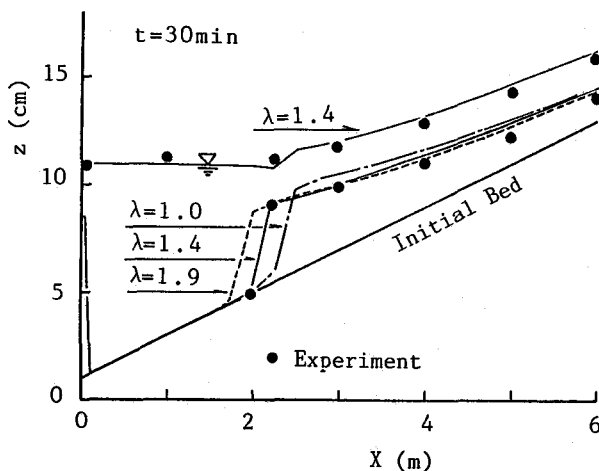


図-4 堆砂形状のシミュレーション

$\lambda=1.9$ のときは逆にデルタが早く進みすぎており、 h_2/h_1 が過大評価されている。 $\lambda=1.4$ の場合、計算値と実験値とはよく一致しているが、この λ の値は $F_{r1}=1.4$ に対応するものであり、実験では F_{r1} は約1.5であったので、ほぼ妥当なものである。このように、共役水深の関係式に河床勾配の影響を適切に考慮することが大切である。

3. デルタ下流の浮遊砂堆積量の計算法

(1) 非平衡濃度分布式とデルタ下流の堆積量

デルタ上流では平衡流砂量式を用い、デルタ下流のみ浮遊砂の非平衡性を考慮する。非平衡浮遊砂濃度分布を定常二次元の拡散方程式から解析的に求めるために、次のような仮定を設ける。

- (a) z 方向の流速 w が砂粒子の沈降速度 w_0 に比べて無視できる。(b) z 方向の拡散係数 ε を一定とする。
(c) x 方向の拡散は無視する。(d) 流下方向の流速 u を断面平均値で近似する。(e) デルタの肩より下流の水面を水平とする。(f) デルタ下流では堆積のみとする。

以上の仮定の基に拡散方程式は次式のようにになる。(図-1参照)

$$\hat{u} \partial \hat{c} / \partial \hat{x} = \hat{\varepsilon} \partial^2 \hat{c} / \partial \hat{z}^2 + \hat{w}_0 \partial \hat{c} / \partial \hat{z} \quad \dots\dots\dots(10)$$

ここに、 $\hat{x} = x/h_0$ 、 $\hat{z} = z/h_0$ 、 $\hat{u} = u/u_{*0}$ 、 $\hat{w}_0 = w_0/u_{*0}$ 、 $\hat{c} = c/c_m$ 、 $\hat{\varepsilon} = \varepsilon/(u_{*0}h_0)$ で、 c : 浮遊砂濃度、 c_m 、 h_0 、 u_{*0} : デルタ肩上の平均濃度、水深および摩擦速度である。

河床での境界条件は仮定(f)より式(11)のようになり、式(10)を河床から水面まで積分すれば水面での境界条件は $\varepsilon \partial \hat{c} / \partial \hat{z} + \hat{w}_0 \hat{c} = -c w_{rh}$ となるが、解析解を得るために仮定(a)と同様 $w_0 \gg w_{rh}$ とし水面での条件は式(12)とする。ここに、 w_{rh} : 水面における z 方向の流速である。また、 $x=0$ での条件は式(13)のようにする。

$$\text{河床: } \varepsilon \partial \hat{c} / \partial \hat{z} = 0 \quad \dots\dots(11) \quad \text{水面: } \varepsilon \partial \hat{c} / \partial \hat{z} + \hat{w}_0 \hat{c} = 0 \quad \dots\dots(12) \quad \hat{x}=0: \hat{c} = c^* (=c(0, z)/c_m) \quad \dots\dots(13)$$

式(13)の c^* には Lane・Kalinske分布を用い、 $\hat{z} < \hat{\Delta z}$ では $c^*=0$ とする。ここに、 $\hat{\Delta z} = \Delta z/h_0$ 、 Δz : デルタの肩の高さである。式(11)、(12)および(13)の基に、式(10)の解は次のようなフーリエ級数解で表わされる。以下簡単のため $\hat{z}$ は省略する。

$$c(x, z) = \sum_{k=1}^{\infty} [E_k \exp(-\int_0^x \lambda_k^2 / u dx) \cdot \exp(-w_0 z / (2\varepsilon))] \cdot \{w_0 / (2\varepsilon q_k) \sin(q_k z) + \cos(q_k z)\} \quad \dots\dots\dots(14)$$

ただし、

$$E_k = \int_0^{\hat{h}} c^* \exp(w_0 z / (2\varepsilon)) \{w_0 / (2\varepsilon q_k) \sin(q_k z) + \cos(q_k z)\} dz / \int_0^{\hat{h}} \{w_0 / (2\varepsilon q_k) \sin(q_k z) + \cos(q_k z)\}^2 dz \quad \dots\dots\dots(15) \quad q_k = \sqrt{4\varepsilon \lambda_k^2 - w_0^2} / (2\varepsilon) \quad \dots\dots\dots(16)$$

固有値 q_k は、 $\tan(q_k h) = \varepsilon q_k w_0 / (\varepsilon^2 q_k^2 - w_0^2 / 4)$ の解である。以上より、浮遊砂の堆積率分布は、 $\hat{w}_0$ 、 $\hat{\Delta z}$ 、 $\hat{\varepsilon}$ 、 $\hat{u}_0$ ($\hat{x}=0$ における $\hat{u}$) をパラメータとして $\hat{c}_0 \hat{w}_0$ または $-d(\int \hat{c} \hat{u} d\hat{z})/d\hat{x}$ から求められる。ここに、 $\hat{c}_0 = \hat{c}(x, 0)$ である。濃度分布が収束するのに必要な項数は $\hat{w}_0$ 、 $\hat{\Delta z}$ 、 $\hat{x}$ によって変化し、 $\hat{w}_0$ や $\hat{\Delta z}$ が大きいほど、また原点に近いほど多くなるが、ほぼ20個程度で十分である。

(2) 浮遊砂堆積量に及ぼす河床勾配の影響

図-5は $\hat{\Delta z}=5.5$ 、 $\hat{w}_0=0.2$ 、 $\hat{u}_0=15.3$ 、 $\hat{\varepsilon}=0.2$ の条件で、勾配 $l_0=1/1000$ 、 $1/100$ および $1/40$ の場合のデルタ下流における浮遊砂の堆積率を求めた結果を示したものである。点線および実線は $\hat{c}_0 \hat{w}_0$ および断面間の浮遊砂量の変化率から計算したものである。両者は緩勾配では一致するが、急勾配になると z 方向の

流速 w が沈降速度 w_0 に比べて無視できなくなるため相違する。すなわち、解析解を得るために水面の境界条件で w_{rh} を無視したが、これが無視できなくなり、 $\hat{c}_0 \hat{w}_0$ から求めた堆積量が過小評価されている。また、浮遊砂量の変化率から求めた堆積形状は原点付近で不正確である。急勾配水路の場合この点に注意するとともに、この方法の適用限界を明確にする必要がある。そこで、デルタを通過する浮遊砂量 V_{in} とデルタ下流の堆積量 V_s の比でこの限界を調べる。無次元堆積率の分布は、 $\hat{u}_0$ 一定のとき I_0 、 $\hat{w}_0$ 、 Δz 、 $\hat{\varepsilon}$ によるので、 I_0 を1/1000から1/10、 $\hat{w}_0$ を0.1から1.0、 Δz を5.0と1.0、 $\hat{\varepsilon}$ を0.01と0.2の条件で V_s/V_{in} を調べた。拡散係数によって V_s/V_{in} はあまり変化しなかった。他の場合の V_s/V_{in} とデルタ直下流における w_{rh}/w_0 との関係を 図-6 のように整理した。 w_{rh}/w_0 が0.2以上になると $V_s/V_{in}=0.9$ 以下となり、河床勾配の影響が顕著となる。

(3) 実験との比較

幅40cm、長さ6m、河床勾配1/40の水路に高さ $\Delta z=5.73$ のデルタを設置し、固定床の条件で平均粒径 0.1mm ($\hat{w}_0=0.26$) の細砂を給砂してデルタ下流の堆積率を測定した。流量は3900cm³/sec、給砂量は2.58cm³/secであった。図-7は堆積率の実験値と理論値を比較したものである。参考のために、 z 方向の流速 w を考慮した拡散方程式を式(11)、(12)および(13)を境界条件として数値計算した解も示している。ただし、 $\hat{\varepsilon}=0.1$ とした。数値解は実験値とよく一致している。濃度分布のフーリエ級数解を用いて解析した結果は、 $\hat{\varepsilon}$ を0.5、 $\hat{w}_0$ を0.22とすれば実験値とほぼ一致している。この $\hat{w}_0$ の値は沈降速度からデルタ直下流の $\hat{w}$ の平均値を差し引いたものである。急勾配の場合、 z 方向の流速は無視できなくなるが、その効果は $\hat{\varepsilon}$ を大きくし、

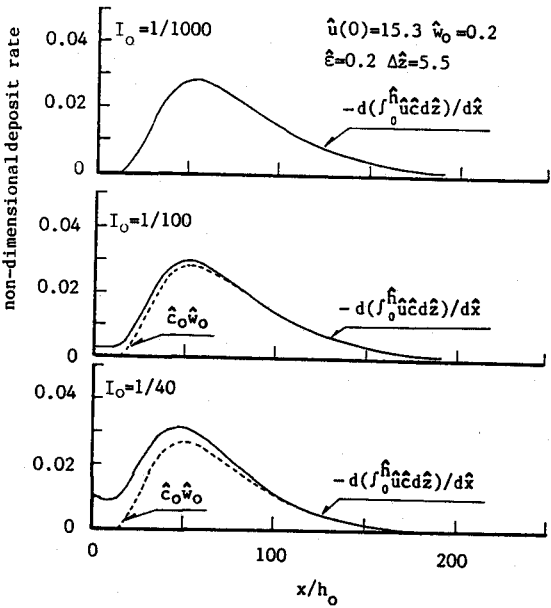


図-5 デルタ下流の浮遊砂の堆積率

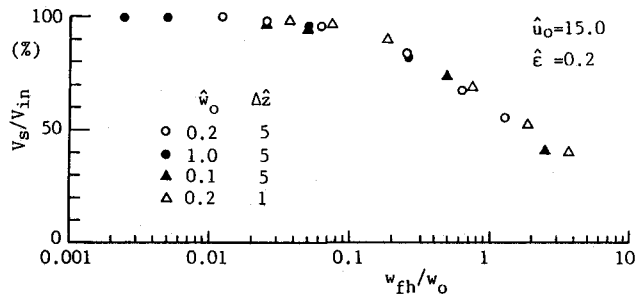


図-6 浮遊砂堆積率に及ぼす河床勾配の影響

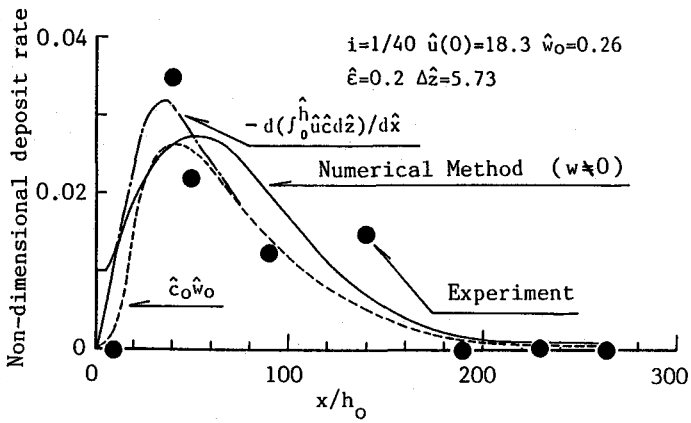


図-7 浮遊砂堆積率の実験値と理論値の比較

$\bar{w}_0$ を小さくすることである程度表わせるようであるが、このような手法の一般性が問題である。

4. 浮遊砂の非平衡性を考慮した堆砂計算

デルタの肩より上流では平衡流砂量式を用いた河床変動計算を行ない、デルタ下流においては3.の手法により非平衡浮遊砂濃度分布より堆積量を求める。ただし、便宜上、デルタの肩の高さが一定値 Δz_0 になるまでは、全区間平衡流砂量式を用いた。図-8は、勾配1/40、堰高10cmの水路に、単位幅流量 $60\text{cm}^2/\text{sec}$ の給水と混合砂（粒径1.4mmと0.1mmの砂を8:2で混合したもの）の給砂を行ったときの堆砂形状の実験値と計算値を比較したものである。ただし、初期河床は粒径1.4mmの粗砂で構成されており、計算においては、 $\hat{\varepsilon}=0.5$ 、 $\hat{w}_0=0.22$ 、 $\Delta z_0=5\text{mm}$ とした。デルタの形状は大体再現されており、またデルタ下流の浮遊砂の堆砂形状もある程度一致しており、本手法の妥当性がうかがえる。

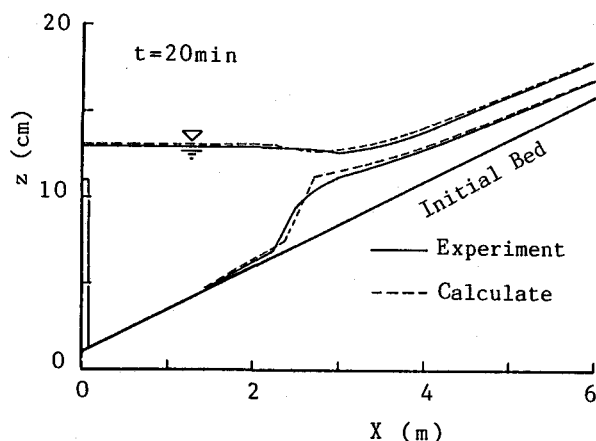


図-8 二粒径混合砂の堆砂形状のシミュレーション

5. あとがき

射流から常流に流れが遷移する点の河床位の決定法およびデルタ下流の非平衡浮遊砂による堆積率について考察し、急勾配水路における堆砂計算法を提示した。主要な結果は以下のとおりである。

- (1) 流れが射流から常流に遷移するような場合、流砂の連続式を跳水直前の射流の点を前進差分、直後の常流の点を後退差分で近似すると、遷移点の移動とともに流入土砂量と堆砂量の収支が合わなくなる。本研究で提案した方法によればそれが改良される。また、共役水深の関係を適切に評価すれば、堆砂形状も実験値とよく一致する。
- (2) z 方向（主流と直角上方向）の流速 w を無視した拡散方程式のフーリエ級数解により、デルタ下流の非平衡浮遊砂の堆積率を算定する方法を提示した。勾配が急になると w が無視できなくなり、本手法は適用できない。デルタ直下流の水面における w が沈降速度の2割程度の場合が適用限界である。
- (3) 勾配が急な場合でもデルタ直下流の w の平均流速だけ沈降速度を減少させ、拡散係数を増加させれば、堆積率分布の計算値は実験値とほぼ一致した。
- (4) 2粒径の混合砂を使った堆砂実験のシミュレーションを行い、デルタの形状やデルタ下流の浮遊砂の堆積形状についての実験値と理論値を比較した結果、本堆砂計算法の妥当性が確認された。

参 考 文 献

- 1) 芦田・岡部：貯水池堆砂の数値計算法に関する研究、京大防災研年報第25号B-2、1982、pp.389-400.
- 2) 玉井信行：水理学1、土木工学基礎シリーズ5-1、培風館、pp.63-72.
- 3) 平野宗男：Armoringをともなう河床低下について、土木学会論文報告集、第195号、1971、pp.55-65.
- 4) 芦田和男・高橋 保・道上正規：河川の土砂災害と対策、防災シリーズ5、森北出版、pp.210-217.