

土研式ベーン工とアイオワ式ベーン工の設計論の比較

Comparison between IIHR and PWRI Vane Design Methods

東京工業大学工学部 福岡 捷二 Shoji Fukuoka
建設省土木研究所 渡辺 明英 Akihide Watanabe

The vane work is a new hydraulic structure for protecting river bank from erosion and it is important to establish reasonable vane design method for proper use of vane works. The influence of the attack angle of secondary flow towards vanes on scour depth of the bed near outer bank is examined and a correction factor f for it is introduced reasonably to determine the longitudinal spacing of vanes based on the existing PWRI's design method. Existing two design methods of vanes, PWRI method and IIHR method, are compared from hydraulic and economical stand points on the basis of natural river data. It became clear that PWRI design method is more reasonable and economical than IIHR one, judging from all the aspects of vanes.

Key words:vane works, design method, secondary flow, bank protection

1. はじめに

河道の弯曲部の外岸近傍の河床の洗掘は、河岸近傍の流速を増大させ、また河岸法面の安定性を失わせ、河岸侵食を引き起こす。これを回避するには、河岸に洗掘の主要な原因となる河道の平面形状を修正し、形状の変更を行えない場合には、水流及び河床形状を河川構造物により適切に制御して、外岸河床の洗掘を減じる必要がある。そのため、従来より護岸、根固工、水制工などが用いられている。近年になって、弯曲部の洗掘を小さくすることを目的としたベーン工法が開発され、現在、国内外でその実用化が試みられている。しかし、従来のベーン工の設計法ではベーン工にあたる二次流による迎え角の変化が、洗掘軽減の効果を変化させることについての考慮が不十分である。本研究では、ベーン工に当たる二次流について解析し、その二次流によるベーン工の洗掘軽減効果の変化を求めるこによって、ベーン工の適切な縦断間隔すなわち、ベーン工の配置法について検討する。また、これから定まるベーン工の間隔や必要設置基数の観点から、現在ある2つの異なる設計法すなわち、アイオワ式の設計法と土研式の設計法の合理性や経済性について、比較して論じる。

2. ベーン工の適切な配置法

2.1 ベーン工の縦断間隔と洗掘深

ベーン工による洗掘軽減効果は、ベーン工の構造や数だけでなくベーン工の配置にも依存することが従来の実験結果⁴⁾から、明らかとなっている。図-1に、種々の間隔でベーン工を設置したときの河床高を、従来の解析方法^{5), 6)}を用いた計算結果と実験結果に対比して示す。 $\Delta z_{est.}$ は、基礎式を流下方向に単純に平均化して求めた従来の解析方法による洗掘深を、 $\Delta z_{exp.}$ は実験での外岸河床の平均洗掘深を表す。これより、実験の範囲内では、ベーン工の縦断間隔が大きいほど、 $\Delta z_{est.}$ が $\Delta z_{exp.}$ よりも大きくなり、外岸の河床洗掘を減ずるベーン工の効率が予測よりも高いことがわかる。観察によれば、実験ベーン工の効果が予測よりも小さくなる場合は、上流のベーン工から発生した二次流が当該ベーン工に当っており、予測よりも実験

ペーン工の効果が大きくでる場合は、流れの遠心力により生じた二次流がペーン工に当たっていることが分かっている。この差は、予測の中にペーン工にあたる二次流の向きと強さが十分考慮されていないために生じていることによる。ペーン工に当たる二次流の向きと強さは河道条件、水理条件及びペーン工の形状とペーン工の縦断間隔に依存する。そこで、ペーン工とペーン工の間の二次流強度の縦断変化とペーン工にあたる二次流がペーン工から生成される二次流に与える影響について実験結果を解析し、ペーン工の配置、縦断間隔⁷⁾を合理的に定めることにする。

2.2 ペーン工と二次流の干渉の影響

Odgaardら⁸⁾は、ペーン工が設置された時にもペーン工なし場合の流れの遠心力による二次流が生じると仮定し、流れに対するペーン工の迎え角が20°となるようにペーン工を設置すれば、最も効果的に機能すると主張している。しかし、ペーン工が存在する場合には、遠心力による二次流はペーン工から発生する二次流のためにその周りで弱くなる。したがって、ペーン工に向かう二次流の強さを正確に評価し、この二次流がペーン工の洗掘軽減効果に与える影響について正しく検討する必要がある。

ペーン工に対する流れの迎え角は、二次流の存在のためペーン工の面内で鉛直方向に異なる。したがって、平均流に対して迎え角0°でも二次流に対しては迎え角が存在する。ペーン工は遠心力による二次流と逆向きの二次流を生成するので、外岸の洗掘深を小さくするように働く。平均流に対する迎え角が大きいときには、二次流による影響は、相対的に小さくなると考えられるので、揚力補正係数 β ($C_L/2\pi \sin \alpha$) の中に含めて考えるものとする。すなわち β は、式(1)で表される。 α は、河道の線形に対するペーン工の迎え角度、 $\Delta \alpha$ は河道の線形に対する流れの角度を表す。図-2に座標系及び迎え角の定義を示す。いま、ペーン工に当たる二次流は迎え角 α に対して小さく $\Delta \alpha = 0$ とすれば、 β は式(2)で表される。これは、ペーン工に向かう二次流の向きが遠心力による二次流のものと同じ場合は、見かけ上 β の値が増大し、二次流の向きがこれと逆向きの場合は、見かけ上 β の値が減少することを示す。

次に、この揚力係数が変動することに対

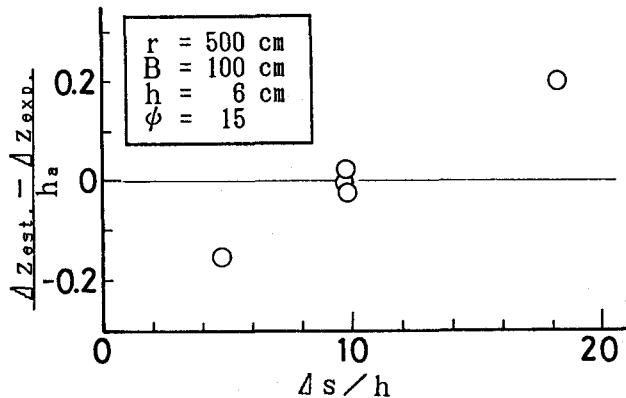


図-1 ペーン工の縦断間隔に対する解析結果と実験結果の差

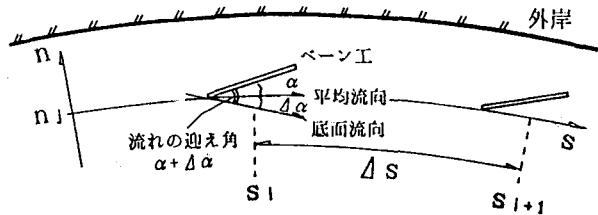


図-2 座標系及び迎え角の定義（平面図）

$$\frac{\beta' \sin \alpha}{\beta} = \beta \sin (\alpha + \Delta \alpha) \quad (1)$$

$$\beta' = \beta (1 + \Delta \alpha / \tan \alpha) \quad (2)$$

$$\chi_1 h \left(2 \frac{\partial u v_b}{\partial s} + \frac{6}{\kappa} \left(\phi - \frac{1}{2\kappa} \right) \frac{u^2}{r} \right) = \beta' \pi l_0 \sin \alpha u^2 \delta(s-s_1) - \chi_1 h \frac{\kappa u \cdot \pi^2}{3h} v_b \quad (3)$$

u :主流速、 u :摩擦速度、 v_b :底面の二次流速度、
 l_0 :ペーン工の長さ、 α :ペーン工の迎え角、 ϕ :流速係数、
 r :曲率半径、 s :流下距離、 s_1 :ペーン工の位置

$$\chi_1' h^2 \phi^2 u \cdot \frac{\partial u}{\partial s} + \chi_1' h u^2 + \frac{C_D A_v \phi^2 u^2 \delta(s-s_1)}{2 h^2 I} = \chi_1' g h^2 I \quad (4)$$

C_D :ペーン工の抗力係数、 A_v :翼面積、 I :水面勾配

$$q_3 \frac{\partial T}{\partial s} = 1 - \frac{q_1}{\chi_1} T \cdot \delta(s-s_1) - T \quad (5)$$

$$q_1 = \frac{C_D A_v}{2 h^2} \phi^2, \quad q_3 = \frac{\phi^2}{2}, \quad T = \frac{u^2}{g h I}, \quad s = s/h$$

$$T = 1 - H \exp(- (s - s_1) / q_3) \quad (s \geq s_1) \quad (6)$$

$$H = \frac{\frac{\chi_1' q_3}{q_1}}{1 - (1 - \frac{q_1}{\chi_1' q_3}) \exp(- \Delta s / q_3)}$$

するペーン工の効果の補正を表す補正係数 f について検討する。 f は図-1で既に示したように縦断間隔 Δs と密接に関係する。ここで f と縦断間隔 Δs の関係について、ペーン工の周りの二次流に的を絞り、解析する。運動方程式にペーン工による外力項を加えて、それを渦度方程式に変換した二次流の基礎方程式⁵⁾⁶⁾を、 $n_j - \chi_1 h/2$ から $n_j + \chi_1 h/2$ の範囲で横断方向に積分すると式(3)が得られる。ただし、二次流の横断方向の拡散は水深order、 $\chi_1 h$ の幅でのみ生じ、その中では v_b は一定である仮定とする。主流についても、主流の式を横断方向に積分し、横断方向への運動量輸送項を省略すると式(4)が得られる。 $\chi_1' h$ は主流の拡散幅である。

式(4)を式(5)のように無次元化し、ペーン工の縦断間隔に対して周期境界条件を用いて解を求める、式(6)を得る。ここで、実河川の状況を考慮して、 $\Delta s_* = 10$, $q_3 = 70 \sim 200$, $H \approx 0.3 \sim 0.4$ とすると、式(6)より、無次元せん断力 T の縦断変化量 ΔT は高々 0.05 程度となる。したがって、流下に伴うせん断力、すなわち主流の縦断変化は小さく、無視できる。そこで、 $u_b = \text{const.}$ とすると、式(3)は式(7)のように書き換えられる。また、 $v_b/u_b = -\Delta \alpha$ として式(7)に代入すると、式(8)を得る。ここで、 χ_2 は二次流の β' への影響の割合を表すものである。 χ_3 はペーン工の形状によって決まる β と β_* の違い、変曲率河道であること、ペーン工が無限数設置されないことなどによる影響を表す補正係数で、実際には $\chi_2, \chi_3 \approx 1$ 程度の大きさである。式(8)の解は式(9)で与えられ、ここで、二次流による迎え角の変化を考慮した場合の v_b の平均値を \bar{v}_{b*} 、考慮しない場合の v_b の平均値 \bar{v}_b とする。この時、ペーン工によって発生する二次流の平均値を用いて、補正係数が近似的に式(10)で表せるものとする。ここで、 $\hat{\gamma}$ は、二次流の流下方向の変化とペーン工にあたる二次流による迎え角の変化の影響を考慮した時の γ である。 \bar{v}_{b*} 、 \bar{v}_b を求めて式(10)に代入すると、補正係数 f は式(11)で表される。ここで、 χ_1, χ_2, χ_3 は、次のように選ぶ。 χ_2 は $\chi_2 = 1.0$ とする。 χ_1 についてはペーン工から発生する二次流が卓越していると考えられる幅、すなわちペーン工の周りとその外側の場所の横断河床勾配の符号が変わる範囲の幅 ΔB が、実験による横断河床形状から、 $\Delta B = 2 \sim 3 h$ であることから、 $\chi_1 = 2 \sim 3$ と仮定する。 χ_3 は、ペーン工の形式によって異なるが、 $\chi_3 \approx \beta/\beta_*$ とし、揚力線理論⁸⁾より概ね

$$p_3 \frac{\partial v_{b*}}{\partial s} = -p_2 + \frac{\beta' p_1}{\beta_* \chi_1} \delta(s_* - s_{*1}) - v_{b*} \quad (7)$$

$$v_{b*} = (\frac{v_b}{u_b}) / \tan \alpha, \beta'/\beta_* = \chi_3, \beta_*: \text{平均揚力補正係数}$$

$$p_1 = \frac{3 \beta_* \pi^2 h}{\kappa \pi^2} \cos \alpha (\phi - 2/\kappa), p_3 = \frac{6 \phi}{\kappa \pi^2}$$

$$p_2 = \frac{1.8}{\kappa^2 \pi^2} \frac{(\phi - 0.5/\kappa) h}{(\phi - 2/\kappa) r} / \tan \alpha$$

$$p_3 \frac{\partial v_{b*}}{\partial s} = -p_2 + \chi_3 \frac{p_1}{\chi_1} (1 - \chi_2 v_{b*}) \delta(s_* - s_{*1}) - v_{b*} \quad (8)$$

$$v_{b*}(s_{*1}) = -p_2 + K \exp(-\Delta s_*/p_3) \quad (9)$$

$$K = \frac{\chi_3 \frac{p_1}{\chi_1 p_3} (1 + \chi_2 p_2)}{1 - (1 - \chi_2 \chi_3 \frac{p_1}{\chi_1 p_3}) \exp(-\Delta s_*/p_3)}$$

$$f = \frac{\hat{\gamma}_1}{\gamma_1} \approx \frac{(\bar{v}_{b*} + p_2) / p_2}{(\bar{v}_b + p_2) / p_2} = \frac{(1 + \bar{v}_{b*} / p_2)}{(1 + \bar{v}_b / p_2)} \quad (10)$$

$$f = \chi_3 \frac{(1 + \chi_2 p_2) (1 - \exp(-\Delta s_*/p_3))}{1 - (1 - \chi_2 \chi_3 \frac{p_1}{\chi_1 p_3}) \exp(-\Delta s_*/p_3)} \quad (11)$$

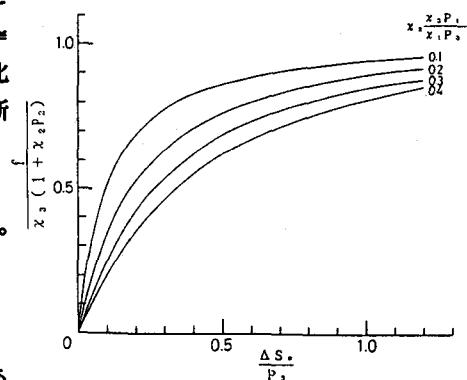


図-3 縦断間隔と補正係数 f の関係

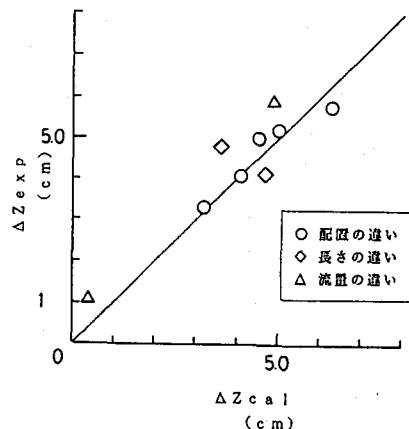


図-4 解析結果と実験結果の比較

$\chi_3=0.9\sim1.2$ 程度である。式(11)から f と Δs の関係を求めて、図-3に示す。 f は遠心力による二次流の強さを表す p_2 が大きい場合に増大し、ペーン工による二次流の強さを規定する p_1 が大きい場合に減少する。また、 f はペーン工の縦断間隔が狭くなると急激に小さくなる。図-1に示した結果に一致するように χ_1 を定め、 f を導入した γ を用いた計算した外岸の平均洗掘深の結果と浅野らの実験結果¹¹⁾の比較を図-4に示す。これより、ペーン工の設置位置、長さ、流量が違っていても、 f を導入した理論は実験結果をよく表していることがわかる。

2.3 適切な縦断間隔

補正係数 f を導入することにより、外岸の洗掘深をより正確に求められる様になった。しかし、工学的にはペーン工の効果を正確に把握するだけでなく、ペーン工が効率よく機能する適切な配置法を定めることが肝要である。ここでは、効率的なペーン工の配置法として、適切なペーン工の縦断間隔、すなわちそれを定める列数について検討する。

ペーン工の適切な設置数⁵⁾⁶⁾は、従来の

研究から、3.1節で示す様に式(12)で与えられる。これは、ペーン工を設置した場合について、式(12)で表される無次元量 γ と外岸の河床高の関係を解析及び実験から求めて、外岸にほとんど洗掘が生じないという条件から定められたものである。ペーン工が効率よく機能するためには、遠心力による二次流がペーン工に当たる必要がある。この場合、先に述べたように、 $f \geq 1.0$ となる。したがって、適切な縦断間隔は式(11)より式(13)で表される。いま、適切に配置された場合の f は、 $f \approx 1$ であるとする。 Δs についての式(13)を式(12)に代入すると、式(14)を得る。ただし、 p_1 自体が列数の関数であり、陰な形の表現のため、このままでは列数を容易に求めることはできない。そこでまず、それぞれのパラメータの取る範囲を考慮して式(14)の右辺を概略定める。実際の河道では、 $\chi_1=2\sim3$, $\chi_2=1$, $\chi_3=0.9\sim1.2$, $p_1=5\sim10$, $p_2=0.1\sim0.4$, $p_3=14\sim24$ の範囲を値をとる。これらのパラメータはかなり広い範囲をとるが、 B/h が大きく、 ϕ が大きい河道に対し、適切な諸元⁸⁾¹⁰⁾を用いるならば、ペーン工の列数の目安として式(15)を採用する。したがって、式(15)を満たすように列数を決め、式(12)となるようにペーン工の設計を行うと、適切な縦断間隔が確保される。この制約条件の下では、多くの場合 f は 1 以上となる。 f が 1 以上ということはペーン工の前で遠心力による二次流が卓越することを示しており、この場合には、表面の速い流体が外岸に侵入しないように、ペーン工を千鳥状に配置してペーン工の効果が継続的に持続するように工夫することが肝要である。また、設計に際して、式(15)を用いる場合には $f=1$ とする。その他、流れの迎え角が 20° よりも十分大きくなる場合は、実際には流れの剥離のためにペーン工に作用する揚力の増大が起こりにくい。この場合にも γ の計算において $f=1$ として計算する。

3. ペーン工の設計法

土研式設計法とアイオワ式の設計法の特徴を述べ、同一条件の河道及び洪水流について 2 つの設計法を比較検討し、設置基数や効果の比較を行う。

3.1 土研型ペーン工とアイオワ式ペーン工

土研式ペーン工では、ペーン工はその周囲の流体に働き、ペーン工の周りに遠心力のものと逆向きの二次流を生み出し、これらの二次流の分布に応じて河床形状が定まるとして設計論が立てられている。この考え方

$$\gamma = \sum f_i \gamma_i \approx f \frac{p_1}{p_2 \Delta s} \left(\frac{h}{B} \right) \times (\text{列数}) = 0.5 \sim 0.6 \quad (12)$$

$$\Delta s \geq p_3 \left(\ln \left(1 - \frac{1-\chi_3}{\chi_2 \chi_3 p_2} + \frac{p_1}{\chi_1 p_2 p_3} \right) - \ln \left(1 - \frac{1-\chi_3}{\chi_2 \chi_3 p_2} \right) \right) \quad (13)$$

$$\text{列数} \geq \frac{0.5 \sim 0.6}{\chi_1} \left(\frac{B}{h} \right) \frac{\ln(1+x_1) - x_2 x_1 / (1+x_1)}{x_1} \quad (14)$$

$$x_1 = \frac{p_1}{\chi_1 p_2 p_3}, \quad x_2 = \frac{1-\chi_3}{\chi_3 \chi_2 p_2}$$

$$\text{列数} \geq (0.15 \sim 0.20) \left(\frac{B}{h} \right) \quad (15)$$

に基づき、ペーン工を設置した時の横断的な流れ場と河床形状を解析して、ペーン工の構造及び配置諸元と河床形状や洗掘深との定量的な関係を明らかにしている。⁵⁾⁶⁾また、ペーン工周りの二次流とペーン工の干渉がペーン工の洗掘軽減効果の効率にどのように影響するのかについて考察し、ペーン工の適切な縦断間隔を決定している。すなわち、外岸の河床の洗掘を軽減するペーン工によって供給される二次流について着目し、ペーン工設置時の二次流強度の縦横断分布を渦度方程式から推定することによって横断河床形状を予測する手法を開発し、これを用いて外岸侵食の危険を小さくするペーン工の設計法を導いている。また、河床形状の時間変化過程も算定可能となるため、ペーン工の洗掘の埋戻しについて定量的に評価できる。¹³⁾¹⁴⁾

土研式設計法によれば、ペーン工設置による外岸付近の河床の洗掘深及び河床の横断形状を規定する主なパラメータは、二次流相殺率 γ およびペーン工設置位置 b/B である。⁵⁾⁶⁾ γ 及び b/B による外岸の河床高の変化の計算結果を図-5に示す。この図より、外岸河床高を平均河床高に保ち、かつペーン工の周りの局所洗掘が外岸に及ばないようにするために $b/B = 0.15 \sim 0.35$ の範囲で $\gamma = 0.5 \sim 0.6$ とすれば良いことがわかる。また、 γ は式の定義から、弯曲部で遠心力に起因して発生する二次流に対するペーン工が供給する逆向きの二次流の量の比を表す。すなわち、 $\gamma = 0.5 \sim 0.6$ という条件は、ペーン工無しの場合に発生する二次流を約1/2程度抑制するということを意味する。このようにペーン工の配置を工夫すれば、遠心力に起因する二次流を半分程度相殺することで、望ましい横断河床形状を作ることが可能となる。

これに対して、Odgaardの考え方では、ペーン工を置いたことにより発生する回転モーメントと流れの遠心力による回転モーメントが弯曲部の全領域で相殺し、全領域にわたって河床形状が平坦となるようにペーン工の数を決めようとするものである。すなわち、この設計法は、次節で述べるように本解析法で $\gamma = 1$ とすることに相当し、ペーン工の数はかなり多くなる。また、河床は実際には起こり得ない平坦河床を維持しようとするために横断的に幅広い範囲にペーン工を設置する必要がある。しかし、幅の広い河道にあっては、2つの回転モーメントが断面全体で釣り合う必要はなく、むしろ主たる釣合領域は外岸からペーン工の内側のある範囲内と考えるのが適当であろう。また、ペーン工の設置によって生じる河床勾配を利用する方がより現実的である。さらには、 γ の大きさは式(12)よりペーン工の数 N に比例するが、既に見てきたようにペーン工の数が、ある数以上多くなると、ペーン工1基当たりの洗掘軽減効率が下がることになる。アイオワ式ではペーン工1基のみから出る二次流の平均強度 v_b が0.15となるように縦断間隔を定めるとしている¹⁵⁾が明確な根拠はないようである。このような点から判断して、土研式の設計法は水理的にみて合理的であり、ペーン工の数を少なくできることから経済的にも有利である。

3.2 アイオワ式と土研式のペーン工の設置数 $\frac{N H L}{r B \phi} \frac{C_{L0}}{2} \frac{r}{h} / F = 1$ (16)

土研式とアイオワ式の設計法について、必要設置基数の観点から比較する。Odgaard⁶⁾⁷⁾⁸⁾¹¹⁾¹²⁾によると、ペーン工の設置基数は河道条件と水理条件を用いて、式(16)を満たすように定めれば良いとしている。一方、土研式では式(12)を満たすように定められる。ここで、式(12)をIIHR式の様に書き表すと式(17)となる。式(16)、(17)を見比

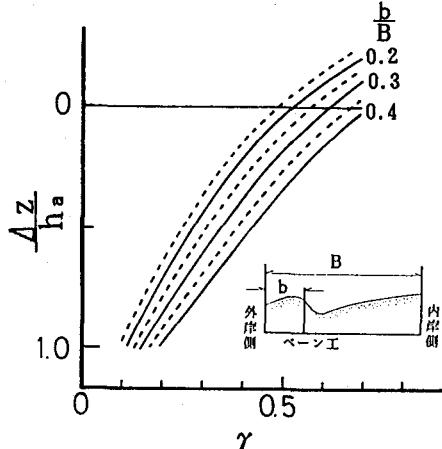


図-5 γ と外岸河床の洗掘深の関係

$$\gamma = \frac{\frac{N H L}{r B \phi} \frac{C_{L0}}{2} \frac{r}{d} f / F_p}{\frac{1}{H} \frac{d}{12(\phi-1)}}, \quad \frac{C_{L0}}{2} = \beta \pi \sin \alpha \quad (17)$$

べれば、 f_o/F , f/F_p の部分及び揚力
を定めるペーン工の迎え角度の部分に差異
が見られる。まず、 f/F の部分について
比較し、式(18)(19)の大小関係をみる。比

$$\frac{f_o}{F} = \left[(n+1) - (n+2) \frac{H}{d} \right] \left(\frac{H}{d} \right)^{2/n} \left[1 + \frac{\delta}{\alpha}, \left(1 - \frac{H}{d} \right) \right] \quad (18)$$

$$\frac{f}{F_p} = \frac{f}{12} \frac{d(\phi-4)^2}{H(\phi-1)} \quad (19)$$

較対象地点は、アイオワ式ペーン工が施工されたEast Nishn abotna川のreach2⁶⁾である。式(16)で $\delta/\alpha'=1.22$, $f=1.2$ の場合に相当し、流速係数 ϕ の変化に対する式(18), (19)の違いを図-6に示す。これを見ると、 d/H が $1/3 \sim 1/4$ 程度では、 f_o/F は、 f/F_p のほぼ2倍の値となる。また、ペーン工の数を決定する式(16)(18)の右辺の比も2倍であるので、ペーン工の設置数の違いはペーン工の河道に対する迎え角度の違いによってほぼ定まる。すなわち、迎え角を小さく取るアイオワ式の方がペーン工の設置数が1.6倍と多くなるため、施工に要する費用は土研式設計法による方が少なくて済む。

アイオワ式ではペーン工を設置しない場合の遠心力による二次流がペーン工にあたるものとし、Falconら¹⁶⁾による二次流強度で流れの迎え角が増大するとしている。しかし、2.2節で述べたようにペーン工設置時には流れの構造が変わり、ペーン工設置時にペーン工周囲で生じる二次流がペーン工に当たる。したがって、Odgaardの考え方は迎え角に対する揚力を過大に評価することになっている。むしろ、式(16)における f はほぼ1と見なす方が現実に近い。また、アイオワ式の設計理論では γ が0.8~1.0となることを要求しているが、 $\alpha' < \alpha(20^\circ)$ となるよう施工する場合は、実際にペーン工にかかる揚力が小さく、ペーン工の数が多くても、全体としてのペーン工の効果 γ はそれほど大きな値にはならず、実質的には土研式に近い値($\gamma=0.5 \sim 0.6$)をとるものと考えられる。理論通りの揚力を与えるようにアイオワ式設計法を修正するためには、 $\alpha'=20^\circ$, $f_o=1$ とする必要がある。しかし、アイオワ式設計法は経済的ではないことには変わりはないと考えられる。

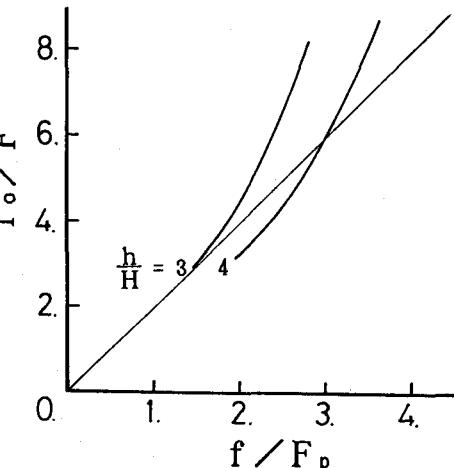


図-6 f/F_p と f_o/F の比較

4. おわりに

ペーン工を設置した場合にペーン工の周囲で生じる二次流が、流れの迎え角を変えることによりどの程度洗掘の軽減効果に影響するかを検討した。この結果から、ペーン工の縦断間隔を合理的に定められるようにした。最後に、土研式とアイオワ式の設計法を比較し、土研式の設計法がより合理的かつ経済的であることが確認された。

(参考文献)

- 1)福岡捷二:第2回河川海岸シンポジウム, 1988 2)渡辺, 福岡, 高橋:第43回年講概要集 pp.276, 1988
- 3)福岡, 高橋, 渡辺:土研資料 2640号, 1988 4)黒川, 福岡, 渡辺, 小田:第43回年講概要集 pp.308, 1988
- 5)福岡, 渡辺:第32回水講論文集, pp.467, 1988 6)福岡, 渡辺, 黒川:土研資料 2644号, 1988
- 7)渡辺, 山本:第44回年講概要集, pp.382, 1989 8)Odgaard·Mosconi:ASCE, Hyd. vol.113, 1987
- 9)今井:「流体力学(前編)」 10)橋本、浅野、坂野:第29回水講論文集 pp.603, 1985
- 11)Odgaard·Kennedy:ASCE vol.109 pp.1164, 1984 12)Asano·Odgaard:JSCE, JHHE, vol.2 No.1 pp.1, 1984
- 13)萱場, 福岡, 渡辺:第44回年講, pp.384, 1989 14)福岡, 渡辺, 萱場:第34回水工学論文集, 1990
- 15)Odgaard·Anita:River Meandering, 1989 16)Falcon·Kennedy:J.F.M., vol.133, pp.1, 1983