

断面急縮部における非定常水理量の解析手法

Methods for Analysis of Unsteady Flow at Sudden-Contractions

群馬大学工学部

群馬大学工学部

セキスイハウス(株)

関東地方建設局

小葉竹 重機

江 崎 一博

向 後 一学

岩 井 潤一

Shigeki KOBATAKE

Kazuhiro Ezaki

Kazunori Kougo

Junichi Iwai

Sudden-contractions are often seen in a river channel, by natural features and man-made structures such as weirs. In Japan, the flood routing is usually carried out by the storage-function method, but the weak point of this method is that we can not estimate the parameters if some changes are occurred in the channel. On the other hand, we can not obtain the flow characteristics at sudden-contraction, even if using the strict unsteady flow equations. The cause of this fact is assumed to be existence of some control-conditions at contraction. We find out this conditions by experiments, and develop the method of calculation of flow characteristics at contraction using these control-conditions. Lastly, we confirm the usefulness of this method by applying to a natural river basin.

Keywords : sudden contraction, experimental-study, control-section, flood routing

1. まえがき： 実際の河川には河道断面が急縮するような箇所がかなり多く存在する。それは自然地形によるものであつたり、堰などの人工構造物によるものであつたりする。一般にこのような箇所では堰上げによる貯留効果のために、洪水のピーク流量は大きく低減する。現業では通常、洪水追跡は貯留関数を用いて行なうが、そのパラメータの値は過去の洪水例の解析から得られるもので、たとえば、河道断面の整齊によって洪水の疏通能力がどのように変化するかを予測しようとする場合には、貯留関数法は適していない。

一方、厳密な不定流式に基づいて、河道の平面形状をある程度正確に取り入れて数値解析を行なっても、ピーク流量の低減や急縮部前面での水深の堰上げなどは表現できないことが分かった。図-1、図-2はその一例を示したものである。図-1は急縮部前面および急縮部内での、水深と流速ベクトルの計算結果を示したものであり、図-2は流量波形の計算結果である。計算は長さ15km、幅600mの河道が幅300mに急縮する仮想的な河川を考え、二次元不定流式を井上ら¹⁾あるいは中川ら²⁾の差分法を用いて数値解析した。△x、△y、△tはそれぞれ500m、30m、0.5secとし、境界条件は壁に垂直方向のフラックスが0であるとした。また、5kmの急縮部の下流端には支配断面の条件を与えた。

図-1の流速ベクトルの変化の様子はある程度現実の変化に

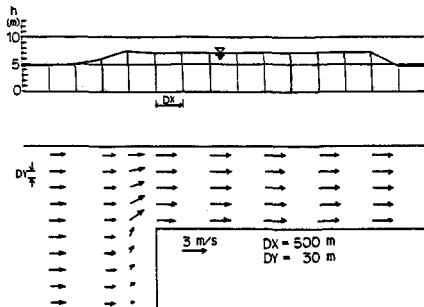


図-1 二次元不定流式に基づく急縮部の水深、流速ベクトル

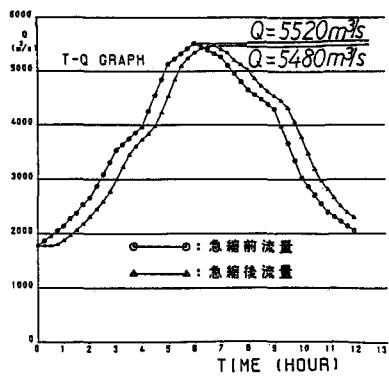


図-2 二次元不定流式に基づく急縮部通過後の流量波形

近いが、水深は急縮部内で高い値を示し、実際とは全く逆の変化となっている。また、図-2の流量の変化についても、急縮による流量低減は全く表現されていない。以上の結果は、急縮部において何らかの条件を与えるべきであることを示していると考えられる。そこで本研究では、実験によってこの条件を定め、これによって急縮部前面での流れの解析を行なう方法を得ることとした。

2. 実験装置・方法と実験結果 :

急縮部における流れの支配的な条件を探るために、実験を行なった。実験水路は図-3に示すように、幅30cm、長さ12mの塩ビ製の水路で、その上流に通常の給水装置（定常流用）の他に貯水槽を設け、その水をバルブによって開放することによって非

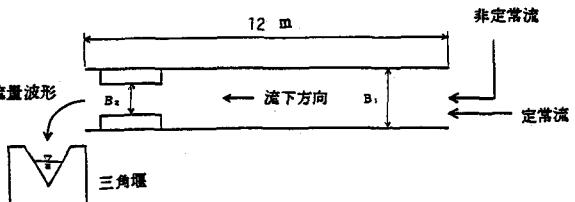


図-3 実験装置の概要

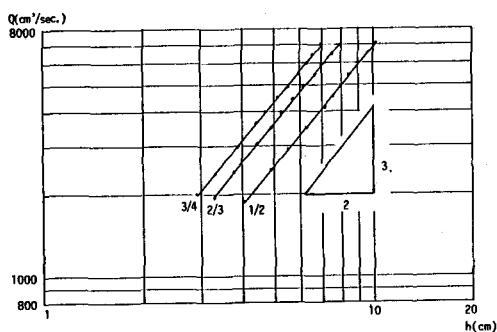


図-4 1/250勾配のh～Q関係

定常流を得た。この水路の下流端から3mの位置に長さ2mの急縮部の始点があるよう急縮部を設置した。急縮部としては、幅比 B_2 / B_1 が $1/2$ 、 $2/3$ 、 $3/4$ となる3種類のものを与えた。実験はまず定常流を与えて、急縮部直前面の水深と流量との関係を調べた。つぎに、急縮部を設けないで非定常流を流し、この時に水路下流に設置した三角堰で観測される流量波形を、水路内での変形を無視して、上流端からの入力波形でもあるとした。続いて、急縮部を取り付け同じ波形の非定常流を流して、急縮部直前面の水深、上流3mあるいは7.6mの位置の水深および下流の三角堰の水深を計測した。

図-4、図-5はそれぞれ水路床勾配が $1/250$ 、 $1/500$ の場合の急縮部直前面の水深 h と流量 Q との関係である。勾配 $1/250$ では等流区間では射流、勾配 $1/500$ では全区間常流である。この図から h と Q との関係は支配断面の関係を表す $3/2$ 乗の関係に近いことから、急縮部断面が上流の流れをコントロールする支配的な断面となっていることが分る。今、この関係を $Q = 10 \cdot h^{3/2}$ 、 $(\log Q = \alpha + \beta \log h)$ と表したときの α 、 β を最小自乗法で求めた結果を示したものが表-1である。図-4、5をまとめて単位幅当りの流量 q と h で表したもののが図-6である。

図-5 1/500勾配のh～Q関係

表-1 最小自乗法による係数の値

水路床勾配	急縮率	α	β
$1/250$	$1/2$	2.39669	1.44001
	$2/3$	2.54487	1.44886
	$3/4$	2.63200	1.43463
$1/500$	$1/2$	2.32938	1.51898
	$2/3$	2.50170	1.49547
	$3/4$	2.55755	1.52413

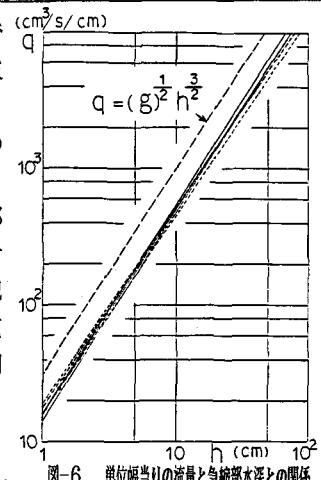


図-6 単位幅当りの流量と急縮部水深との関係

図中、破線は支配断面の条件を表す $q = g^{1/2} \cdot h^{3/2}$ の関係を示すもので、実線は図-5に示した勾配1/500の各直線、点線は1/250のものである。また、図中の●印は、幅10cmの別の水路に同様に1/2、2/3の急縮部を取り付けて、勾配を1/500から1/1400まで変化させて計測した結果である。これらの結果から、 h と Q の関係は急縮率によって若干異なるものの、水路床勾配、水路幅の影響は受けないことが分る。ただし、勾配については急縮の程度が小さく、急縮部前面で顕著な堰上げが見られなくなるようであれば、当然、流れが射流か常流でこの関係は異なってくるであろう。

以上の実験結果は、さらに運動量的な解析によって理論的に検討されるべきであるが、ここではとりあえず表-1に示した値をそのまま急縮部前面における境界条件として、数値解析を行なうことにする。

3. 数値解析の方法および計算結果： 数値計算の基礎式には、一次元の不定流式を用い、これを2-step Lax-Wendroff式で差分した。計算範囲は急縮断面を下流端として、ここに前記の境界条件を設定した。計算条件としては、 $\Delta x = 10\text{cm}$ 、 $\Delta t = 0.05\text{sec}$ 、粗度係数 $n = 0.0019(\text{cm}\cdot\text{sec}^{-1})$ ($\text{m}\cdot\text{sec}^{-1}$ 系では0.0088)とした。

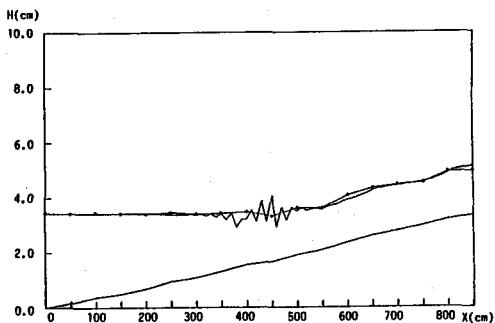


図-9 2/3急縮の初期水面形

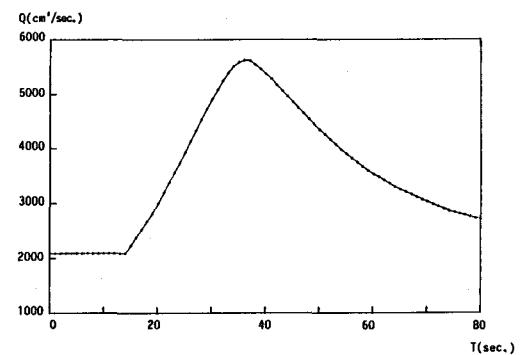


図-7 上流端での流入波形(勾配1/250)

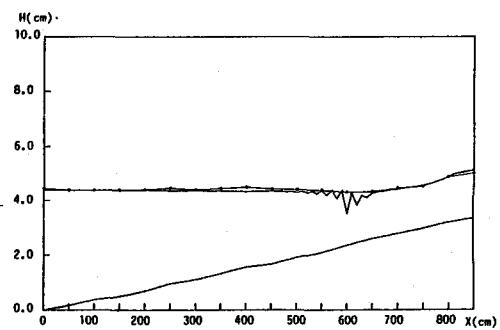


図-8 1/2急縮の初期水面形

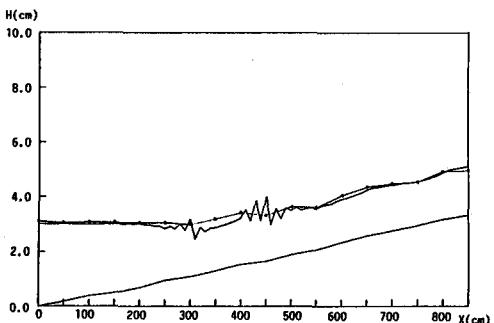


図-10 3/4急縮の初期水面形

図-7は勾配1/250の場合の上流端からの流入波形で、前述のように急縮部を取り付けない場合の下流堰への流入波形をそのまま用いているが、原波形は水面の振動によって非常に激しい振動を示すので、これを目視によって平均している。図-8～図10はこの非定常流の立ち上がり前の定常流量時の実測水面形と計算水面形との比較である。黒点を結んだものが実測で、鋸歯状の変化を示しているものが計算結果である。計算結果が鋸歯状となっている点は跳水が生じている点で、実測は50cm間隔で計測したので水面変動は顕著には現われていないが、実際に跳水が生じる位置と一致している。なお、3/4急縮の場合に2箇所跳水が現われているのは、水路

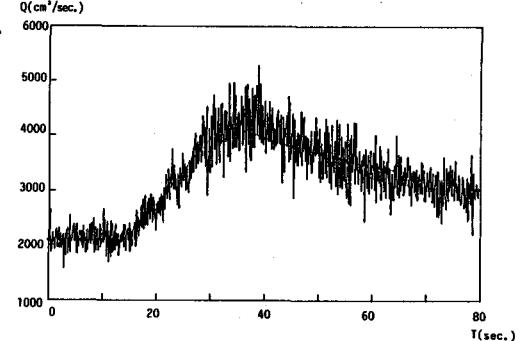


図-11 1/2急縮における流量波形の計算値と実測値の比較

床の勾配の変化に対応している。図-11は $1/2$ 急縮における急縮通過後の流量波形の実測値と計算値の比較である。激しく変動しているのが、堰の水深から求めた流量波形で、黒丸を実線で結んだものが計算結果である。計算結果は実測値に非常に近いが、ピークが少し早めに出ることと、低減部の勾配が少し異なることが読み取れる。この原因は、定常時の $h \sim Q$ 関係が非定常時には若干異なることによるものと考えられる。 $2/3$ 、 $3/4$ 急縮の結果についても全く同様である。図-12は図-11に対応する急縮直前面の実測水深と計算水深の比較であり、流量波形と同じく、両者はほとんど一致しているが、やはり低減の勾配が若干異なるようである。図-13、図-14はそれぞれ $2/3$ 急縮と $3/4$ 急縮の場合の急縮断面から3m上游の実測水深と計算水深の比較である。変動の激しいものが実測、黒丸を実線で結んだものが計算値である。鋸歯状の変化は流量増と急縮部前面での水深上昇に伴う跳水の位置の変化によるもので、計算値が変動の周期まで含めて実測値と良く一致することから、再現性の極めて高い計算であることがわかる。図-14の $3/4$ 急縮の場合が少し実測値と異なるのは、図-10にも示したように、この急縮率では3mの位置で水路床の勾配と関係した跳水が生じており、これと流量増による跳水現象とが重なって複雑な現象となるためと考えられる。

この流量増と急縮部前面での水深上昇に伴う跳水の位置の変化を計算結果に基づいて縦断的に見たものが、図-15、図-16で、 $2/3$ 急縮の場合である。図-15は立ち上がり直後の14秒から、急縮部直前面の水深が最大になる45秒まで、図-16は45秒から80秒までの水面形を5秒間隔で示したものである。流量が増加している期間は下流の堰上げ水深に関係しながら、跳水の終端は下流に

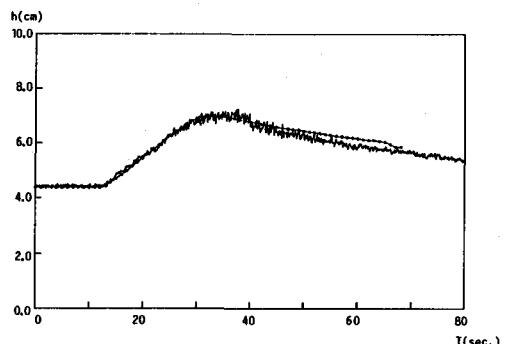


図-12 $1/2$ 急縮直前面の実測水深と計算水深の比較

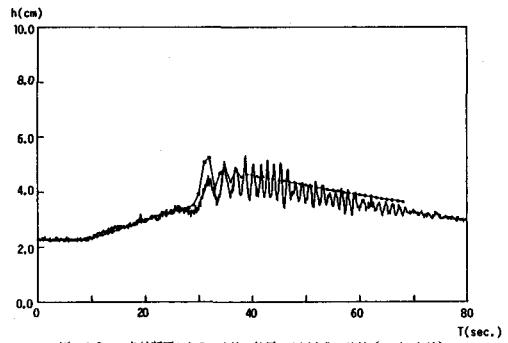


図-13 急縮断面から3m上游の位置の水深変化の比較($2/3$ 急縮)

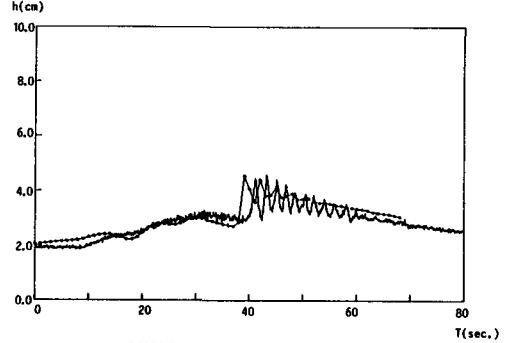


図-14 急縮断面から3m上游の位置の水深変化の比較($3/4$ 急縮)

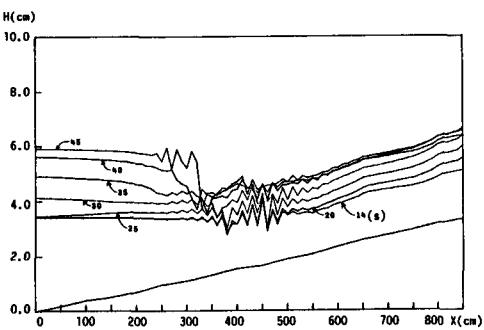


図-15 流量増加時の水面形の時間的変化($2/3$ 急縮)

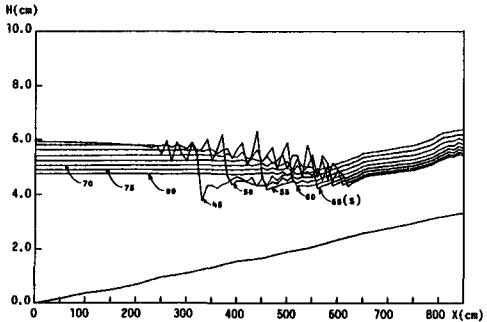


図-16 流量減少時の水面形の時間的変化($2/3$ 急縮)

伸びるが、流量が減少に転じると、跳水の終端には鋭いエッジが形成され、このエッジが段波状に上流に進んでいく様子がよくわかる。これは目視による実際の現象と良く一致している。

図-17は勾配1/500 で1/2急縮の場合の流量波形の実測値と計算値との比較である。上流端からの流入波形は勾配1/250 の場合と若干異なり、ピーク流量が $500\text{cm}^3/\text{s}$ 程度小さい。70秒付近に現われる流量の増加は、急縮断面で生じた反射波が上流端の整水槽で再び反射して流下してきたことによるものである。図-18は急縮部から7.6m上流の位置での水深の実測値と計算値の比較であるが、これにもはっきりと反射波の再流下が現れており、計算結果もこれを良く再現している。

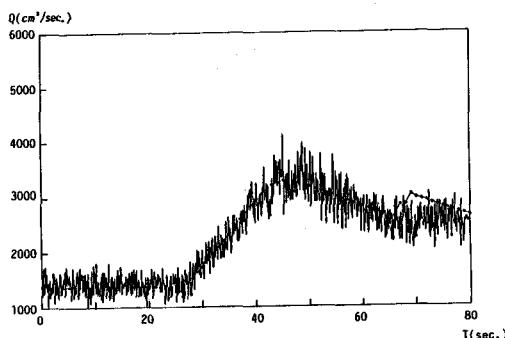


図-17 坡1/500 の場合の流量波形の比較(1/2急縮)

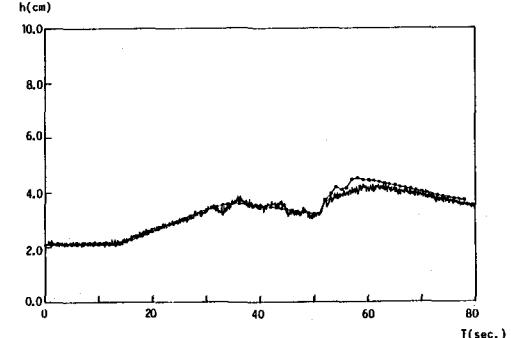


図-18 急縮部から7.6m上流の位置での水深の変化の比較(1/2急縮)

4. 実河川への適用：以上、実験的に求めた急縮部での $h \sim Q$ 関係を、下流端の境界条件として不定流追跡することによって、急縮部上流での水理現象が正確に表現されることを見てきたが、これはある意味では当然のことであって、実用性には乏しい。実用的には、定数 α 、 β が与えられているべきであって、こうした見地から、 α 、 β の検討を行なった。

まず、ベキ乗の値 β は $3/2$ と与えておくのが妥当と考えられる。これに応じて α の値は変わるが、もともと α 、 β は $h \sim Q$ 関係を与えるものであることを考えると、実用的には $h \sim Q$ のどこか一点の値が分かれば、 β を $3/2$ とすることにより α を決定することができる。これは図-6において元の線の一点上から、勾配 $3/2$ の線を引くことを表しているが、図-6の線群がある一定の幅の中に納まっていることを考えれば、流量の変化の幅が極端に大きくならない限り、近似の程度は比較的高いと考えられる。図-19は図-11に対応して、 $\beta = 3/2$ 、 $\alpha =$ 立ち上がり前の $h \sim Q$ から定めた値、として計算した結果を、図-11の計算結果と比較したものである。ほとんど一致しているが、勾配1/500 の常流の場合には、表-1にも示す通り $\beta = 3/2$ に近いこともある、さらに良く一致し、実河川では流れがほとんど常流であることから、この近似で充分と考えられる。

以上の考察に基づいて、実河川での計算を行なって

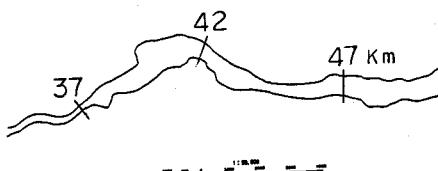


図-20 K川の平面形状

みる。図-20はK川の平面形状であるが、37km上流で2度にわたって、かなり大きな急縮を受けることがわかる。図-21は37kmから52kmの区間の河床形状と、昭和24年洪水のピーク水位の推定値を示したものである。この24年の洪水を対象に、75km地点の

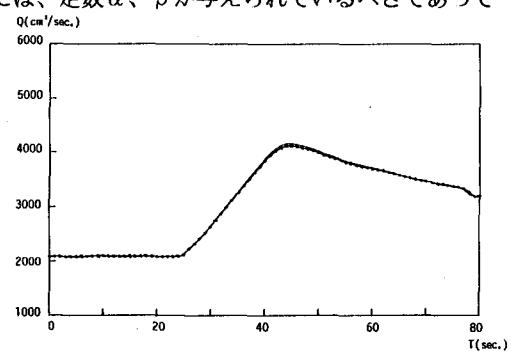


図-19 $\beta = 3/2$ 、 $\alpha =$ 定常時の関係、を用いた場合の計算結果

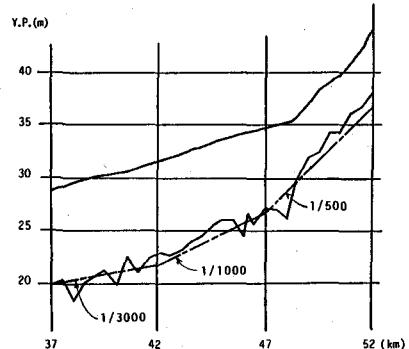


図-21 K川の37km地点から52km地点までの河床勾配と水面形

流量波形を上流端の境界条件として、急縮通過後の37km地点の流量波形を計算した。 β は $3/2$ とし、 α についてはつぎのようにした。前記の考察では α は低水時の $h \sim Q$ 関係から定められるものでよいが、いま、図-20の37km地点より500m程度上流の急縮部と40km付近の急縮のいずれの地点でも $h \sim Q$ は不明であることから、ここでは、最初に示した実験結果である図-5の α から推定することにした。すなわち、各急縮の α を急縮率(B_2/B_1)との関係で両対数紙にプロットすると、図-22のように直線となるので、これから当該急縮率に対応する α を読み取り、これを $m\text{-sec}$ に換算して用いることにした。ここで、当該急縮率が問題となるが、37km地点の河道横断図と38km付近の横断図との比較、および、40km付近でも急縮があることから、これらをまとめて、 $B_2 = 110m$ 、 $B_1 = 550m$ 、($B_2/B_1 = 1/5$)とした。計算条件は $\Delta x = 100m$ 、 $\Delta t = 5$ 秒、河床勾配は図-21に示す平均河床勾配を3区間に分けて与え、粗度係数は0.035とした。図-23は流量波形の計算結果と実測値との比較である。2本の実線が75km地点と37km地点の実測流量で、破線が計算結果である。ただし、計算は急縮部上流15kmの区間を対象にしたので、実際の河道長を短縮したことになっているので、計算結果を短縮区間の伝播時間3時間だけずらせて重ねている。図-24は計算区間の下流端(これまでと同様にここが急縮部始点に相当する)における水深と、37km地点の水深を比較したものである。37km地点の水深は急縮後の水深するために、直接の比較はできないが、図-21に示されたピーク時の水位曲線から急縮前の水深を読み取ってみると、10m前後の値となっており、計算結果の値とオーダー的には一致するようである。図-25はさらにもう一例計算を行なった結果で、これは昭和34年の洪水例である。流量がかなり異なる2例のいずれでも、ほぼ実測値に等しい値が得られることから、ここで用いた計算条件はほぼ妥当なものであるということが結論される。

5.あとがき：以上、急縮部前面での水理現象を解析するための、境界条件の設定の仕方について考察してきたが、急縮部直前面での流量と水深の関係を $Q = a \cdot h^{3/2}$ と与えることで、急縮部上流の水理量の変化がかなり正確に再現できることが明らかになった。これは前述のように、ある意味では当たり前のことであるが、係数 a 等についてさらに解析的な検討が必要であると考えられる。

参考文献：1)岩佐・井上・木島：氾濫水の水理の数値解析法、京大防災研究新年報、第23号B-2、1980
2)高橋・中川・西崎：堤防決壊による洪水危険度の評価に関する研究、京大防災研究所年報、第29号B-2、昭和61年

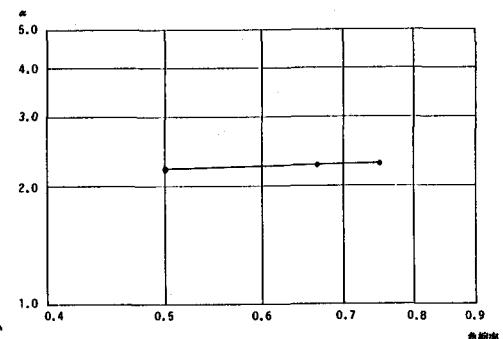


図-22 定数 α と急縮率(B_2/B_1)との関係

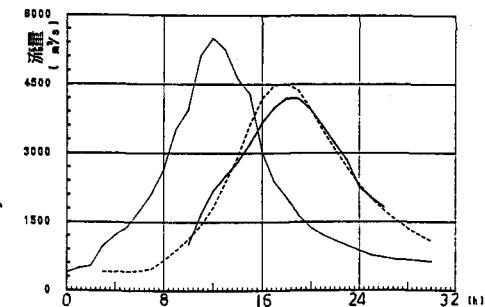


図-23 昭和24年洪水時の流量波形の計算結果の比較

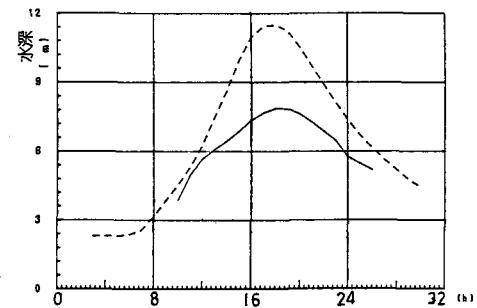


図-24 昭和24年洪水時の急縮部前面での水深の計算結果

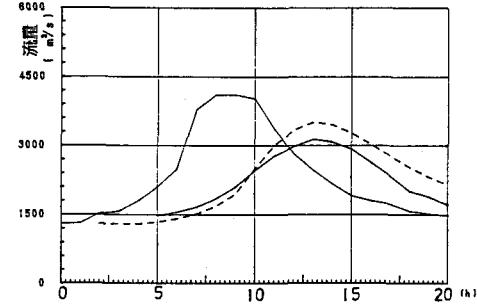


図-25 昭和34年洪水時の流量波形の計算結果の比較