

流れの中に放出された重力噴流の挙動について

On the Behavior of a Bent-Over Plume

山口大学工学部	羽田野 袈裟義	Kesayoshi Hadano
京都府	秋 田 伸 治	Nobuharu Akita
山口大学工学部	斉 藤 隆	Takashi Saitou
九州大学工学部	平 野 宗 夫	Muneo Hirano

This paper proposes an integrated model of the behavior of a buoyant jet injected into a uniform cross-flow. Governing equations are the integral conservation equations of volume, mass, cross-streamwise and its perpendicular components of momentum. The ordinary differential equations to predict the variations of cross-sectional area, mean velocity, and the trajectory of a jet axis are derived from the governing equations. Entrainment rate is estimated by considering the vortex induced flow of the ambient fluid.

Keywords: buoyant jet, cross-flow, vortex motion, entrainment

1. 序論

ベントオーバープリュームの現象は、流れのある大気中への煙の放出や海域への産業排水の放出などにみられ、その挙動を精度よく予測することが環境上よく望まれている。このため、連行モデルを用いた解析法^{1), 2), 3)}がいくつか提案されているが、その適合性は十分とはいえない。これはこの流れに特有の連行メカニズムの理解に基づく連行量の評価が行なわれていないことに起因するものと考えられる。この流れでは、噴流断面の大半を占める領域で生じている、互いに反対回転する一対の渦運動により外部流流体が噴流内に取り込まれていくことが連行の主要因と考えられるが、従来のモデルではいずれも連行量を噴流断面の周長と外部流・噴流の相対速度の積に比例する形で評価している。また、噴流断面はいびつな形状をしており、したがって流速や密度の断面内の分布はかなり複雑であるにも関わらず、1次元解析を行なうために、同心円的な分布で評価していることも問題である。

本論文では、実際に煙突から放出される煙や室内実験で再現されたベントオーバープリュームの詳細な観察と連行メカニズムに関する従来の検討結果との照合などからこの流れの連行の主現象を推論するとともに、それに基づく連行量の評価を取り入れた1次元解析の手法を提案する。また、既存の実験結果との比較によりモデルの検証を行なうとともにモデルの問題点について検討する。

2. 理論

2. 1 基礎方程式

流れの中に放出された重力噴流は外部流による圧力抵抗と連行により軌道を曲げるものと考えられる。図-1に示す1次元モデルで考える。基礎方程式は、噴流流体についての体積保存則、質量保存則、および運動量の、外部流方向の成分およびそれと直角方向の成分についての収支式で、それぞれ式(1)、(2)、(3)および(4)のように書かれる。

$$\frac{d}{ds} (au) = Q_0 \quad (1) \quad \frac{d}{ds} (\rho au) = \rho_a Q_0 \quad (2)$$

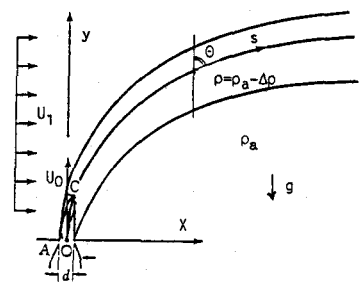


図-1 解析モデル

$$\frac{d}{ds} (\rho \beta a u^2 \sin \theta) = \rho Q_0 U_1 + C_d \rho U_1^2 l \cos \theta \quad (3)$$

$$\frac{d}{ds} (\rho \beta a u^2 \cos \theta) = a \Delta \rho g \quad (4)$$

ここに、 a は噴流断面積、 u は断面平均流速、 ρ および ρ_0 はそれぞれ噴流流体および外部流流体の密度で $\Delta \rho = \rho_0 - \rho$ 、 Q_0 は噴流軸に沿う単位長さから周囲流体が単位時間に噴流内部に連行される量、 C_d は圧力抵抗の抵抗係数、 l は噴流断面の周囲流と直交する平面への投影長さ、 β は運動量補正係数である。

ブシネスク近似と運動量補正係数一定の仮定をし、式 (1)、(2)、(3) および (4) を da/ds , du/ds , $d\theta/ds$ および $d\Delta\rho/ds$ について解くと式 (5)、(6)、(7) および (8) を得る。

$$\frac{da}{ds} = \frac{1}{a^2 u^4} \left\{ 2a^2 u^3 Q_0 - \frac{1}{\beta} (Q_0 U_1 + C_d U_1^2 l \cos \theta) a^2 u^2 \sin \theta - \frac{1}{\beta} \frac{\Delta \rho}{\rho} g a^3 u^2 \cos \theta \right\} \quad (5)$$

$$\frac{du}{ds} = \frac{1}{a^2 u^4} \left\{ \frac{1}{\beta} (Q_0 U_1 + C_d U_1^2 l \cos \theta) a u^3 \sin \theta - Q_0 a u^4 + \frac{1}{\beta} \frac{\Delta \rho}{\rho} g a^2 u^3 \cos \theta \right\} \quad (6)$$

$$\frac{d\theta}{ds} = \frac{1}{\beta} \frac{1}{a u^2} (Q_0 U_1 + C_d U_1^2 l \cos \theta) \cos \theta - \frac{1}{\beta} \frac{\Delta \rho}{\rho} g a^2 u^2 \sin \theta \quad (7)$$

$$\frac{d}{ds} (\Delta \rho) = - \frac{\Delta \rho Q_0}{a u} \quad (8)$$

境界条件は $s = 0$ で $a = a_0$, $u = u_0$, $\theta = \theta_0$ および $\Delta \rho = \Delta \rho_0$ である。ここに、サフィックス "0" は出口における量を表す。噴流軸の軌道は次式により与えられる。

$$x = \int \sin \theta(s) ds, \quad y = \int \cos \theta(s) ds \quad (9)$$

2. 2 連行メカニズムと連行量について

ペントオーバープリュームはその断面形状がいびつで、流れ構造や連行メカニズムが一種独特であることが従来より指摘されている。この流れに特有の連行メカニズムとして、外部流が噴流・外部流境界面のうち前面から両サイドにかけて発達した境界層的な部分で取り込まれて噴流流体と混合し渦運動をするとの考えがある。^{4), 5)} たしかに実際の流れでは、噴流・外部流境界面の上流側面の大部分は、変動する多数の凹凸の境界面となっており、隣接し合う凹凸状構造の境界部に存在する外部流流体がそのまま取り込まれていく量はこの流れの連行に有意な量であろう。しかしながら、このような凹凸構造の境界面の変動により相当量の取り込みが生じ得る機構は明らかでなく、したがってここでのフラックスが連行の主要部とは考えにくい。煙突の煙や実験室で再現されたペントオーバープリュームを詳細に観察すると、図-2に示すように、噴流軸を構成する流体部分の大半は互いに反対回転する一対の渦として運動しており、噴流背後の凹部の空間に外部流流体が流れ込んでいることが確かめられる。噴流背後の凹部に流れ込む外部流流体の流れは渦により誘起されたものと考えられるが、その大部分は噴流内に取り込まれることなく、噴流軸に沿ったこの空間を貫流するようである。この空間に取り込まれた外部流流体の一部が実際に噴流内に取り込まれて噴流濃度を減少させるものであるが、そのプロセスを推論する。噴流背後凹部空間に取り込まれた外部流流体のうち、噴流背面に達したものはそれに沿って図のA、Bに向かって左右に

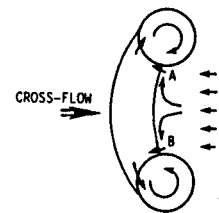


図-2 断面形状と流況

ながれ始める、当然一部は背面から直接連行されるであろう。その他の可能な連行機構を推論するため、ある意味で類似した現象として傾斜密度流 head における連行を考える。傾斜密度流の head での連行は、大きな渦運動をする head と後続流の接続部のくびれた位置でその大半が生じている⁶⁾ことが知られており、渦運動と境界面の形状に着目すると図-2のA, Bは傾斜密度流の head と後続部の接続部の、連行の大半が起こっている部分に対応する。したがって噴流背後の凹部空間に取り込まれた外部流流体が噴流背面に沿って左右に流れ、図のA, Bに達するところで最寄りの渦による流れのために噴流内に連行され、しかもこれが連行の主要部分であると考えられる。(なお、噴流背後の凹部空間の流れを構成する流体は、流体自体としては外部流流体であるが、流れとしてはむしろ噴流と一体となったものに近い。一次元モデルで流れ特性を検討する際はこの点に注意する必要がある。)

以上を要約すると、バントオーバーブリュームにおける連行は、外部流流体が渦運動により噴流背後の凹部空間に取り込まれ、その一部が実際に噴流内に連行されるという、いわば2種類の連行が生じているといえる。上記の現象理解に基づき、連行機構を図-3に示すモデルで考え、連行量の評価を行なう。互いに反対回転する1対の渦の中心軸間距離を $2Z_0$ 、渦運動をする噴流流体部分の半径を R_0 、個々の渦の強さを Γ とすれば、渦軸に沿う微小長さ ds の区間から周囲流体が噴流背後凹部空間に取り込まれる流量 $Q_e ds$ は、次式で評価されよう。

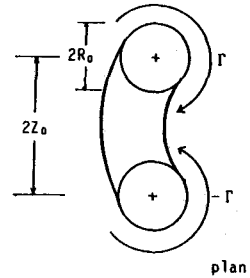


図-3 連行モデル

$$Q_e ds = 2ds \int_{R_0}^{2Z_0} V(r) dr = K_1 \frac{\Gamma}{\pi} ds \log \frac{2Z_0}{R_0} \quad (10)$$

ここに、 K_1 は係数、 r は任意点から最寄りの渦中心までの距離、 $V(r)$ は渦により任意点に生じている流速の円周方向の成分である。また、 Γ は噴流断面周辺部におけるせん断により生じると考えられるから、噴流断面の長さスケールを L 、 K_2 を定数として、次式により評価することができよう。

$$\Gamma = K_2 L |U_1 - u \sin \theta| \quad (11)$$

本解析では、 $L = \pi \sqrt{a}$ とし、 $K = K_1 \cdot K_2$ とした。

次に、 Z_0 と R_0 の比率について検討する。流れの中に放出された噴流の流れ構造を吟味し、 Z_0 および R_0 に対応するものを採用することが必要であるが、現時点ではこれらと直接結びつくような情報は得られていないようである。そこで、このような流れの断面形状に関する従来の研究結果を流用し、 Z_0 と R_0 の比率を評価することにする。図-4は Rajaratnam⁷⁾ が整理した、従来のデータを再整理したものである。図より次式の関係が認められる。

$$\Delta Z / \Delta \zeta - 1 = 2.97 \sqrt{s / (\alpha^2 d)} \quad (12)$$

但し、 $\alpha = U_0 / U_1$ である。図-4中の形状概念図と図-3との対比より次の対応関係を考えることができる。

$$\Delta Z \approx 2(R_0 + Z_0); \quad \Delta \zeta \approx 2R_0 \quad (13)$$

従って R_0 と Z_0 の関係式として一応次式を用いることができよう。

$$Z_0 / R_0 = 2.97 \sqrt{s / (\alpha^2 d)} \quad (14)$$

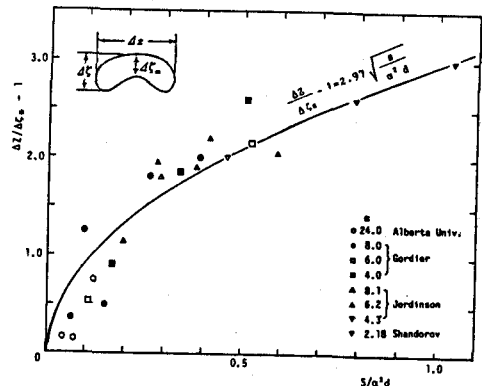


図-4 Bent over jet の断面形状
(Rajaratnam(1976)より)

2. 3 無次元化

ここで諸量を、出口の直径 d 、出口での流速 u_0 、および出口断面積 a_0 を用いて、 $a = a' a_0$ 、 $u = u' u_0$ 、 $s = s' d$ のように無次元化する。このとき式 (4) 一式 (6) の無次元形は以下ようになる。

$$\frac{da'}{ds'} = \frac{8Q_0}{\pi du_0 u'} - \frac{1}{\beta} \left(\frac{4Q_0 U_1}{\pi du_0^2} + \frac{4Cd Q U_1^2}{\pi du_0^2} \cos \theta \right) \frac{1}{u'^2} \sin \theta - \frac{1}{\beta} F_0^{-2} \frac{\Delta \rho' a'^2}{u'^2} \cos \theta \quad (15)$$

$$\frac{du'}{ds'} = \frac{1}{\beta a' u'} \left(\frac{4Q_0 U_1}{\pi du_0^2} + \frac{4Cd Q U_1^2}{\pi du_0^2} \cos \theta \right) \sin \theta - \frac{4Q_0}{\pi du_0} \frac{1}{a'} + \frac{1}{\beta} F_0^{-2} \frac{\Delta \rho' a'^2}{u'^2} \cos \theta \quad (16)$$

$$\frac{d\theta}{ds'} = \frac{1}{\beta a' u'^2} \left(\frac{4Q_0 U_1}{\pi du_0^2} + \frac{4Cd Q U_1^2}{\pi du_0^2} \cos \theta \right) \cos \theta - \frac{1}{\beta} F_0^{-2} \frac{\Delta \rho' a'^2}{u'^2} \sin \theta \quad (17)$$

$$\frac{d}{ds} (\Delta \rho') = - \frac{4Q_0}{\pi du_0} \frac{\Delta \rho'}{a'} \quad (18)$$

$$\text{ここに、} \frac{4Q_0}{\pi du_0} = K \sqrt{\frac{4a'}{\pi}} \left| \frac{U_1}{u_0} - u' \sin \theta \right| \log \frac{2Z_0}{R_0} \quad (20)$$

$$\frac{Q}{d} = \frac{1 + Z_0/R_0}{\sqrt{1 + 4Z_0/(\pi R_0)}} \sqrt{a'} \quad (21) \quad F_0 = u_0 / \sqrt{\Delta \rho_0 g d / \rho} \quad (22)$$

3. 計算結果と考察

本解析モデルの適合性を検討するため、噴流軸軌道について計算を行ない、既往の実験結果との比較を行なった。計算ではまず K の値を種々変化させて軸経路を計算し、軸経路の実験値と計算値との差が最小となるような K の値を求めた。なお、流体と流体が接する場合の抵抗定数の値については不明な点が多いので、 $Cd=0.5$ と 1.0 について計算を行なったが、以下示す結果は同様の傾向であった。ここでは $Cd=1.0$ についての結果を示す。図-5 は前述のプロセスを Fan および首藤の実験値に適用して得られた軸軌道の計算結果と実験結果との比較を示したものである。図中の実線は計算結果で

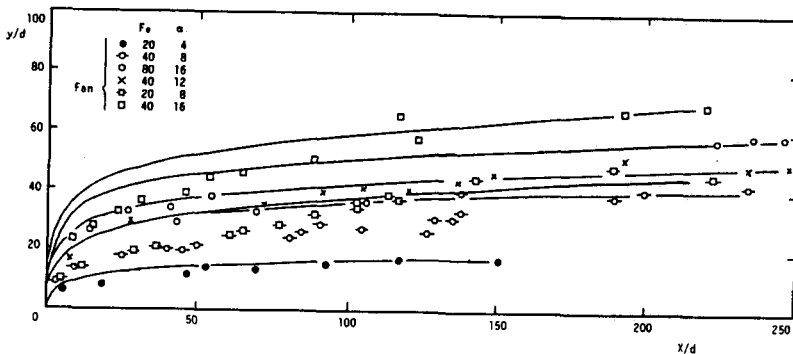
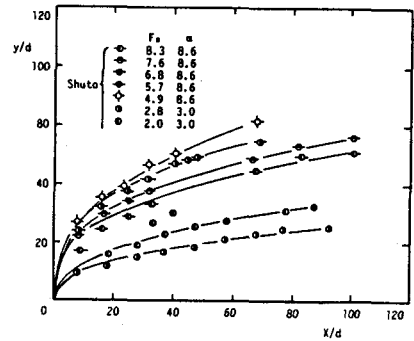


図-5 噴流軸軌道の計算値と実験値

ある。それによると、本モデルによる計算値は首藤の実験結果とわりあい良好な一致を示しているが、Fanの実験結果との一致はあまり良好でない。首藤は写真により噴流軸を決定し、Fanは最大濃度の点を連ねた線として噴流軸を決定している。最大濃度の点と目視により得られる中心線は異なり、噴流軸の決定方法の違いの影響が出ていることが考えられる。次に濃度についての実験値と計算値の比較を図-6に示す。

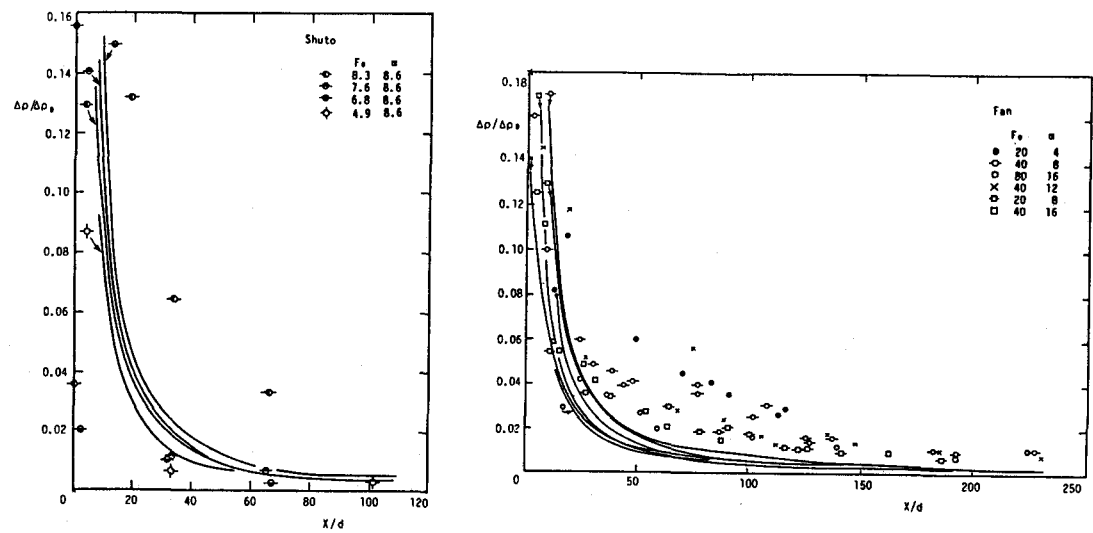


図-6 濃度の実験値と計算値

首藤の実験では比較的よいものとそうでないものの差が極端であり、データ点が少なくしかも測定値が敏感な near field に比較的集まっているので適合性については何ともいえない。Fanの結果に対しては本モデルによる濃度の計算値は過小評価となっている。図-5および6より本モデルによる計算値は Fanの実験値とあまり一致しないが、その理由を考える。連行機構の項で述べたように、ベントオーバープリュームはいびつな断面形状の噴流流体と噴流背後の凹部空間に取り込まれた未混合の外部流流体が一体となった状態に近い形で流れている。したがって1次元モデルにより噴流軸軌道を予測する場合、噴流断面として噴流背後の凹部の流体を含める方がよい結果を与えるという事情がある。上記の方法で得られたKの値はこの事情を反映しているため濃度を過小評価しているものと考えられる。したがって噴流流体部分の断面積と噴流背後凹部の断面積を区別して考慮した取り扱いが必要と考えられる。

最後に上で求めたKの値について述べる。図-7はKの値を速度比 U_0/U_1 に対してプロットしたものである。図よりKの値は速度比とともに増大し、描点は両対数紙上でほぼ1本の直線の周りに分布している。本来Kの値は一定値になるべきであり、また実用上もこれが変化することは好ましくない。これについては基礎式の見直しを含め現在検討中である。

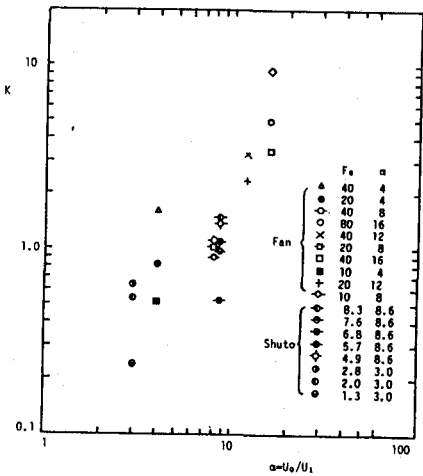


図-7 Kと U_0/U_1 の関係

4. 結語

以上、流れの中に放出された重力噴流について、この流れに特有の一对の渦による連行機構を考慮した1次元モデルを提案し、既往の実験値を用いてモデルの妥当性を検討した。流れ構造についての詳細な検討により連行量の表示を与えるとともに、本モデルの問題点を明らかにした。本モデルで導入した渦中心位置や渦運動をする部分のサイズを確かなものにするため、基礎的な実験が必要である。

参考文献

- 1) Fan L. N. : Turbulent buoyant jets into stratified or flowing ambient fluids, W.M. Keck Lab. Rept. No. KH-R-15, Calif. Inst. Tech., p196, 1967
- 2) Hoult D.P., Fay J.A. and Forney L.J. : A theory of plume rise compared with field observations, J. Air Pollut. Control. Ass., 19(9), 585, 90, 1969
- 3) 首藤伸夫 : 流水中での重力拡散、第17回海岸工学講演会論文集、pp349-354, 1970
- 4) Corrsin S. and Kistler A.L. : The free-stream boundaries of turbulent flows, NACA Rept. 1244, 1955
- 5) Chu V. H. : L. N. Fan's data on buoyant jets in crossflow, J. of Hydraulic Div., Proc. ASCE, Vol.105, No. HY5, pp612-617, 1979
- 6) 平野・羽田野 : 密度流先端部の流動特性について、土木学会論文報告集第314号、pp67-73, 1981
- 7) Rajaratnam N. : Turbulent jets, Elsevier Scientific Publishing Company, Amsterdam. 1976