

下層密度噴流の $k-\varepsilon$ 乱流モデルによる数値解析

Numerical Simulation of Density Underflow by The $k-\varepsilon$ Turbulence Model

長岡技術科学大学工学部

福嶋 祐介 Yusuke FUKUSHIMA

長岡技術科学大学大学院

渡辺 政美 Masami WATANABE

The turbulent structure of density underflow is investigated by theoretically. The standard $k-\varepsilon$ turbulence model is adopted in the numerical model. The partial differential equations are discretized by the SIMPLE method in order to carry out the numerical calculation. The turbulent properties such as kinetic energy of turbulence, Reynolds stresses, viscous dissipation rate of turbulence and eddy viscosity are simulated by the numerical analysis and compared with the experimental data. The whole reservoir is considered to be the calculational domain. Thus the inverse flow resultant of the entrainment of the upper water can be taken into account. It is shown that the numerical model explains well the mean flow properties such as the distributions of velocity and relative density difference.

Keywords : turbulence model, density underflow, numerical analysis

1. 序 論

周囲水より密度の大きい水が傾斜面上に放出されると、この水は傾斜面に沿って流動し、下層密度流を形成する。このような流れは自然界で多く観測され、工学的見地からも重要である。下層密度流は、先端部で丸みを帯びたフロント部とこれに続く定常部よりなる。さらに定常部は、放出口付近の形成領域と流れが十分に発達した確立領域よりなる。福嶋¹⁾は、 $k-\varepsilon$ 乱流モデルを用いたとき、傾斜壁面密度噴流の確立領域が相似解を持つことを見だし、流路床勾配のかなり広い範囲にわたって、相似解が実測値を説明できることを示した。また、福嶋・高島²⁾³⁾は下層密度噴流の形成領域の特性を明らかにする目的で、噴流部分に焦点を当てて $k-\varepsilon$ 乱流モデルによる数値解析を行った。この研究では二成分のLDVを用いて、下層密度流定常部の乱流測定を行っている。福嶋・高島⁴⁾は、流れの確立領域の実測値を福嶋¹⁾の求めた相似解と比較し、平均流速分布、平均密度分布と共に、乱れエネルギー、レイノルズ応力、分子粘性逸散率、渦動粘性係数といった乱流特性量の分布が相似解で表現できることを示した。しかし、福嶋¹⁾、福嶋・高島²⁾³⁾の解析では計算領域を噴流部分に限定しているため、密度流による水路内の連行を補償する逆流を再現できず、また噴流幅を過小に見積るといった難点があった。

本研究では、解析領域を水槽内全体とし、下層密度流の主流のみならず周囲水の連行に伴う逆流の解析を行うものとする。解析に用いたモデルは標準型の $k-\varepsilon$ 乱流モデルに塩分濃度の拡散方程式を組み込んだものであり、方程式の離散化にはSIMPLE法を用いている。

2. 下層密度流の基礎方程式

図1のように、周囲水より密度の大きい水が傾斜面上に沿って流れる場合を考える。流れは二次元であり、十分に発達した乱流であるものとする。密度は塩分濃度 c だけの関数であるとする。座標として、傾斜面方向に x 座標をとり、これと直交方向上向きに y 座標をとる。 u 、 w をそれぞれ、 x 、 z 座標方向の流速成分とする。また、 θ を傾斜面と水平面のなす角度とする。このとき、流れの連続式、 x 、 z 方向の運

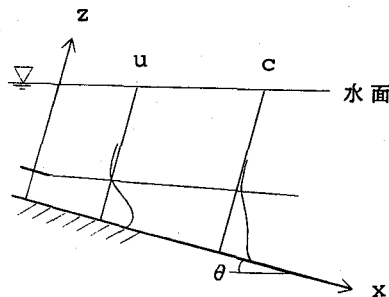


図1 下層密度流の模式図

動方程式、塩分の拡散方程式、乱流運動エネルギー k の方程式、粘性逸散率 ε の方程式は次のようになる。

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ u^2 - (\nu + \nu_t) \frac{\partial u}{\partial x} \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ uw - (\nu + \nu_t) \frac{\partial u}{\partial z} \right\} \\ &= Rcg \sin \theta - \frac{\partial}{\partial x} \int_z^h Rc \, dz \, g \cos \theta - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\nu_t \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\nu_t \frac{\partial w}{\partial x} \right) \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ uw - (\nu + \nu_t) \frac{\partial w}{\partial x} \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ w^2 - (\nu + \nu_t) \frac{\partial w}{\partial z} \right\} \\ &= - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p'}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x} \left(\nu_t \frac{\partial u}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\nu_t \frac{\partial w}{\partial z} \right) \end{aligned} \quad (3)$$

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ uc - \left(D + \frac{\nu_t}{\sigma_t} \right) \frac{\partial c}{\partial x} \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ cw - \left(D + \frac{\nu_t}{\sigma_t} \right) \frac{\partial c}{\partial z} \right\} = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial k}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(uk - \frac{\nu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(wk - \frac{\nu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial z} \right) = \nu_t \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + Rg \cos \theta \frac{\nu_t}{\sigma_t} \frac{\partial c}{\partial z} - \varepsilon \quad (5)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left(u\varepsilon - \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(w\varepsilon - \frac{\nu_t}{\sigma_\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{\partial z} \right) \\ &= c_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} \left\{ \nu_t \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + (1 - c_{3\varepsilon}) Rg \cos \theta \frac{\nu_t}{\sigma_t} \frac{\partial c}{\partial z} \right\} - c_{2\varepsilon} \frac{\varepsilon^2}{k} \end{aligned} \quad (6)$$

ここで、 g は重力加速度、 R は相対密度差と濃度 c の比 (Rc が相対密度差)、 p' は静水圧からの差圧、 ν は動粘性係数、 D は分子拡散係数である。渦動粘性係数 ν_t は、次のように表される。

$$\nu_t = c_\mu k^2 / \varepsilon \quad (7)$$

ここで、式 (4)、(5) に含まれる係数 c_μ 、 σ_k 、 σ_ε 、 σ_t 、 $c_{1\varepsilon}$ 、 $c_{2\varepsilon}$ 、 $c_{3\varepsilon}$ は数値定数であり、表 1 の標準値を用いる。ここで表 1 に示した値のうち $c_{3\varepsilon}$ 、 σ_t 以外は、多くの研究者によって検討がなされており汎用性が高いと推定される⁶⁾。著者の一人は¹⁾、傾斜壁面密度噴流について、 $c_{3\varepsilon}$ 、 σ_t の値の検討を行っているが、表 1 に示した値はほぼ妥当であると判断された結果である。しかしながら、さらに成層度の高い場合の $c_{3\varepsilon}$ の値については検討の余地が残されていると考えられる。

表 1 $k - \varepsilon$ 乱流モデルの数値定数

c_μ	σ_k	σ_ε	σ_t	$c_{1\varepsilon}$	$c_{2\varepsilon}$	$c_{3\varepsilon}$
0.09	1.0	1.3	0.8	1.44	1.92	1.0

境界条件は次のように与える。

(a) 流入部 流入部では、 u 、 c 、 k に実験から得られた値を用いた。また、 ε は渦動粘性係数 ν_t と k の実測値から式 (7) により逆算した値を用いた。また、 w 、 p' は次のように与えた。

$$w = 0 \quad (8a) \quad p' = 0 \quad (8b)$$

(b) 流出部 流出部では流れは一方向性であると仮定し、 u 、 c 、 k 、 ε についてはもはや下流からの影響は受けないものと仮定する。さらに、次の関係が成立するものとする。

$$w = 0 \quad (9a) \quad p' = 0 \quad (9b)$$

(c) 底面(壁面) 底面では対数則が成立し、局所平衡性が成立つものと考え、壁法則を用いるものとする。すなわち、 $y = y_0$ で

$$\frac{u_0}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{z_0 u_*}{\nu} + A_s \quad (10a) \quad w = 0 \quad (10b)$$

$$\frac{k}{u_*^2} = \frac{1}{\sqrt{c_\mu}} \quad (10c) \quad \varepsilon = \frac{u_*^3}{\kappa z_0} \quad (10d)$$

$$\frac{\partial c}{\partial z} = 0 \quad (10e)$$

ここで、 κ はカルマン定数、 $A_s(=5.5)$ の数値定数である。

(d) 水面 水面での境界条件は、 u 、 c 、 k 、 ε の法線方向の勾配が零になることと、すなわち

$$\frac{\partial u}{\partial n} = \frac{\partial c}{\partial n} = \frac{\partial k}{\partial n} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial n} = 0 \quad (11)$$

ここで、 n は水面の法線方向の座標軸である。また、水面を横切る流れがないこと、圧力が零になることから、

$$\frac{\partial F}{\partial t} + u \frac{\partial F}{\partial x} - w = 0 \quad (12a) \quad p' = 0 \quad (12b)$$

を得る。ここで $z = F(x, t)$ は水面の形状を表す。

下層密度流の解析は、微分方程式(1) - (6)を境界条件式(8) - (12)のもとに解けばよい。このためには方程式を離散化する必要がある。ここでは、Patankar⁵⁾の提唱するSIMPLE法により方程式を離散化し流れ場の解析を行った。この方法は、通常よく用いられている差分法などに比べて数値的に安定であり、離散化された代数方程式の物理的意味も明確であることが特徴である。

3. 数値解析結果と考察

本節では、数値解析を行った結果を昨年度^{3), 4)}行った下層密度噴流の実験結果と比較する。実験では、レーザードップラー流速計によって、平均流の特性に加えて、乱れエネルギー、レイノルズ応力などの乱流特性量も測定されており、数値モデルの妥当性を判定できるデータが得られている。実験は、幅30 cm、長さ180 cm、深さ100 cmのアクリル製の水槽に30°の幅8.5 cmの傾斜板を設け、水道水を満たし、スロットから塩水を放出して行った。スロットは、長さ50 cm、噴出部4 cm x 8.25 cmの長方形である。実験条件は、噴出部の断面平均流速14.3 cm/s、初期相対密度差0.0055である。レイノルズ数は 5.7×10^3 である。流速は二成分レーザードップラー流速計を用いて行い、相対密度差はサイフォンにより採水した試料を導電率計で塩分濃度を測定しこれを相対密度差に換算した。

計算領域は、スロットから流下方向に40 cmとし、 y 方向には水面まで(最大で $y = 62.6$ cm)をとっている。格子点は流下方向に20点、 y 方向に最大50点をとっている。なお格子点間隔は y 方向に変化させている。

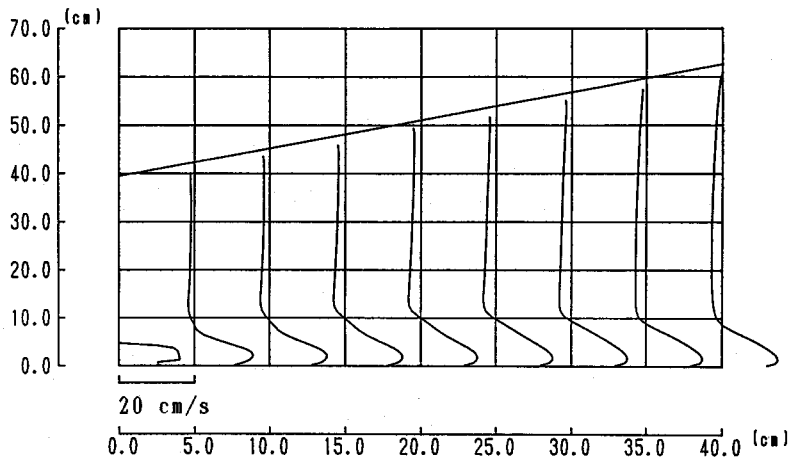


図2 流れの全領域における平均流速分布

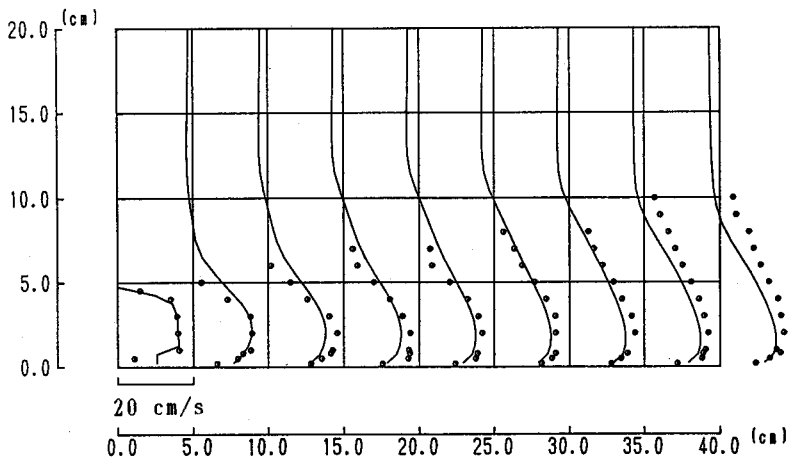


図3 平均流速分布の流下方向変化（実線が計算値、丸印が実測値）

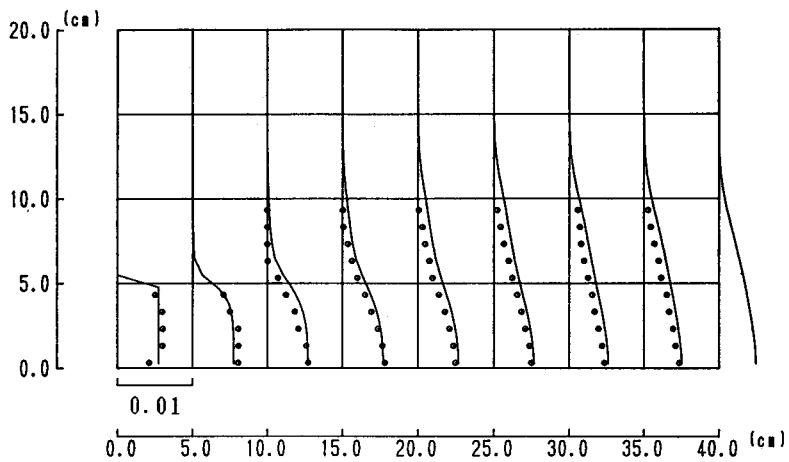


図4 相対密度差分布の流下方向変化（実線が計算値、丸印が実測値）

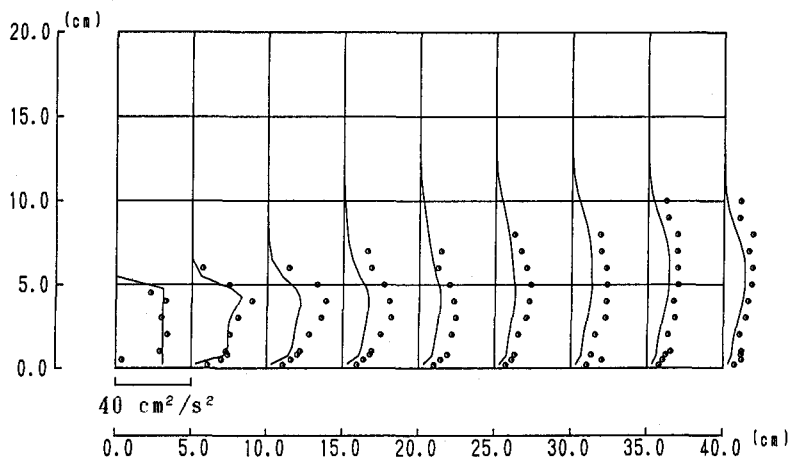


図5 乱流運動エネルギーの流下方向変化（実線が計算値、丸印が実測値）

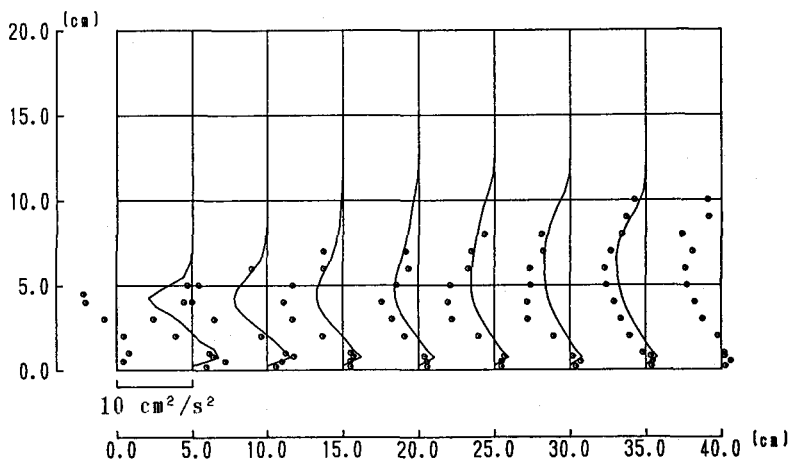


図6 レイノルズ応力分布の流下方向変化（実線が計算値、丸印が実測値）

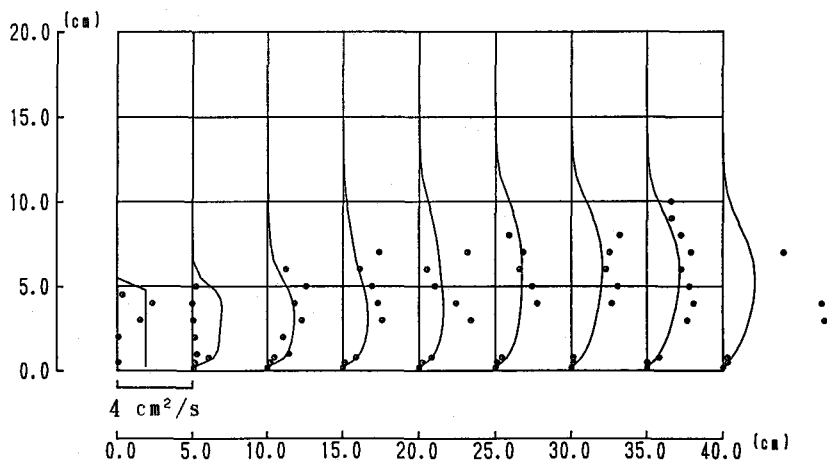


図7 渦動粘性係数分布の流下方向変化（実線が計算値、丸印が実測値）

図2に計算されたx方向の平均流速の全計算領域における計算結果を示す。この図より、底面付近に密度流の主流が存在すること、主流による上部水の連行に伴って、これを補償する形でわずかに逆流が存在することが分かる。昨年の解析では、解析領域を密度流の領域に限定していたためこの逆流領域は求めることができなかった。図2ではこの点が改善されている。

図3～図7は計算値を実測値と比較したものである。図3はx方向の平均流速分布、図4は塩分濃度より得られた相対密度差の分布、図5は乱れエネルギーの分布、図6はレイノルズ応力の分布、図7は渦動粘性係数の分布である。いずれも計算値を実線で、実測値を丸印で表している。図3、及び図4を見ると、計算領域を水面までとしたことにより、噴流幅が昨年の計算³⁾に比べてやや大きくなり、最大流速付近の挙動も実験値に近くなっているようである。特に相対密度差の分布は計算値と実験値の一致度が高まった。

図5～図7は乱流特性量の分布である。これらの測定精度は平均量の精度に比べて余り良くない。特に渦動粘性係数は直接測定することができず、レイノルズ応力と平均流速勾配から、次式によって求めている。

$$\nu_t = -\overline{u'v'} / (\partial u / \partial z) \quad (13)$$

レイノルズ応力、流速勾配の精度は余り良くないので式(13)より求めた渦動粘性係数はばらつきがかなり多いことに注意を要する。昨年の計算³⁾では、乱れ特性量のy方向への広がりを実測値に比べてかなり小さく、噴流幅を過小評価する結果となっていた。しかし、今回の計算では乱れ運動エネルギー、レイノルズ応力及び渦動粘性係数のy方向の広がりを実験値と同程度であり、計算結果はかなり改善された。しかし、値そのものはまだ少し小さいようである。この点は、与えた境界条件が影響している可能性があり、今後さらに検討する余地がある。

4. 結 論

k-ε乱流モデルを用いて、下層密度流の形成領域の解析を行った。この結果、連行に伴う逆流域を含めた下層密度流の平均流速分布、相対密度差の分布を良好に表現できた。しかし、乱れ運動エネルギー、レイノルズ応力、及び渦動粘性係数については、定性的には計算値は実測値を表現できたが、値そのものについては差があることが分かった。この点についてはより精度の高い乱流測定を行うと共に、計算においては上下流の境界条件について検討する必要がある。

参 考 文 献

- 1) 福嶋祐介、乱流モデルによる傾斜壁面密度噴流の解析、土木学会論文集、第399号、I I-10、1988、pp. 65-74.
- 2) 福嶋祐介、高島哲雄、壁面密度噴流の形成領域について、長岡技術科学大学研究報告、No. 11、pp. 45-52、1989.
- 3) 福嶋祐介、高島哲雄、下層密度噴流の形成領域の乱流モデルによる解析、第33回水理講演会論文集、pp. 589-594、1989.
- 4) 福嶋祐介、高島哲雄、二次元傾斜壁面噴流の乱流計測について、土木学会論文集、第411号、I I-12、1989、pp. 248-251.
- 5) Patankar, S.V. (水谷幸夫、香月正司訳)、コンピューターによる流れと熱の数値解析、森北出版、1985.
- 6) Rodi, W., Turbulence Model and Their Application in Hydraulics, State of the Arts Paper, IAHR, 1980.
- 7) Rajaratnam, N. (野村安正訳)、噴流、森北出版、1980.