

## 内部界面波の单一斜面上への這い上がり

Study on Run-Up of Interfacial Wave on a Slope

水工研・水産土木工学部 乃万俊文 Toshihumi NOMA

日大院・理工・海洋建築 漆野幸治 Koji URUSHINO

Interfacial wave is an underwater undulation under certain density structure of the sea. When interfacial wave enters to a slope, its wave height changes, its shape deforms and after the breaking it runs up as a bore. By test channel experiments adaptability of the small amplitude wave theory to estimate wave height is studied and obtains as a limiting condition, energy transporting velocity-wave ratio  $C_g/C=0.9$ , that is, the limiting factor is lower layer thickness. This thickness can be defined as a breaking condition of interfacial wave. After breaking, the bore proceeds decreasing its height. Relation between bore height and its velocity, internal Froude number  $F_i=0.46$ . Bore height is estimated by energy loss using Harleman's resistance coefficient  $\tau$ .

**Key Words:** interfacial wave, bore, small amplitude wave theory, internal Froude number, Harleman's resistance coefficient  $\tau$

### 1. 序論

内部界面波（以下、内部波という）は、海洋の内部に存在する水温・塩分などが異なる密度の境界層に、潮流、潮汐、波、低気圧の通過、船の航行などの外力が作用して発生する海中の波動である。その波高は表面波に比べ一般的に著しく大きく、最も浅い水温第一躍層付近でも20~30mに達し、アンダマン海では80mもの波高が観測された例もある。<sup>1)</sup> この内部波が大陸棚斜面などに入射し週上した場合、異なった水塊の運動となり沿岸域の水質環境に大きな影響を及ぼす。深層において豊富といわれる栄養塩の流入や悪水の排除のみならず、生物の浮遊卵稚仔の運搬、分散、集積など好影響を及ぼすと言われている。しかし、逆に低温水や貧酸素水塊などの流入という悪影響をも及ぼす場合もあり、生物に大きな影響を与える。<sup>2)3)</sup>

このように沿岸海域の環境に非常に大きな影響を与える内部波は、他の流動と複雑に作用し合いながら発生し密度分布からも影響を受けるため、波としての取り扱いが非常に困難であり、その観測例はあるが挙動に関する研究はまだ充分ではない。これまでに著者の一人は、条件を単純化し上下二層の密度成層での内部波のみを考えた研究を行い、一定水深を進行する内部波の波高減衰を粘性逸散として解明している。<sup>4)</sup> また、单一斜面へ入射した場合、下層厚がある程度までは微小振幅波として取り扱えることを示した。<sup>5)</sup>

本研究では沿岸域の水質環境改変を目的として、单一斜面へ入射した内部波の微小振幅波として取り扱える領域を水槽実験から明らかにした。さらに、それ以降は段波として這上がりを解析した。

### 2. 単一斜面上における変形

本研究では、先に述べたように複雑な条件を単純化して、流れや表面波の無い不連続な密度成層のもとでの内部波のみを考える。

内部波の波高は、その場のエネルギーによって定まり、一定の水深下での減衰は粘性逸散による。<sup>4)</sup> 斜面の場合、エネルギーは下層厚の減少に伴う底面摩擦の増大により減衰する一方、単位層厚当たりでは増加しこれらのかね合いによって波高は定まる。

これまでに著者の一人は、斜面に入射した内部波が下層厚がある程度の厚さを有する所までは内部微小振幅波として取り扱えることを得ている。<sup>5)</sup>

今回は適応限界後の内部波を、運動と位置のエネルギーErを持つ段波として扱い、Erは主にHarlemanによる底面摩擦 $\tau^6)$ により減衰すると仮定する。

以下、内部波の波高減衰式を示す。

まず、一定水深部( $h_2=一定$ )で波高Hを持つ内部波の単位面積当たりの水柱のもつ平均エネルギーEは、

$$E = \frac{1}{8k} \rho \sigma^2 H^2 (\coth k h_1 + \coth k h_2) \quad \dots \dots \dots (1)$$

一定水深下では一定であったエネルギー減衰係数は、斜面上では下層厚の変化に伴い波数が変化するため、下層厚の関数となる。これを用いると斜面上でのエネルギー減衰は、

$$\frac{d(E \cdot C_g)}{dx} = \sigma^2 H^2 q \quad \dots \dots \dots (2)$$

斜面上をdx進行した後のエネルギーE'は、

$$E' = \frac{EC_g - \sigma^2 H^2 q dx}{C_g'} \quad \dots \dots \dots (3)$$

$$\begin{aligned} q &= -\frac{1}{8} \mu_2 \beta^2 \operatorname{cosech}^2 k h_2 \\ &\quad - \frac{1}{4bk} (\mu_1 \beta_1 \coth k h_1 + \mu_2 \beta_2 \coth k h_2) \\ &\quad - \frac{1}{8} (\mu_1 \beta_1 \coth^2 k h_1 + \mu_2 \beta_2 \coth^2 k h_2) \\ &\quad - \frac{k}{2} (\mu_1 \coth k h_1 + \mu_2 \coth k h_2) \quad \dots \dots \dots (4) \end{aligned}$$

$$\beta = (\rho \sigma / 2\mu)^{1/2} \quad \dots \dots \dots (5)$$

その点での波高H'は、

$$H' = \sqrt{\frac{k'E'}{\sqrt{2\rho \sigma^2 (\coth k'h_1' + \coth k'h_2')}}} \quad \dots \dots \dots (6)$$

エネルギー伝達速度Cgおよび波速Cは、

$$C_g = \frac{C}{2} \left( 1 + \frac{k h_1 \operatorname{cosech}^2 k h_1 + k h_2 \operatorname{cosech}^2 k h_2}{\coth k h_1 + \coth k h_2} \right) \quad \dots \dots \dots (7)$$

$$\frac{\sigma}{k} = C = \sqrt{\frac{g(\rho_2 - \rho_1)}{k (\rho_1 \coth k h_1 + \rho_2 \coth k h_2)}} \quad \dots \dots \dots (8)$$

これらの式は下層厚がある限界より小さくなると適応できなくなる。そこから先は段波として扱い、底面

摩擦に比例してエネルギーは減衰すると考える。この段波について、内部フルード数が一定であれば式の扱いが簡単となる。今、底面から波頭までの距離をR、波速を $C_F$ とすると内部フルード数 $F_i$ は、

実験によると段波の内部フルード数は後述のように一定( $Fi=0.46$ )となり、 $Cr$ は $R$ の関数となる。内部段波の持つエネルギー $Er$ は、

$$Er = \rho_2 \frac{Cr^2}{2} + (\rho_2 - \rho_1) g Ru \quad \dots \dots \dots (10)$$

その減衰は主に底面摩擦によると考え、

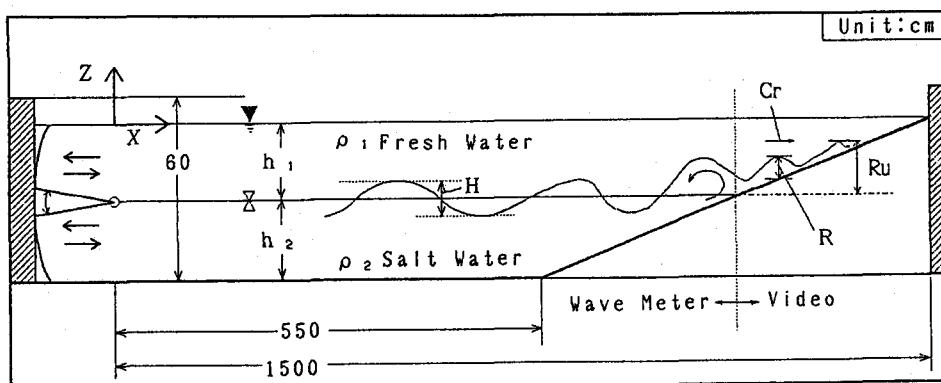
Harlemanによると遷上に伴う底面摩擦抵抗  $\tau^6)$  は、

$$\tau = \frac{1}{\alpha + 1} (\rho_2 - \rho_1) g i R \quad \dots \dots \dots \quad (13)$$

$$J = \frac{\nu \cdot Cr}{\varepsilon R^2 i g} = \frac{\nu \cdot Fi}{i R \sqrt{\varepsilon g R}} \quad \dots \dots \dots (15)$$

(9)～(15)式により、斜面上をdx進行した後の段波波高R'は、

$$R' = \frac{Er - \tau dx}{(\rho_2 - \rho_1) g \left( \frac{E_i^2}{2} + 1 \right)} - \frac{i x'}{\frac{E_i^2}{2} + 1} \quad \dots \dots \dots (16)$$



### 図 1. 実験水槽および記号

このように、斜面に入射した内部波をまず微小振幅波理論で考え、その後は段波的な扱いによりつなぎ合わせた。

以下に記号の説明を示す。

$\sigma$ : 内部角振動数( $=2\pi/T$ )	$L$ : 内部波長( $=C \cdot T$ )	$\nu$ : 動粘性係数	$i$ : 斜面勾配
$k$ : 内部波数( $=2\pi/L$ )	$T$ : 内部波周期	$\mu$ : 粘性係数	$C_r$ : 段波波速
$\rho = (\rho_2 - \rho_1)/2$	$\rho_1, \rho_2$ : 上下層密度	$R_u$ : 初期界面から波頭までの距離	$b$ : 水槽幅
$\varepsilon = (\rho_2 - \rho_1)/\rho_2$	$h_1, h_2$ : 上下層厚	$R$ : 底面から波頭までの距離	$g$ : 重力加速度
'(ダッシュ)は斜面上をdx進行した後の諸量を示す。			

### 3. 実験方法

実験は長さ15.0m、幅0.3m、深さ0.6mの両面ガラス張りの水槽を使い造波機より5.5mの位置から3種の単一斜面(勾配*i*)を設置した。斜面はアクリル製でかなり滑らかなものを使用した。密度成層の形成は、まず下層用に可視化のために着色し所定密度に整えた塩水を所定量注水する。その上に発砲スチロール製の注水板を浮かべ、そこに上層用の淡水を混合を起こさぬよう所定量静かに注水する。所定層厚に達したら注水板をとり、一時間ほど成層を落ちさせた。また、造波前後に水温計と導電率計により水温および鉛直密度分布を計測した。

内部波は、境界面に水平に置いた造波板を上下に扇のように動かすことにより、内部正弦波のみを造波した。波は定常波となる5波目から10波の平均を解析の対象とした。

測定は、図-1に示すように造波前に下層の存在する範囲ではサーボ式内部波波高計4台、それ以浅ではビデオ3台を使い、斜面法先1点と斜面上6点の計7点で行った。ビデオでは画像解析により、波高および波速を測定した。なお、可視化を助けるためにブラックライトを使用した。実験の組合せは表-1に示す。

表-1. 実験組合せ

項目	範囲
$h_1$ : 上層厚	0.27 (m)
$h_2$ : 下層厚	0.27 (m)
$\rho_1$ : 上層密度	0.9999-1.0016 (g/cm³)
$\rho_2$ : 下層密度	1.0026-1.0077 (g/cm³)
$\varepsilon$ : 相対密度	0.001-0.007
$T$ : 周期	15-35 (sec)
$L$ : 波長	0.7-2.5 (m)
$H$ : 波高	1-12 (cm)
$i$ : 斜面勾配	1/30 1/15 1/10
$b$ : 水槽幅	0.3 (m)

### 4. 結果及び考察

#### 4-1. 斜面上での現象

入射してきた内部波は、各傾斜ともほぼ5波目から定常となり、反射波の影響はほとんど見られなかつた。内部波は、斜面に入射すると下層厚の変化とともに変形し、その波形勾配は進行するにつれて急になる。また、1つの波に注目するとその波形は非対称になり、沖側よりも岸側の勾配の方が急である。そして、ある限界を越えると波が下から巻上がり、界面付近の上層水を巻き込む混合を伴った回転運動を起こし、大きくその形を崩す。表面波では波が上から巻き込むように碎波するが、内部波では波の崩れ方が逆である。また、全体の現象の中でこの瞬間の動きが最も速く、上下の混合も最も著しい。

その後の内部波は、比較的速やかにその波形を段波のように整え、初期界面より上方まで遡上し岸方向への大きな質量輸送となる。しかし、その際には上層との著しい混合は見られなかつた。

#### 4-2. 波高減衰式の適応限界

斜面での内部波の減衰式(1)～(8)式の適応限界を解明するため、斜面を進行する内部波高の実験値 $H_m$ と計算値 $H_c$ を比較したものを図-2に示す。横軸に(7)式によるエネルギー伝達速度 $C_g$ ／波速 $C$ をとり、縦軸には

$H_m/H_c$ をとり斜面の傾斜ごとに示す。なお、計算式においては $dx=1\text{cm}$ とした。

内部波が斜面上を進行するにともない $C_g/C$ は1.0に近付く。 $C_g/C < 0.9$ では実験値と計算値は良く一致しているがその後はバラツキが大きくなる。

従つてこの $C_g/C=0.9$ までが減衰式の適応限界と考えられる。

また、 $C_g/C=0.9$ となる点は内部波が激しくその形を崩し上層水を巻き込む混合を起こす点と一致しており、これが内部波の碎波点と考えられる。

#### 4-3. 碎波後の遡上

$C_g/C=0.9$ （碎波点）以降消失するまでの内部段波について、水底から波頭までの高さを $R(x)$ 、その波速を $Cr(x)$ として、 $\sqrt{\epsilon g R(x)}$ と $Cr(x)$ との関係を図-3に示す。図から両者にはほぼ一定の関係が見られ、 $Cr/\sqrt{\epsilon g R}$ を内部フルード数 $F_i$ とすると、 $F_i=0.46$ という値をとる。つまり、碎波後は段波のように波形を整え内部フルード数 $F_i$ を0.46に保ちながら、ほとんど混合はおこさずに遡上することが確認できた。

この関係を使い、 $C_g/C=0.9$ 以降の波について段波として扱つた(9)～(15)式により波高変化を計算した結果を図-4に示す。横軸に $C_g/C=0.9$ となった位置からの進行距離 $dx$ をとり、縦軸に実験波高 $R_m$ と計算波高 $R_c$ による $R_m/R_c$ を示す。図より計算値と実験値は良く一致しており、(9)～(15)式により碎波後の段波の波高変化が計算できることになる。

以上まとめると、斜面上における内部波は碎波前後の2つの領域に分けて取り扱わることになる。一つは(7)式から計算される $C_g/C < 0.9$ の領域であり、エネルギー減衰係数は下層厚の関数（下層厚の減少によって大きくなる）で波高は逐次計算して求められる。いま一つは、 $C_g/C > 0.9$ の領域でエネルギー減衰は底面摩擦抵抗 $\tau$ によるものである。

#### 5. 結論

斜面を進行する内部波において、その波高変化が微小振幅波として扱える適応限界は、(7)式による $C_g/C < 0.9$ であり、 $C_g/C=0.9$ が内部波の碎波条件と考えられる。

微小振幅波理論では取り扱えない $C_g/C=0.9$ 以降の内部波段波は内部フルード数 $F_i$ を0.46に保つつつ、

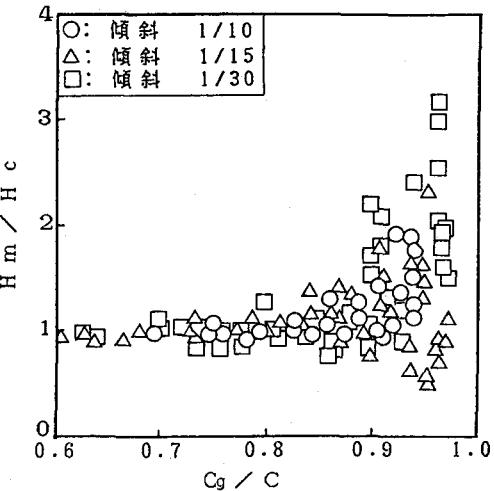


図2. 波高変化

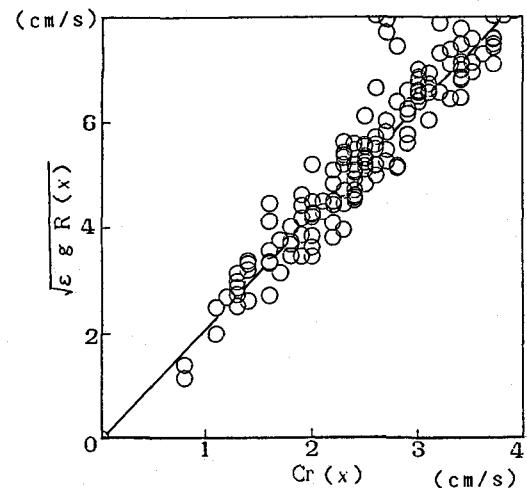


図3. 遡上の波速と波高

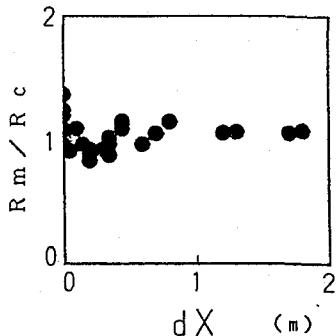


図4.  $C_g/C=0.9$ 以降、段波としての計算

Harlemanによる抵抗係数に関する底面摩擦抵抗 $\tau$ を受け減衰しながら斜面を週上する。

このように、斜面に入射した内部波の減衰・消失が、内部微小振幅波理論と段波的な考え方を碎波点、つまり $C_g/C=0.9$ でつなぎ合わせることによって計算できることを得た。

また実験から、斜面上における内部波の碎波はある限界を越えると表面波とは逆に下から巻上がり、界面付近の上層水を巻き込む回転運動を起こす事が解った。

斜面上での混合は主にこの碎波時に起こり、その後は著しい混合は起こさない。つまり、内部波による物質輸送は碎波点以浅で起こり、それ以深では波の運動に伴った往復運動に終始すると考えられる。

今後は複合斜面への展開、現地海域を考えての底面粗度のある場合、三次元的挙動、さらには現地海域での調査などが課題となる。

#### 謝辞

本研究は、水産庁振興部の沿整直轉研究の「増養殖場の環境改善に関する研究」の一部をなすものであることを記し、関係者各位に感謝申し上げます。

#### 参考文献

- 1) A.R.Osborne and T.L.Burch: Internal Solitons in the Andaman Sea, Science, 208(4443), 1980
- 2) 森永勤: 海中における渦り（光束消散係数）の分布とその挙動に関する研究、Journal of the Tokyo University of Fisheries, Vol.73, No.1, pp.57-96, March 1986
- 3) 小金沢昭光・石田信正: カキ稚苗生産場における生態学的研究-III、仙台湾北部海域における幼生の出現、Bulletin of Japanese Society of Scientific Fisheries, 39(2), pp.131-147, 1973
- 4) 乃万俊文: 内部界面波に関する基礎的研究、水工研報告7, pp.1-12, 1986
- 5) 乃万俊文: 斜面における内部界面波、S61農土学大会講習会集, pp.62-63, 1986.8
- 6) Ippen,A.T. and D.R.F.Harleman: Steady-state characteristics of subsurface flow, Gravity Wave symposium, Nat.Bur. of Stands., Circulation 521, pp.79-93, 1951