

多峰計画降雨波形の確率評価モデルの提案

A Probability Model for Evaluating Design Storm Patterns with Multi-local Peaks

徳島大学工学部 端野 道夫 Michio HASHINO

徳島大学大学院 前 久司 Hisashi MAE

This paper describes a probability model of heavy storm patterns with multi-local peak intensities. The definition of a storm cluster and a storm part leads that their occurrences follow Poisson and logarithmic series probability distributions, respectively. Using combined Freund's bivariate probability distribution functions gives the joint probability distribution of depth, duration and local peak for a storm part. The joint probability distribution function of total duration, local depths and local peak intensities for a single storm cluster with multi-storm parts is derived from those of storm parts.

Keywords : design storm pattern, multi-local peaks, Freund's bivariate probability distribution

1. はじめに

洪水防御計画などの基本となる計画降雨は、降雨特性や地域特性を考慮して、あらかじめ定められた超過確率を有するように設定される。これらの要素（降雨特性、地域特性及び超過確率より求められる総雨量）の統計的特性を保存するような計画降雨を合理的に作成することが重要であろう。本論文では、幾山にもなるような継続時間が異常に長い降雨、ピーク降雨強度が異常に大きい降雨や継続時間およびピーク降雨強度が共に異常に大きい降雨など、どのようなパターンの降雨についてもその生起確率を評価することができる確率モデルを提案するとともに、確率論的に複数の局所ピークをもつ多峰型の計画降雨波形を作成する方法について考察する。資料として、徳島市(1901-1939, 1950-1987)、徳島県木頭村(1958-1987)、大阪市(1900-1983)の時間降雨資料を用いたが、紙面の都合上木頭村のデータについてのみ論じる。また、降雨は季節特性を考慮して梅雨期(5,6,7月)と台風期(8,9,10月)に分割して取り扱う。

以下、2.では、降雨群(storm cluster)と降雨部分(storm part)の定義について述べる。3.では、2変数Freund分布を核とした多峰型降雨の確率モデルについてのべる。4.では、実資料を用いて、Freund分布の適合性を調べるとともに、降雨波形の作成に際し重要となる諸係数についての検討を加える。5.では、計画降雨波形の作成手順の試案を示すと共に、若干の考察を行う。

2. "降雨群" 及び "降雨部分" の定義

数個の局所ピークを有する多峰型降雨を一山ごとに分割するために、あらかじめ対象地点の降雨の地域特性、降雨特性を加味して無降雨継続時間及び降雨継続時間の下限値 t_c 、時間降雨強度の下限値 x_c を設定する。Fig-1で見られるように、無降雨継続時間(中休み時間)が t_c を越えた場合に、その前後の降雨を別々の降雨とみなし、それぞれを"降雨群"と呼ぶこととする。次に、この降雨群を一個の局所ピークごとに更に細分割する。この細分割された降雨のそれぞれを"降雨部分"と呼ぶこととする。

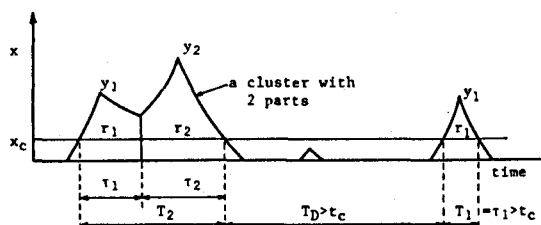


Fig.1 Schematic depiction of a storm cluster and a storm part

3. 多峰型降雨の確率モデル

3.1 降雨群及び降雨部分の発生個数に関する確率分布

一年間の梅雨期および台風期における降雨群の生起個数 N_c の確率分布については、Poisson分布；

$$P[N_c=n] = \Lambda^n \cdot \exp(-\Lambda) / n! \quad (n = 0, 1, 2, \dots) \quad (1)$$

また、一つの降雨群中における降雨部分の生起個数 N_p の確率分布については、対数級数分布；

$$P[N_p=n | N_c=1] = \gamma \cdot \theta^n / n, \quad \gamma \equiv -\{\log(1-\theta)\}^{-1} \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \quad (2)$$

を用いることとする。

3.2 雨量、継続時間及びピーク降雨強度の同時生起確率分布

1つの降雨部分の雨量 r 、降雨継続時間 t 及びピーク降雨強度 y を変数とする三変数同時生起確率について考える。まず、三者の各相互相関係数を調べ、相関の高い二組のそれぞれに対しFreundの二変数指数型分布を適合させることで三変数の確率分布 $H(r, t, y)$ を近似する。たとえば、 t と r 、 r と y の相関が y と t の相関に比べて高い場合は、

$$\begin{aligned} H(r, t, y) &= P[R_p < r, D_p < t, Y_p < y] \\ &= H(r, t) \cdot H(y | R_p < r) \end{aligned} \quad (3)$$

と表せる。ただし、各変数における周辺分布は、単純な分布では表現し難い場合が考えられる。その場合には、数個のFreund分布を結合させた、いわゆる結合Freund分布¹⁾；

$$F(X, Y) = \begin{cases} A_{i1} B_{i2} \exp[-B_{i2} Y - (A_{i1} + B_{i1} - B_{i2}) X] & (0 < X < Y, u_{i-1} < X < u_i) \\ B_{i1} A_{i2} \exp[-A_{i2} X - (A_{i1} + B_{i1} - A_{i2}) Y] & (0 < Y < X, u_{i-1} < Y < u_i) \end{cases} \quad (4)$$

を用いる。ここで、 $A_{i1}, B_{i1}, A_{i2}, B_{i2}$ はパラメータ、 u_i は結合点の値、 v_i は結合条件を満足させるための付加定数である。各パラメータは、最尤法を用いることにより容易に求めることができる²⁾。

次に、1つの n 山型降雨群の総雨量 R 、総継続時間 D 及びピーク降雨強度 Y の三変数同時生起確率は、

$$\begin{aligned} H(r_1, t_1, y_1; r_2, t_2, y_2; \dots; r_n, t_n, y_n | N_p=n, N_c=1) \\ = H(r_1, t_1, y_1) \cdot H(r_2, t_2, y_2) \cdots H(r_n, t_n, y_n) \\ = \prod_{i=1}^n F_{rt}(\xi_i, \eta_i) \cdot F_{yr}(\zeta_i | \xi_i < \zeta_i) \end{aligned} \quad (5)$$

と表せる。ここで、 η_i, ξ_i, ζ_i はそれぞれ i 番目の降雨部分における t_i, r_i, y_i を無次元化させた変数でありそれぞれ $\eta_i = (t_i - u_{t0}) / \sigma_t$ 、 $\xi_i = (r_i - u_{r0}) / \sigma_r$ 、 $\zeta_i = (y_i - u_{y0}) / \sigma_y$ である。また、 $F_{rt}(\xi_i, \eta_i)$ 及び $F_{yr}(\zeta_i, \xi_i)$ は結合Freund分布であり $F_r(\xi_i)$ は、結合Freund分布の ξ_i に関する周辺分布を表す。

次に、この n 山型降雨群の総降雨継続時間 $D_n (= t_1 + t_2 + \dots + t_n)$ の確率分布は、降雨部分における t と r に対し適用した結合Freund分布 $F_{rt}(\xi, \eta)$ の周辺分布 $F_t(\eta)$ を用いれば、

$$\begin{aligned} H_D(D | N_c=1) &= \sum_{n=1}^{\infty} P[D_n < D | N_p=n, N_c=1] \cdot P[N_p=n | N_c=1] \\ &= \sum_{n=1}^{\infty} \{\gamma \theta^n / n\} \cdot F_t^{n*}(\eta) \end{aligned} \quad (6)$$

と表される。ここで、 $F_t^{n*}(\eta)$ は、 $F_t(\eta)$ を n 回たたみこんだものである。同様に、1つの n 山型降雨群の総雨量 $R_n (= r_1 + r_2 + \dots + r_n)$ の確率は、

$$H_R(R | N_c=1) = \sum_{n=1}^{\infty} \{\gamma \theta^n / n\} \cdot F_r^{n*}(\xi) \quad (7)$$

となる。また、1降雨群(特定の山数にかかわらず)が発生したとき、その総雨量 R の年最大値 χ の非超過確率は、

$$H_\chi(\chi) = \exp[-\Lambda \{1 - \sum_{n=1}^{\infty} (\frac{\gamma \theta^n}{n}) F_r^{n*}(\xi)\}] \quad (8)$$

で表せる。これより、 x に対するリターンピリオドは、

$$T_x = 1/[1 - H_x(x)] \quad (9)$$

より求める。

4. 確率モデルに関するデータ解析

4.1 降雨群及び降雨部分の生起個数の確率分布について

降雨を分割するための時間降雨強度および無降雨継続時間の各下限値として、それぞれ $x_0=3\text{mm/hr}$ および $t_0=6\text{hr}$ を用いた。また 3時間移動平均を行うことで実績降雨の平滑化を行い、降雨群および降雨部分に分割した。ここで注意しなければならないことは、 t_0 の設定である。 t_0 の設定いかんによっては、降雨波形が地域特性や降雨特性を保存しなくなる恐れがあるので、対象地点における流域面積や洪水到達時間、順位自己相関係数の値や分割後の降雨波形の変化等を考慮して決めた。

一年間の梅雨期および台風期における降雨群の発生個数の確率分布に対し(1)式で表されるPoisson分布を適合させた結果が、Fig-2(a),(b)であり、一降雨群中の降雨部分の発生個数の確率分布に対し(2)式で表される対数級数分布を適合させた結果が、Fig-3(a),(b)である。両分布における両期間のそれぞれに対しKolmogorov-Smirnov検定を行った結果、有意水準10%で観測分布が各理論分布に適合した。

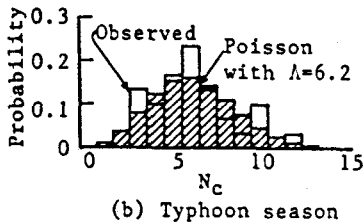
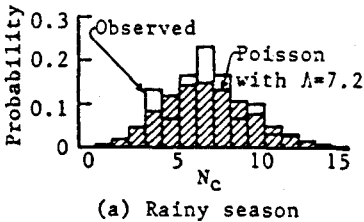


Fig.2 Number N_c of storm clusters per season

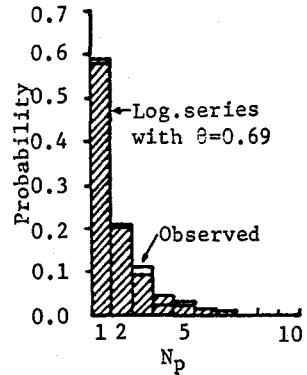
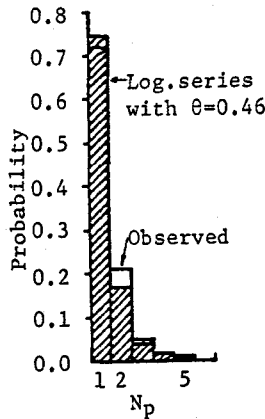


Fig.3 Number N_p of storm parts per storm cluster

4.2 降雨部分に対するFreund分布の適用

降雨を規定するために重要である三変数間の各相互相関係数($\rho_{rt}, \rho_{tv}, \rho_{vr}$)を調べた結果、地域別及び期間別の全ての資料において $\rho_{vr}(=0.704\sim0.932)$ が一番高く、ついで $\rho_{rt}(=0.433\sim0.733)$ が高く、 $\rho_{tv}(=0.049\sim0.557)$ が一番低いという結果を得た。また、一降雨群における降雨部分の個数別に三変数の平均値を調べた結果、Table.1 のように①1山、②2～5山、③6山以上の3グループに大別される。このことより、この3グループの降雨部分の r と t に対し結合Freund分布を適合させ、その各周辺分布 $F_r(\xi), F_t(\eta)$ をFig-4～6に示す。全ての図において、かなり良好な適合度が得られていると思われる。

Table.1 Means of the depth r , the duration t and the local peak intensity y

n	1	2～5	6～
t_i (hr)	8.732	8.789	9.019
r_i (mm)	57.85	86.12	122.01
y_i (mm/hr)	16.160	21.454	31.096

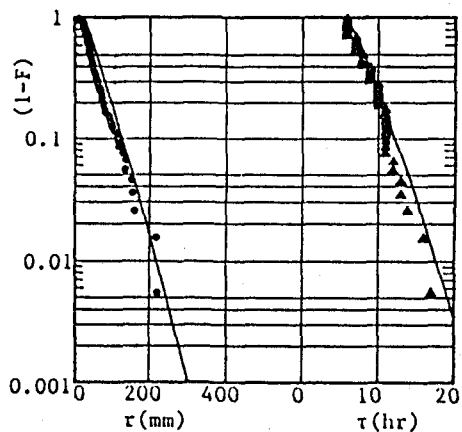


Fig.4 Marginal distributions of r and t for single peak clusters

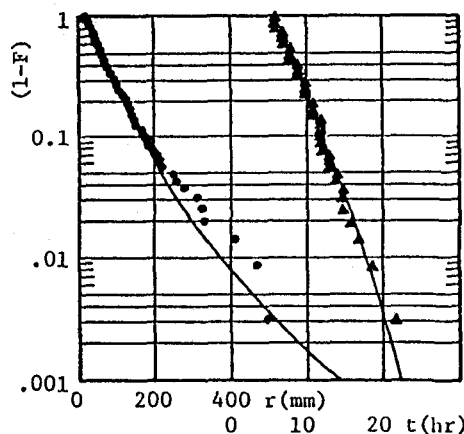


Fig.5 Marginal distributions of r and t for 2~5 peak clusters

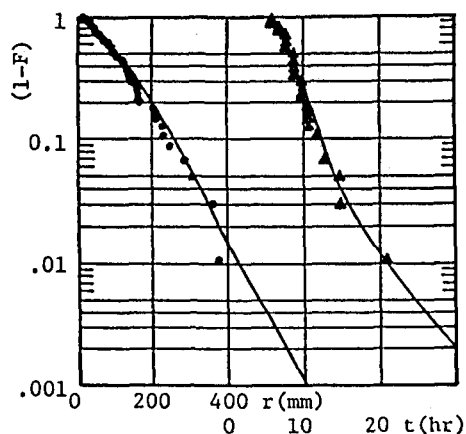


Fig.6 Marginal distributions of r and t for 6 or more peak clusters

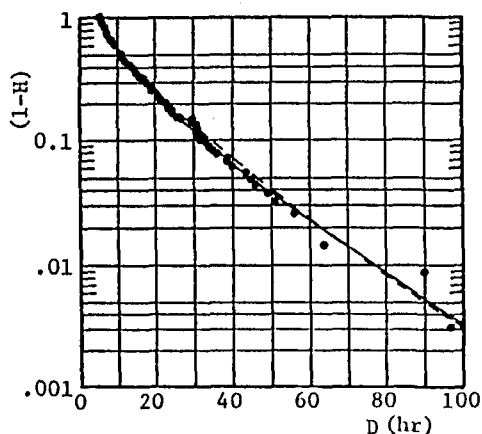


Fig.7 Marginal distributions of D per storm cluster

4.3 降雨群の継続時間 D と総雨量 R の周辺分布

4.2で求めたFreund分布のパラメータを(6), (7)式に用いたものと D および R のデータを比較したものがそれぞれFig-7,8である。 D については、かなり良好な適合を示しており、 R については、かなり複雑な変化を示すため500-1000mmの間では値が若干高めに、また1000mm以上の部分で少し低めにでているが、全体的にほぼ実測値に適合していると思われる。また、図中に示されている実線が1山と2~5山及び6山以上の3グループに分けた場合であり、破線が山別によるグループ分けを行わなかった場合である。このことより、実資料との対応を良くするためには、山別に取り扱う必要があると考えられる。

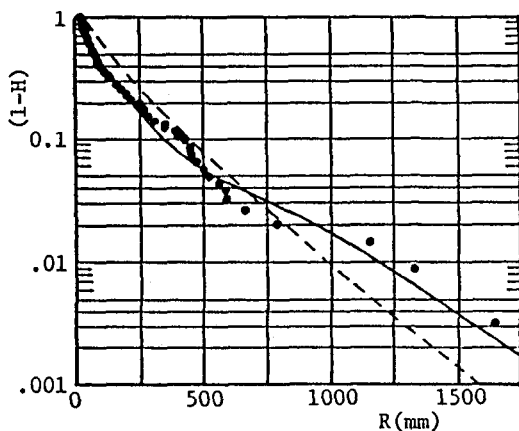


Fig.8 Marginal distributions of R per storm cluster

4.4 計画降雨のために用いる諸係数の特性

調べた係数は、以下の5個 ($\phi_t, \phi_r, \phi_u, \phi_t$ および ϕ_r) である。①降雨部分の継続時間 t_i の大きさ順の比 $\phi_t (=t_{i-1}/t_i)$ 、② t_i の区間条件下での雨量 r_i の条件つき確率 $F_r(\xi_i | \eta < \eta_i)$ の比 $\phi_r (=F_{r,i-1}/F_{r,i})$ 、③ r_i の区間条件下でのピーク降雨強度 y_i の条件つき確率 $F_u(\zeta_i | \xi < \xi_i)$ の比 $\phi_u (=F_{u,i-1}/F_{u,i})$ 、④ピーク前後の継続時間 ($t_{b,i}, t_{a,i}$) および雨量 ($r_{b,i}, r_{a,i}$) の比 $\phi_t = t_{b,i}/t_i, \phi_r = r_{b,i}/r_i$ ($t_{b,i}, r_{b,i}$ は前半部の t と r 、 $t_{a,i}, r_{a,i}$ は後半部の t と r) である。これらの各係数の

Table.2 Means and standard deviations of parameters

Parameter	m	σ
ϕ_t	0.7589	0.1512
ϕ_r	0.4918	0.3281
ϕ_u	0.7143	0.2429
ϕ_t	0.7053	0.1632
ϕ_r	0.6624	0.1606

平均、標準偏差を調べた結果、Table.2 のようになった。平均値については、 ϕ_t および ϕ_r は、降雨群中の降雨部分の個数には無関係にほぼ一定であり、 ϕ_r, ϕ_u および ϕ_t は降雨群中の降雨部分の個数の増加にともない値が徐々に高くなる傾向がみられる。また、1降雨群における降雨部分の継続時間長の出現の仕方について検討した結果、降雨の地域特性及び季節特性に関係なく2山の場合は短一長となる割合が若干高くなる傾向がみられたが、3山以上の場合にはその並びは無傾向であった。

5. 計画降雨波形の作成手順の試案と若干の考察

n 山型降雨群 ($r_i, t_i, y_i; i=1, 2, \dots, n$) の作成手順の試案を以下に示す。

- ①流域の大きさ (洪水の到達時間) や季節特性などを考慮して、総降雨継続時間 D^* の上限を設定する。
- ②計画の規模により定められたリターンピリオド T^* を用いて、この T^* に対する計画総雨量 R^* を (8), (9) 式より決定する。この決定された計画総雨量 R^* を満足する1山型、2山型、…、 n 山型の降雨群の総継続時間 D_n^* を、次式で与えられる n 回たたみこみ結合 Freund 分布の区間条件つき確率を用いて求める。

$$F^*(D_n < D^* | R_n > R^*) = 1 - \frac{F^*(D_n > D^*, R_n > R^*)}{F^*(R_n > R^*)} \quad (10)$$

ただし、この各山ごとに求めた D_n^* が、さきに定めた上限 D^* を越える場合やその R^* に対する $F(X < x | Y < y)$ が計画確率を上回る場合には、この山の個数の降雨は計画から除外する。つまり、前者で山の個数の上限が規定され、後者で下限が規定される。

- ③ D_n^* に対し ϕ_t を用いて、各山ごとの各継続時間 t_i を求める。ここで、計画される降雨は、最初は大きき順に並べたかたちで計算する。
- ④ 各山ごとの t_i に対する r_i を、 $F_r(\xi_i | \eta < \eta_i)$ および ϕ_r を用いて求める。
- ⑤ 各山ごとに求めた r_i に対する y_i を、 $F_u(\zeta_i | \xi < \xi_i)$ および ϕ_u を用いて求める。
- ⑥ t_i および r_i を ϕ_t および ϕ_r を用いてピークを境にして前後に分配し $t_{b,i}, t_{a,i}, r_{b,i}$ および $r_{a,i}$ を求める。
- ⑦ $t_{b,i}, t_{a,i}, r_{b,i}, r_{a,i}$ および y_i を用いて各降雨部分の時間分布、すなわち降雨波形を求める。³⁾
- ⑧ 降雨部分の相互相関がなく独立であると仮定し、 n 個の降雨部分をランダムに並べ変え計画降雨波形を作成する。

以上、①～⑤の手順により、各山ごとの3要素 (継続時間 t_i 、総雨量 r_i 及びピーク降雨強度 y_i) が決まり、⑥、⑦ の手順により、 n 個の降雨部分の、⑧で降雨群の降雨波形が形成される。

次に、各手順についての補足と考察を加える。参考のために Fig. 9 に2山型降雨群の既往最大降雨 (木頭村: 1971年8月, $D=31\text{hr}$, $R=591\text{mm}$, $t_1=14$, $r_1=95$, $y_1=24$, $t_2=17$, $r_2=496$, $y_2=66.5$) を示し、Fig. 10 (a), (b), (c) に、この2山型降雨の D と R を参考に $D^*=31\text{hr}$, $R=600\text{mm}$ とし、手順の③以降にしたがって作成した降雨波形を示す。以下手順に従って説明すると、③において ϕ_t の値としては、実資料の平均を用いた。

④では、まず、 t_i の一番長い山を基準とし、その山に対する基準値 $F_{r,1}$ を決め、この $F_{r,1}$ に ϕ_r を掛け合

わせ変化させることで山ごとの F_{r1} を求める。これより求めた r_i の和 R と R^* との残差を比例配分することで、 r_i を修正する。この、 F_{r1} と ϕ_r は、降雨波形を決める上で、特に重要である。 F_{r1} を大きく設定することにより、 r_i の値を大きくすることができ、 ϕ_r を小さくすれば、Fig.10(a),(b)のように、山ごとの r_i の差を大きくすることができる。ただし、この ϕ_r は、 $R^*=R$ となる必要があり、 F_{r1} を定めることによりその設定範囲が規定される。

⑤においては、 F_{01} の初期値 F_{01} を決めれば、

下位の山の y_i が三角形分布に近いと考えれば、山ごとの r_i と t_i から y_i の下限値が求められ ϕ_0 の値の範囲が規定される。 F_{01} の値を小さくしたFig.10 (a)ではピークが小さく横に広がる形となり、 F_{01} を大きくしたFig.10 (b)では、ピークが大きく尖った形となった。⑥では、 ϕ_t および ϕ_r 共に平均値を用いたが、Fig.9では、 ϕ_t (1山:0.5,2山:0.53)、 ϕ_r (1山:0.632,2山:0.714)となっていることからこの値を変化させることにより降雨波形を変えることができる。以上の各係数の組合せにより数種類の降雨波形が形成されるが、この降雨波形を流出解析に用いて作成されたハイドログラフが計画に適しない場合には、その降雨波形は、計画降雨波形として採用されないことになる。

6. おわりに

降雨部分における降雨継続時間 t 、雨量 r およびピーク降雨強度 y の三変数同時生起確率は、相互相関の高い t と r および r と y に対して、適合した二組のFreund分布を用いることで近似することができ、この二組のFreund分布を用いることにより降雨群の総降雨継続時間 D 、総雨量 R 及びピーク降雨強度 Y の三変数同時生起確率を評価することができる確率モデルを提案した。また、このモデルを用いれば既往の特異な降雨の生起確率を評価することは無論のこと、降雨部分の継続時間、雨量およびピーク降雨強度に関する諸係数の組合せを変化させることで様々な計画降雨波形を作成することができる。

本研究において、計算、資料整理に当たりご協力頂いた卒業生の小林研一君（現東亜建設工業）および徳島大学学生の西岡昌秋君にお礼を申し上げます。

参考文献

- 1) 端野道夫・杉 雄司：徳島大学工学部研究報告、No.29,1984, 2) Hashino, M. and H. Mae: Pacific International Seminar on Water Resources Systems, Tomamu, 1989, 3) 端野道夫：土木学会論文集 II / No.365, 1986

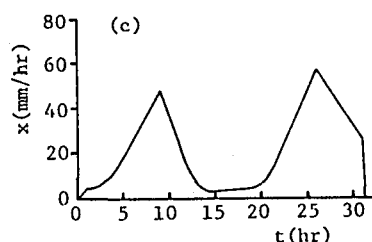
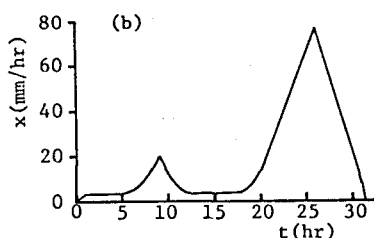
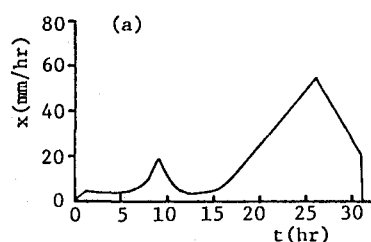
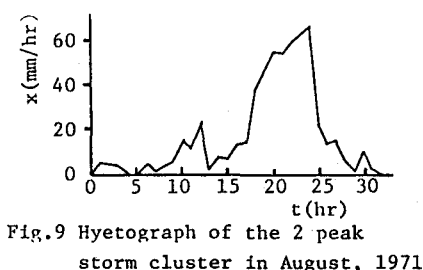


Fig.10 Examples of 2 peak storm cluster

Table.3 Parameters for examples of 2 peak storm cluster

Parameter	ϕ_t	ϕ_r	F_{r1}	ϕ_y	F_{y1}	ϕ_t	ϕ_r
Fig.9	0.824	0.741	0.998	0.942	0.976	0.515	0.673
Fig.10 (a)	0.759	0.650	0.998	0.900	0.930	0.750	0.662
Fig.10 (b)	0.759	0.650	0.998	0.850	0.998	0.750	0.662
Fig.10 (c)	0.759	0.996	0.990	0.900	0.950	0.750	0.662