

水文頻度解析モデルの母数推定法の比較評価

Comparison of Parameter Estimation Methods for Hydrologic Frequency Analysis Models

京都大学工学部 宝 馨 Kaoru TAKARA

京都大学工学部 高 棹 琢 馬 Takuma TAKASAO

This paper compares various parameter estimation methods for three hydrologic frequency analysis models: three-parameter log-normal (3LN), the Gumbel (EV1), and the generalized extreme-value (GEV) distributions. Ten methods for 3LN including the maximum likelihood, moments, probability weighted moments (PWM), Ishihara-Takase, improved Iwai, sextiles, and least-squares are evaluated through Monte Carlo simulation studies in terms of the root mean square error (RMSE) of the estimates of the quantiles (T -year events). Six methods for EV1 and four methods for GEV are compared in the same manner. The merits of the methods are discussed in relation to the sample size N .

Keywords: frequency analysis, parameter estimation, mean square error, sample size, quantiles

1. 序 論

極値データの頻度解析には、対数正規分布、極値分布などが用いられ、これらを所与の一群のデータに当てはめるために種々の方法（母数推定法）が提案されている。これらの多種多様な母数推定法の特長・性能を把握し、状況に応じて使い分けの必要があるが、今のところ十分な知見が蓄積されているとは言い難い状況にある。

ここでは、三母数対数正規分布、Gumbel 分布、一般化極値分布について、それらに対する種々の母数推定法の優劣を標本の大きさ（データ数）とも関連づけながら数値実験により比較評価した。本論文は、不適切な方法を淘汰し、有用な方法を推奨しようとするものであって、ここで示した結果が実用上有益な知見となり得れば幸いである。

2. Monte Carlo シミュレーションによる母数推定法の評価の手順

以下の手順により母数推定法の優劣を比較評価する。

Step 1) 母集団を想定する。すなわち、母集団の確率分布と母数を仮定する。

Step 2) 母集団から大きさ N の標本を抽出する。すなわち、仮定した分布に従う乱数を N 個発生させる。

Step 3) 発生させた標本に対して、各々の推定法により母数を推定し、確率水文学量を推定する。

Step 4) Step 2 と Step 3 を M 回繰り返し、各々の推定法による母数と確率水文学量の推定値の平均値と標準偏差（推定誤差）および平均平方誤差（MSE, mean square error）を算定する。

Step 5) MSE の値が小さい母数推定法が良いと判定する。

ある統計量 θ の推定量 $\hat{\theta}$ に関する MSE は次式で与えられる。

$$MSE = E[(\hat{\theta} - \theta)^2] = E[(\hat{\theta} - E[\hat{\theta}])^2] + (E[\hat{\theta}] - \theta)^2 = \text{Var}[\hat{\theta}] + \{\text{Bias}[\hat{\theta}]\}^2 \quad (1)$$

ここに、 $E[\cdot]$ は期待値操作を、 $\text{Var}[\cdot]$ 、 $\text{Bias}[\cdot]$ は、それぞれ分散、偏りを表す。すなわち、MSE は、推定量 $\hat{\theta}$ のばらつき具合 Var と偏りの大きさ Bias の二乗の和で表されるものであり、この値が小さいほど良い推定であると言える。MSE の平方根をとったものは平方根平均平方誤差（root mean square error, RMSE）と呼ばれる。以下では、MSE の代わりに RMSE を比較評価の標準とする。

上の作業により、想定した分布の種々の母数推定法の中でどれが良いのかが明らかになる。標本の大きさ N を変化させて Step 1 から Step 5 の手順を行うことにより、 N の大きさによって最適な母数推定法が異なるのか、 N の増加にともなって母数と確率水文学量の推定精度がどのように推移するのかが明らかになる。本論文では、標本の大きさ N の範囲を、これまでの類似の研究よりも大きくとり、 $N = 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100, 200, 500, 1000$ とする。また、試算の結果、繰り返し回数 $M = 5000$ とすることにした。

議論を簡明にするために、本論文では、確率分布モデルに含まれる個々の母数の推定精度を議論するのではなく、水工計画の基本量である確率水文学量の推定精度に着目して考察する。各母数の推定精度の良否は確率水文学量の推定精度に集約されていると考える。

表 1: 標本の大きさ N と 100 年確率降水量の期待値, RMSE の関係 (三母数対数正規分布; 真値 321.92)

母数推定法	$N = 10$	$N = 20$	$N = 30$	$N = 50$	$N = 60$	$N = 70$	$N = 100$	$N = 200$	$N = 500$
歪: 平均値 標準偏差	0.6925 (0.4547)	0.9092 (0.5511)	1.0292 (0.5747)	1.1805 (0.5761)	1.2338 (0.5697)	1.2641 (0.5577)	1.3400 (0.5463)	1.4408 (0.4778)	1.5145 (0.3646)
最尤法	***** *****	360.29 (143.26)	339.44 (75.14)	330.52 (51.60)	328.37 (45.61)	327.06 (42.58)	325.20 (34.48)	323.56 (23.59)	322.80 (14.60)
最小二乗法 (Hazen)	423.37 (259.35)	354.57 (98.26)	340.21 (69.56)	331.25 (50.02)	329.03 (44.52)	327.51 (41.69)	325.44 (33.96)	323.49 (23.40)	322.64 (14.53)
最小二乗法 (Weibull)	569.48 (518.16)	402.18 (144.58)	369.75 (93.34)	349.09 (61.25)	344.80 (53.11)	340.50 (48.56)	334.82 (38.11)	328.49 (24.96)	324.76 (14.97)
積率法 (標本歪)	309.83 (86.83)	316.63 (66.09)	316.32 (55.59)	315.82 (45.17)	315.60 (41.95)	315.73 (40.21)	316.02 (35.52)	317.68 (26.83)	319.93 (18.13)
積率法 (不偏歪)	314.71 (87.13)	318.01 (66.14)	317.02 (55.66)	316.39 (45.33)	315.98 (42.11)	316.18 (40.28)	316.49 (35.52)	317.94 (26.83)	320.05 (18.12)
積率法 (B-R 歪)	331.87 (89.78)	328.79 (69.53)	325.72 (59.14)	323.36 (48.45)	322.14 (44.80)	321.63 (42.86)	320.84 (37.24)	320.60 (27.67)	321.39 (18.43)
石原高瀬法	325.44 (85.52)	325.75 (67.53)	324.21 (57.92)	323.36 (47.91)	322.61 (44.45)	322.31 (42.74)	322.07 (37.29)	322.19 (28.08)	322.66 (18.86)
PWM 法	366.11 (132.35)	341.17 (82.45)	333.61 (64.85)	328.89 (48.84)	326.13 (44.87)	325.23 (41.58)	323.93 (34.76)	322.64 (24.69)	322.35 (15.58)
岩井改良法	339.51 (106.05)	321.91 (67.33)	316.71 (53.61)	313.58 (41.42)	313.11 (37.77)	312.70 (35.72)	312.36 (30.59)	312.42 (22.56)	312.67 (15.90)
Sextile 法	549.94 (273.59)	427.98 (140.36)	327.30 (60.82)	360.30 (64.36)	323.11 (42.50)	344.25 (48.02)	337.26 (38.25)	338.73 (26.28)	325.63 (15.88)

3. 三母数対数正規分布への適用

対数正規分布は, 1875 年 Gulton によって最初に用いられたと言われるが, わが国では, 岩井, 石原・高瀬, 角屋らの研究により, 1940 年代後半から 1960 年代前半の間に水文統計への適用法が一応確立され, 実務においてしばしば用いられてきた。三母数対数正規分布の確率密度関数は次式で与えられる。母数は, μ_y , σ_y , a である。

$$f(x) = \frac{1}{(x-a)\sigma_y\sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left\{ \frac{\ln(x-a) - \mu_y}{\sigma_y} \right\}^2 \right] \quad (2)$$

三母数対数正規分布の特性, 母数推定法について数値実験による検討を行った論文には, Sangal and Biswas, Burges et al., Stedinger などのものがある。星ら¹⁾は, それらの文献を参照したのち, 母歪係数が 0.766, 1.625, 4.00 の 3 通りの母集団を想定して, $N=20, 40, 80$ の場合について, 7 種の母数推定法の比較を行っている。

ここでは, 次の 10 通りの母数推定法を対象とする。最尤法 (母数の最尤推定値を求めるのに最適化手法を用いて数値的に解く²⁾), 最小二乗法 (最尤法の場合と同様, 数値的に解く; ただし, 用いるプロットング・ポジション公式として Weibull 公式と Hazen 公式を比較する), 積率法 (用いる三次積率 (歪係数) として, 標本歪, 不偏歪, Bobée-Robitaille の補正歪³⁾の三通りを考える), 石原・高瀬の方法 (積率法の一つで図式解法⁴⁾であるが, コンピュータ・プログラム化し自動解析できるようにした), PWM 法 (竹内・土屋⁵⁾の方法による), 岩井改良法⁶⁾, Sextile 法⁵⁾。

大阪の年最大降水量に三母数対数正規分布を最尤法で当てはめたときの母数推定値を参考として, 母分布を $\mu_y = 2.0, \sigma_y = 0.2, a = 30.0$ とした。表 1 に, シミュレーション回数 $M = 5000$ のときの 100 年確率水文量 x_{100} の期待値, RMSE を示す (なお, 計算時間の制約により $N = 1000$ の結果は求めている)。 x_{100} の真値は 321.92 mm である。最尤法の欄のすぐ上には, 標本歪の平均値と標準偏差が示されている。この表は込み入っていて見にくいので, RMSE の順位 (小さい順) を表 2 に, Bias の順位を表 3 に示す。これらの表から, 次のようなことが言える。

1. どの母数推定法も, N が増加すると RMSE は減少する (すなわち, 良い推定値が得られるようになる)。

表 2: 100 年確率降水量の RMSE の小さい順位 (三母数対数正規分布)

母数推定法	$N=10$	20	30	40	50	60	70	80	90	100	200	500
最尤法	10	9	9	8	8	9	6	5	4	3	3	2
最小二乗法 (Hazen)	7	7	8	7	7	7	5	2	3	2	2	1
最小二乗法 (Weibull)	9	10	10	10	9	10	10	9	10	8	5	3
積率法 (標本歪)	2	1	2	2	2	2	2	3	6	5	7	8
積率法 (不偏歪)	3	2	3	3	3	3	3	4	7	5	7	7
積率法 (B-R 歪)	4	5	5	5	5	8	8	8	8	7	9	9
石原・高瀬法	1	4	4	4	4	6	7	7	9	8	10	10
PWM 法	6	6	7	6	6	5	4	6	5	4	4	4
岩井改良法	5	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	6
Sextile 法	8	8	6	9	10	4	9	10	2	10	6	5

- 積率法 (標本歪) と 積率法 (不偏歪) は負の Bias を与える (100 年確率降水量を過小評価する傾向がある)。両者の比較では、積率法 (標本歪) の方が Bias が若干大きい、推定誤差 $Sd = \sqrt{\text{Var}}$ は逆に小さいので、RMSE で見ると積率法 (不偏歪) より良い。積率法 (B-R 歪) は、 $N \leq 50$ までは正の Bias を与えるが、さらにデータ数が増えると小さな負の Bias となる。Bobée-Robitaille の歪係数補正式を用いると、 $N \geq 50$ で Bias はかなり抑えられるが、 Sd は標本歪や不偏歪を用いる場合に比べて大きい。
- 石原・高瀬の方法は、Bias が常に小さいという特長をもつ。しかし、データ数が増えても Sd が相対的に小さくならないので $N > 50$ では RMSE の評価が 6 位以下に下がってしまう。この方法は、小標本 ($N \leq 30$) に対してかなり有効であると言える。
- 岩井改良法は、 $30 \leq N \leq 200$ のとき、RMSE が第 1 位である。しかしながら、Bias を見ると $N \geq 30$ においてかなり大きな負の Bias を示している。大きな Bias をもつにもかかわらず、RMSE が小さいということは、すなわち、推定誤差分散 $\text{Var} (= Sd)$ が最も小さいということである。こうした点で“安定な”推定法であると言えるが、確率降水量の過小評価の傾向があることに留意しなければならない。
- 最小二乗法 (Hazen) と最小二乗法 (Weibull) の比較では、常に前者が優越する。Weibull 公式は母数推定において大きな偏りをもたらすことが過去の研究で指摘されているが、ここでもそれが確認された。Hazen 公式を用いる最小二乗法は、 N が大きいとき (> 70) 良い推定値を与える。
- 最尤法は、 $N \leq 50$ では良い推定値を与えない。 N がさらに大きくなるにつれ RMSE も Bias もかなり小さくなってゆく。最小二乗法 (Hazen) より若干劣るが、ほとんど差はない。
- PWM 法は、 N が 40 程度より大きくなると比較的良好な推定値を与える。特に、 N が 200 程度以上になると Bias が非常に小さくなる。RMSE で見ると、 $N \leq 70$ までは最尤法に優越するが、石原・高瀬法、積率法 (B-R 歪)、岩井改良法などに及ばない。それ以上では、最小二乗法 (Hazen) や最尤法には及ばない。
- Sextile 法は、 N が 6 の倍数のとき RMSE、Bias どちらも比較的小さくなるが、そうでないときにはあまり良いとは言えない。

このように母数推定法には、それぞれ特徴があり、 N の大きさに応じて適宜使い分ける必要がある。 N によって、上の結果を再整理してみよう。

- 小標本の場合、最尤法、最小二乗法は良くない。 $N = 10, 20$ のとき、最尤法、最小二乗法の RMSE は極端に大きくなる。積率法 (石原・高瀬の方法を含む) の RMSE は小さい。すなわち、小標本のとき積率法が良い。
- $30 \leq N \leq 100$ では、石原・高瀬の方法、積率法 (B-R 歪) を用いるのがよさそうである。Bias が小さいうえ、 Sd もさほど大きくない。ただし、母数推定がうまくいかないことが、 $N = 40, 60, 80, 100$ に対して、それぞれ 12, 8, 4, 2 % の割合で起こる。この点から言えば、 $N \geq 60$ では PWM 法が良い (若干偏りは大きい RMSE が小さい)。 $N \geq 80$ では最小二乗法 (Hazen) が良い。

表 3: 100 年確率降水量の Bias の小さい順位 (三母数対数正規分布)

母数推定法	N=10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	200	500
最尤法	10	8	8	7	7	7	4	4	5	4	5	5
最小二乗法 (Hazen)	7	7	9	8	8	8	5	5	6	5	4	3
最小二乗法 (Weibull)	9	9	10	9	9	10	9	9	10	9	8	8
積率法 (標本歪)	4	4	6	4	4	6	7	7	8	7	7	7
積率法 (不偏歪)	2	3	3	3	3	5	6	6	7	6	6	6
積率法 (B-R 歪)	3	5	2	2	1	1	1	2	3	2	3	2
石原・高瀬法	1	2	1	1	1	2	2	1	2	1	1	4
PWM 法	6	6	7	6	5	4	3	3	4	3	2	1
岩井改良法	5	1	4	5	6	9	8	8	9	8	10	10
Sextile 法	8	10	5	10	10	3	10	10	1	10	9	9

3. N が 100 を超えると, RMSE で見ると, 最小二乗法 (Hazen), 最尤法が良い。PWM 法, 積率法 (B-R 歪), 石原・高瀬法は, Bias は小さいが, Sd が最小二乗法 (Hazen), 最尤法に比べて若干大きい。

小標本で積率法が良い理由の一つに標本統計量の algebraic boundedness があると思われる。積率法は資料から求めた平均, 分散, 歪係数を用いる。特に, 歪係数は標本の大きさ (データ数) N に依存する上限, 下限があることを Kirby が理論的に導出して, algebraic boundedness と命名した⁷⁾。歪係数 C_s の algebraic boundedness は,

$$-\frac{N-2}{\sqrt{N-1}} < C_s = \frac{1/N \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^3}{\hat{\sigma}^3} < \frac{N-2}{\sqrt{N-1}} \quad (3)$$

で与えられる。ここに, $\bar{x}, \hat{\sigma}$ はそれぞれ標本平均, 標本標準偏差である。この式から N が小さくなると, C_s の変動する範囲は小さくなることがわかる。この結果として, 母数推定値, 確率水文学の変動, すなわち RMSE が小さくなる。積率法の Bias を見ると, 標本歪係数, 不偏歪係数を用いたとき Bias が常に負で比較的大きい値であるが, Bobée-Robitaille の補正式や石原・高瀬法によれば, その Bias がかなり補正される。

RMSE を評価規準とする場合の問題点について言及しておこう。母数推定法により, Bias は大きい Sd はかなり小さい場合と, Bias, Sd のどちらもある程度小さい場合の二つがある。前者は, たとえば, 岩井改良法であり, 後者は N が大きいときの最小二乗法, 最尤法である。RMSE により母数推定法を比較するとき, この点に留意する必要がある。表 1 から, 岩井改良法は常に RMSE の評価は優れているが, 約 9mm 程度の負の Bias があり, 確率水文学を危険側に評価してしまうことになる。逆に, 最小二乗法, 最尤法はわずかに正の Bias があり, 確率水文学を安全側に評価する。

4. Gumbel 分布への適用

Gumbel 分布の確率密度関数は次式で与えられる。母数は α と u である。

$$f(x) = \alpha \exp[-\alpha(x-u) - \exp\{-\alpha(x-u)\}] \quad (4)$$

Gumbel 分布の母数推定法を比較評価した研究には, Lowery and Nash, Lettenmaier and Burges, Raynal and Salas, Phien, Jain and Singh などがある⁸⁾。ここでは, 最尤法 (最適化手法により最尤推定値を求める), 最小二乗法 (最適化手法による; Weibull 公式, Hazen 公式の両方を考慮), 積率法 (二次までの積率 (平均と不偏分散) を用いる), PWM 法⁹⁾, 最大エントロピー法¹⁰⁾ (最適化手法による⁸⁾) の 6 種の母数推定法を比較評価する。

母分布を $\alpha = 0.04, u = 77.0$ として数値実験を行った。表 4 に 100 年確率降水量の期待値, RMSE を示す。この表から以下のようなことが言える。

1. RMSE は, N の大きさにかかわらず, 最尤法, 最大エントロピー法, PWM 法, 積率法の順に良い。
2. Bias は, $N \leq 20$ のとき 積率法, $30 \leq N$ のとき PWM 法が最も小さいが, 最大エントロピー法, 最尤法との差はあまりない。
3. 小標本では PWM 法または積率法が良く, N が 100 程度以上になると最尤法が良い。Gumbel 分布の場合, 最小二乗法を用いるメリットはない。

表 4: 標本の大きさ N と 100 年確率降水量の期待値, RMSE の関係 (Gumbel 分布; 真値 192.00)

母数推定法	$N = 10$	$N = 20$	$N = 30$	$N = 50$	$N = 70$	$N = 100$	$N = 200$	$N = 500$	$N = 1000$
歪: 平均値 標準偏差	0.6275 (0.4328)	0.7646 (0.5028)	0.8366 (0.5064)	0.9244 (0.4944)	0.9695 (0.4555)	1.0156 (0.4194)	1.0748 (0.3341)	1.1104 (0.2331)	1.1250 (0.1714)
最尤法	184.31 (33.27)	187.59 (23.49)	189.13 (18.72)	190.31 (14.41)	190.85 (12.14)	191.88 (9.94)	191.50 (7.11)	191.76 (4.49)	191.90 (3.18)
最小二乗法 (Hazen)	282.31 (43.81)	197.20 (30.02)	195.66 (23.94)	194.52 (18.49)	193.87 (15.51)	193.33 (12.61)	192.83 (9.01)	192.37 (5.68)	192.23 (4.02)
最小二乗法 (Weibull)	228.93 (63.72)	213.57 (40.23)	208.04 (30.95)	203.23 (22.90)	200.76 (18.69)	198.71 (14.88)	196.11 (10.19)	194.05 (6.14)	193.22 (4.25)
積率法	192.53 (38.39)	191.00 (27.48)	190.97 (22.36)	191.20 (17.51)	191.30 (14.88)	191.37 (12.17)	191.68 (8.80)	191.82 (5.60)	191.92 (3.99)
PWM 法	196.64 (37.77)	193.15 (26.06)	192.49 (20.83)	192.15 (16.03)	192.03 (13.60)	191.87 (11.00)	191.92 (7.88)	191.93 (4.99)	191.97 (3.57)
最大エントロピー法	187.11 (34.09)	188.87 (24.09)	189.87 (19.23)	190.70 (14.80)	191.06 (12.52)	191.22 (10.10)	191.58 (7.29)	191.80 (4.61)	191.91 (3.28)

表 5: 標本の大きさ N と 100 年確率降水量の期待値, RMSE の関係 (GEV 分布; 真値 191.82)

母数推定法	$N = 10$	$N = 20$	$N = 30$	$N = 50$	$N = 70$	$N = 100$	$N = 200$	$N = 500$	$N = 1000$
歪: 平均値 標準偏差	0.7418 (0.4882)	0.9936 (0.6194)	1.1453 (0.6590)	1.3347 (0.7055)	1.4363 (0.6982)	1.5362 (0.6920)	1.6819 (0.6531)	1.7955 (0.5770)	1.8477 (0.4854)
最尤法	238.88 (159.04)	230.54 (127.57)	213.43 (100.73)	209.04 (85.93)	201.17 (59.77)	199.26 (52.54)	192.45 (19.70)	192.03 (12.22)	191.81 (7.10)
積率法 (標本歪)	93.17 (130.08)	107.35 (118.40)	118.10 (109.55)	132.18 (97.75)	141.88 (88.66)	151.87 (78.34)	170.60 (56.04)	186.07 (26.50)	190.11 (11.46)
積率法 (不偏歪)	108.75 (121.63)	114.93 (113.66)	123.21 (106.07)	135.73 (95.07)	144.54 (86.43)	154.08 (76.23)	171.40 (55.02)	186.25 (26.12)	190.14 (11.45)
PWM 法	208.84 (76.55)	197.32 (53.36)	194.71 (43.18)	193.36 (33.85)	192.68 (28.24)	192.21 (23.03)	192.04 (16.39)	191.82 (10.26)	191.84 (7.30)

5. 一般化極値分布への適用

1955 年 Jenkinson は, 最大値分布に従う変量が, その分布の形式にかかわらず, 次のような累積分布関数で統合的に表されることを示した。母数は, k, α, x_0 の三つである。

$$F(x) = \begin{cases} \exp[-\{1 - k(x - x_0)/\alpha\}^{1/k}], & k \neq 0 \\ \exp[-\exp\{-(x - x_0)/\alpha\}], & k = 0 \end{cases} \quad (5)$$

この分布は, その後, 一般化極値分布 (generalized extreme-value distribution, GEV 分布) と呼ばれ, 1975 年に Natural Environment Research Council によって, イギリス河川の日流量の年最大値の分布に推奨されて以来, イギリスでは水文頻度解析における重要な役割を担っている。母数 $k = 0$ のとき, GEV 分布は Gumbel 分布 (最大値に関する第 I 種極値分布) に一致し, また, $k < 0, k > 0$ に対応する特別な場合が, それぞれ第 II 種, 第 III 種極値分布である。

ここでは, 極値降水量を想定して, 母分布を $\alpha = 20.0, k = -0.1, x_0 = 75.0$ として設定し, 最尤法 (最適化手法により最尤推定値を得る), 積率法 (三次までの積率を用いる; 標本歪, 不偏歪の両方を考慮), PWM 法¹¹⁾ の 4 通りの母数推定法を比較評価する。

結果を表 5 に示す。この表から以下のことが言える。

1. 積率法は、データ数 N が 500 程度以上になってやっと真値に近い値を推定できるようになる。 $N \leq 200$ では、この分布に対しては使いものにならない。
2. 最尤法は $N \leq 100$ の範囲で確率水文量を過大評価する傾向がある。 $N \leq 200$ で、Bias, RMSE とともに小さくなる。 $N = 1000$ のとき RMSE, Bias のどちらについても最尤法が PWM 法より良い結果を与える。
3. $N \leq 500$ のとき PWM 法が常に第 1 位である。 N があまり大きくない場合 ($N \leq 100$ のとき), PWM 法の RMSE は、最尤法の 1/2 以下である。また、Bias は、真値 191.82mm に対して、 $N = 10$ のときでも 17.02mm, $N = 70$ 程度では 1mm 未満になる。PWM 法は GEV 分布に対して極めて優れた方法である。

最尤法の結果があまり良くない理由の一つに、overfitting があると思われる。一般化極値分布は、3 個の母数を持ち、多様な形状の標本に適合し易い柔軟な構造を有しており、これに最適化手法を用いた最尤法を適用すると、標本ごとに良く適合する母数を求めることができるので、かえって確率水文量の推定誤差が大きくなってしまふ。標本サイズ N がかなり大きいとこの問題はなくなる。

6. 結 語

本研究により、実務において慣用されてきた、あるいは、最近になって提案された母数推定法の特徴がかなりの程度明らかにされた。特に、確率水文量の推定精度という観点から、データ数ごとに適切な推定法が明らかとなった。ここでは再現期間 100 年の場合の結果のみを示したが、50 年や 200 年の場合についても同様のことが言える。

参 考 文 献

- 1) Hoshi, K., J.R. Stedinger and S.J. Burges (1984): Estimation of Log-Normal Quantiles — Monte Carlo Results and First-Order Approximations, Journal of Hydrology, Vol. 71, pp. 1-30.
- 2) 宝 馨・高棹琢馬 (1988): 水文頻度解析における確率分布モデルの評価規準, 土木学会論文集, 第 393 号/II-9, pp. 151-160.
- 3) Bobée, B. and R. Robitaille (1975): Correction of Bias in the Estimation of the Coefficient of Skewness, Water Resources Research, Vol. 11, No. 6, pp. 851-854.
- 4) 石原藤次郎・高瀬信忠 (1957): 対数正規分布とその積率による解法, 土木学会論文集, 第 47 号, pp. 18-23.
- 5) 竹内邦良・土屋一仁 (1988): 正規分布および対数正規分布の PWM 解の性能について, 土木学会論文集, 第 393 号/II-9, pp. 103-112.
- 6) 角屋 睦 (1962): 対数正規分布の適用範囲, 定数について, 農業土木研究, 別冊第 3 号, pp. 12-16.
- 7) Kirby, W. (1974): Algebraic Boundedness of Sample Statistics, Water Resources Research, Vol. 10, No. 2, pp. 220-222.
- 8) 宝 馨・高棹琢馬・清水 章 (1989): 極値分布の母数推定法の比較評価, 京都大学防災研究所年報, 第 32 号 B-2, pp. 455-469.
- 9) Landwehr, J.M., N.C. Matalas and J.R. Wallis (1979): Probability Weighted Moments Compared With Some Traditional Techniques in Estimating Gumbel Parameters and Quantiles, Water Resources Research, Vol. 15, No. 5, pp. 1055-1064.
- 10) Jowitt, P.W. (1979): The Extreme-Value Type-1 Distribution and the Principle of Maximum Entropy, Journal of Hydrology, Vol. 42, pp. 23-38.
- 11) Hosking, J.R.M., J.R. Wallis and E.F. Wood (1985): Estimation of the Generalized Extreme-Value Distribution by the Method of Probability-Weighted Moments, Technometrics, Vol. 27, No. 3, pp. 251-261.