

下層密度流の形成領域の乱流モデルによる解析

Analysis of Development Region of Density Underflow by Turbulence Model

長岡技術科学大学工学部 正 員 福嶋 祐介 Yusuke FUKUSHIMA

長岡技術科学大学大学院 学生員 高島 哲雄 Tetsuo TAKASHIMA

The development region of the density underflow is investigated analytically and experimentally. The $k-\varepsilon$ turbulence model is used in the analysis. The basic equations for two-dimensional density underflow are discretized by SIMPLE method. Experiments are carried out in order to find properties of the development region of density underflow. The mean velocities and Reynolds stresses are measured by using Laser Doppler Anemometer. It is found that numerical model can explain well experimental results.

[Key words : density currents, turbulence model, numerical analysis]

1. 序論

密度の異なる周囲流体に密度の異なる流体が流入すると、その流体は周囲流体より重いか、軽いかによって、下層密度流あるいは上層密度流を形成する。流路床に沿って流下する下層密度流は傾斜壁面密度噴流と呼ばれる。このような流れは自然界で多く見られ、また工学的にも重要である。河川の河口付近の塩水くさび、貯水池内の濁水による密度流などは代表的な例である。

福嶋¹⁾は、 $k-\varepsilon$ 乱流モデルを用いたとき、確立領域の傾斜壁面密度噴流が相似解を持つことを示し、広い範囲のレイノルズ数の流れに適用できることを示した。この解析はかなり小さい傾斜角の水平に近い流れにも適用できることが示されている。従って、成層度の大きい流れに対しても $k-\varepsilon$ 乱流モデルの適用が可能である。これに対し流入口から確立領域まで、すなわち、流れの形成領域の特性は充分には明らかにされていない。流れの形成領域の長さは流路床勾配の小さい条件ではかなり長くなることから、この領域の特性を調べることは工学的に重要である。

本研究の目的は、二次元傾斜壁面密度噴流の形成領域の特性を理論的、実験的に明らかにすることである。このため、 $k-\varepsilon$ 乱流モデルを用い、SIMPLE法により方程式を離散化し、数値解析を行う。また、レーザードップラー流速計とサイフォン採水により二次元傾斜壁面密度噴流の形成領域の流速分布、密度分布、レイノルズ応力分布等を測定し、数値モデルの妥当性を調べ、二次元壁面密度噴流の形成領域の特性を調べる。

2. 二次元壁面密度噴流の基礎方程式

図1のように静止した密度 ρ_0 の流体中に、これより大きな密度を持つ流体が流入する場合を考える。流れは二次元、定常、非圧縮であり、充分に発達した乱流であるとする。 u, w はそれぞれ、 x, z 方向の流速成分である。このとき、流れの連続式、 x, z 方向の運動方程式、塩分濃度 c （あるいは温度差、濁質などの密度差の原因となるスカラー量）の拡散方程式、乱流エネルギー k 、分子粘性逸散率 ε に対する方程式は次のようになる。

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} \left\{ u^2 - (\nu + \nu_t) \frac{\partial u}{\partial x} \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \{ uw - (\nu + \nu_t) \frac{\partial u}{\partial z} \} = Rcg \sin \theta$$

$$+ \frac{\partial}{\partial x} \int_z^h (Rc \, dz) g \cos \theta - \frac{\partial h}{\partial x} g \cos \theta - \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x} (\nu_t \frac{\partial u}{\partial x}) - \frac{\partial}{\partial z} (\nu_t \frac{\partial w}{\partial x}) \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}\{uw - (\nu + \nu_t)\} + \frac{\partial}{\partial z}\{w^2 - (\nu + \nu_t)\} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p''}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial x}(\nu_t \frac{\partial u}{\partial z}) + \frac{\partial}{\partial z}(\nu_t \frac{\partial w}{\partial z}) \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}\{uc - (\frac{\nu_t}{\sigma_t} + D) \frac{\partial c}{\partial x}\} + \frac{\partial}{\partial z}\{c(w - v_s) - (\frac{\nu_t}{\sigma_t} + D) \frac{\partial c}{\partial z}\} = 0 \quad (4)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}\{uk - \frac{\nu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x}\} + \frac{\partial}{\partial z}\{wk - \frac{\nu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial z}\} = \nu_t (\frac{\partial u}{\partial z})^2 + Rg \cos \theta \frac{\nu_t}{\sigma_t} \frac{\partial c}{\partial z} - \epsilon \quad (5)$$

$$\frac{\partial}{\partial x}\{u\epsilon - \frac{\nu_t}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial x}\} + \frac{\partial}{\partial z}\{w\epsilon - \frac{\nu_t}{\sigma_\epsilon} \frac{\partial \epsilon}{\partial z}\} = c_{1\epsilon} \frac{\epsilon}{k} \{\nu_t (\frac{\partial u}{\partial z})^2 + (1 - c_{3\epsilon}) Rg \cos \theta \frac{\nu_t}{\sigma_t} \frac{\partial c}{\partial z}\} - c_{2\epsilon} \frac{\epsilon^2}{k} \quad (6)$$

ここで、 ν は動粘性係数、 ν_t は渦動粘性係数、 R は
 相対密度差と塩分濃度の比、 g は重力加速度、 θ は水路
 の傾斜角、 D は塩分の分子拡散係数、 v_s は清水中での濁
 質の沈降速度、 σ_t は乱流シュミット数である。式(4)、
 (5)、(6)の中で、 C_μ 、 σ_k 、 σ_ϵ 、 $C_{1\epsilon}$ 、 $C_{2\epsilon}$ 、 $C_{3\epsilon}$ 、
 σ_t はモデル中の数値定数であり、表1の標準値を用いる。
 式(1)、(2)中の p'' は静水圧からの差圧である。

これらの式が $k-\epsilon$ 乱流モデルを用いたときの二次元の
 成層密度流の基礎方程式である。

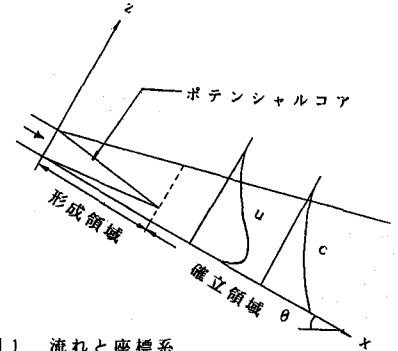


図1 流れと座標系

表 1

C_μ	$C_{1\epsilon}$	$C_{2\epsilon}$	$C_{3\epsilon}$	σ_t	σ_k	σ_ϵ
0.09	1.44	1.92	1.0	0.8	1.0	1.3

3. 数値計算方法

数値計算を行うためにPatankar²⁾の手法により、基礎方程式を離散化する。計算領域は、壁面および流入部を辺とする長方形とする。

境界条件は次のようである。

流入部

流入部では u 、 c 、 k に実験から得られた値を用いる。 ϵ については k と ν_t の実験値から逆算した値を用いた。
 また、 w と圧力補正量 p' はつぎのようにする。

$$w = 0 \quad (7a) \quad p' = 0 \quad (7b)$$

流出部

流出部では流れは一方方向性であると仮定し、 u 、 c 、 k 、 ϵ については一つ前の格子点の値と等しいとする。
 流れは一方方向性であるから、

$$w = 0 \quad (8a)$$

従って、

$$p' = 0 \quad (8b)$$

底面(壁面)

壁面では壁関数法³⁾を用いる。また、壁に直交する流速成分、および相対密度差のフラックスが零になる。
 すなわち、

$z = z_0$ で

$$\frac{u_0}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \frac{z_0 u_*}{\nu} + A_s \quad (9a)$$

$$\frac{\partial c}{\partial z} = 0 \quad (9b)$$

$$\frac{k}{u_*^2} = \frac{1}{\sqrt{C_\mu}} \quad (9c)$$

$$\epsilon = \frac{u_*^3}{\kappa z_0} \quad (9d)$$

$$w = 0 \quad (9e)$$

ここで、 κ はカルマン定数、 u_* はマサツ速度、 $A_s (=5.5)$ は定数である。

上部界面

上部界面では u 、 w 、 c 、 k 、 ϵ の勾配が零である。さらに

$$p' = 0 \quad (10)$$

とする。

4. 実験方法

実験は図2に示すような幅30cm、深さ100cm、水平方向180cmの亚克力板製水槽に、水平に対して30度になるように傾斜板を設置し、傾斜板上に幅8.5cmの水路を設け、水槽に真水を満たし、傾斜板上のスロットから食塩水を放出して行った。スロットは、長さ50cm、噴出部40.0mm x 82.5mm = 33.0cm²の長方形である。噴出部の断面平均流速 $u_0 = 16.66$ cm/s、初期相対密度差 $\epsilon_0 = 0.0081$ である。速度は二成分レーザードップラー流速計で測定し、AD変換器を用いて、データをパソコンで読み込んだ。相対密度差の測定はサイフォン採水により行った。

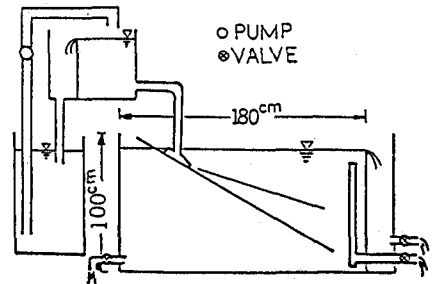


図2 実験装置

5. 実験および数値計算結果の比較

図3に実験結果と数値計算結果を比較して示す。横軸が流下距離、縦軸が壁面からの距離である。丸印が実験値、実線が計算値を示している。各縦軸の右側が正、左側が負の値である。図3(a)は平均流速分布、図3(b)は相対密度差の分布、図3(c)はレイノルズ応力の分布、図3(d)は渦動粘性係数の分布、図3(e)は乱流運動エネルギーの分布を表している。平均流速の計算値は実験値と良好に一致している。相対密度差の分布は、流下距離が小さい範囲では計算値と実測値との一致はよいが流下距離が大きくなると実験値が計算値に比べて大きくなる傾向を示す。この原因は水槽内に生じた弱い逆流のためと考えられる。乱れ特性量は平均量に比べて測定値の精度が悪いことが予想される。このことを考慮して、図3(c)から図3(e)を見てみる。図3(c)のレイノルズ応力の実測値は、スロットの出口付近でかなりのばらつきがあり、計算値との一致も余りよくない。しかし、流下距離が大きくなると、計算値と実測値の一致がかなりよくなるようにみえる。図3(d)の渦動粘性係数の分布は、実測値と計算値がかなり良好に一致しているといえよう。図3(e)の乱流エネルギーの分布は、実測値が全般にわたって計算値より大きくなっている。この理由は必ずしも明かではないが、本実験がかなり小さい水槽で行われたためとも考えられる。以上より判断して、流れの形成領域の範囲は、 $x=20-25$ cmで在ると判断される。これは $x/D=4-5$ に相当し、R

ajaratnam⁴⁾が二次元壁面噴流で求めた $x/D = 6.1-6.7$ に比べて少し小さいが、ほぼ同程度と見なすことができる。ここで D はスロットの高さである。このように $k-\epsilon$ 乱流モデルでは傾斜壁面密度噴流の形成領域をかなり良好に説明できる。しかしながら、今回の解析は、 $\theta = 30^\circ$ というかなり傾斜角が大きく密度勾配の小さな領域の計算であり、更に密度勾配の大きな場合の適合性については更に検討する必要がある。

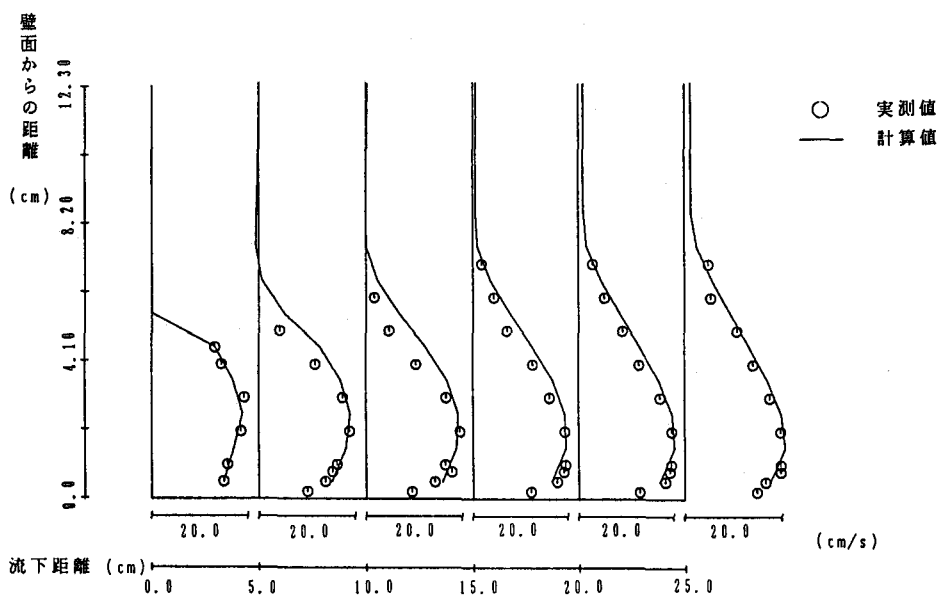


図3 (a) 速度 u の分布

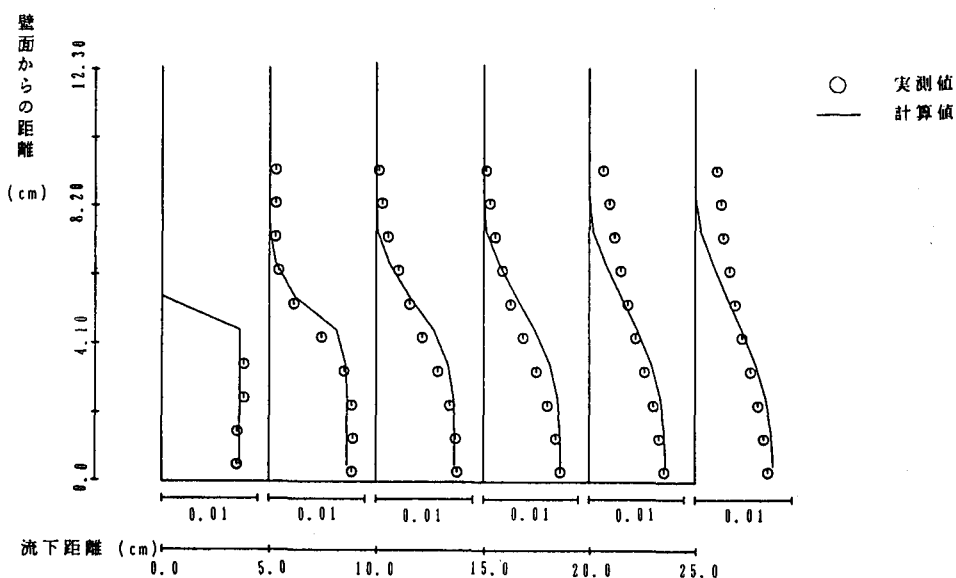


図3 (b) 相 対 密 度 差 の 分 布

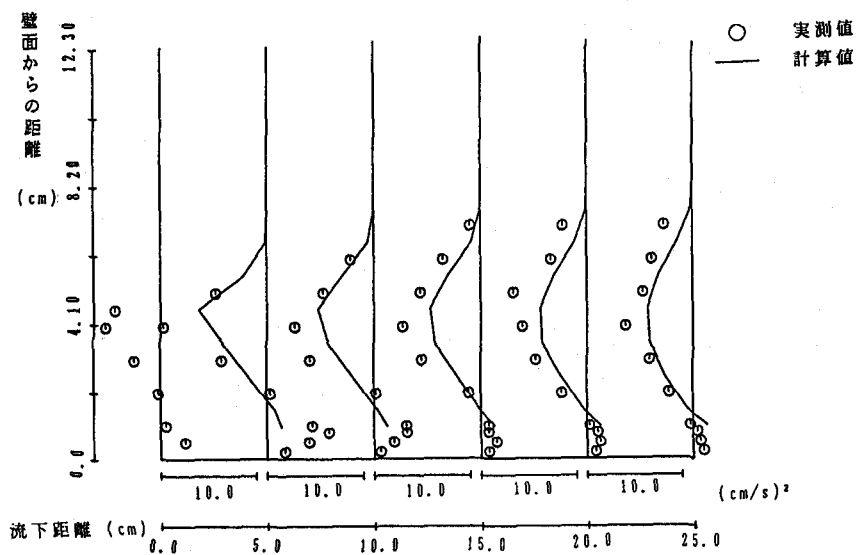


図3 (c) レイノルズ応力の分布

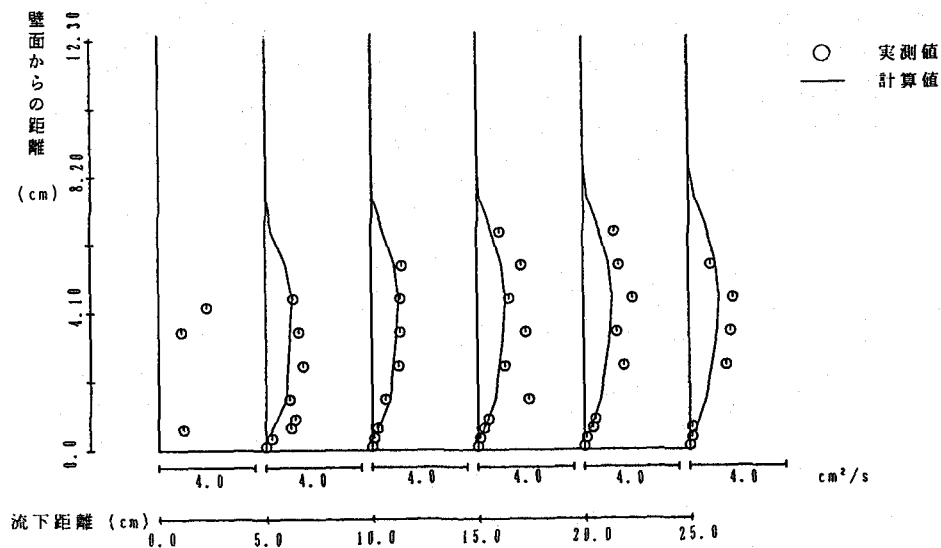


図3 (d) 渦動粘性係数の分布

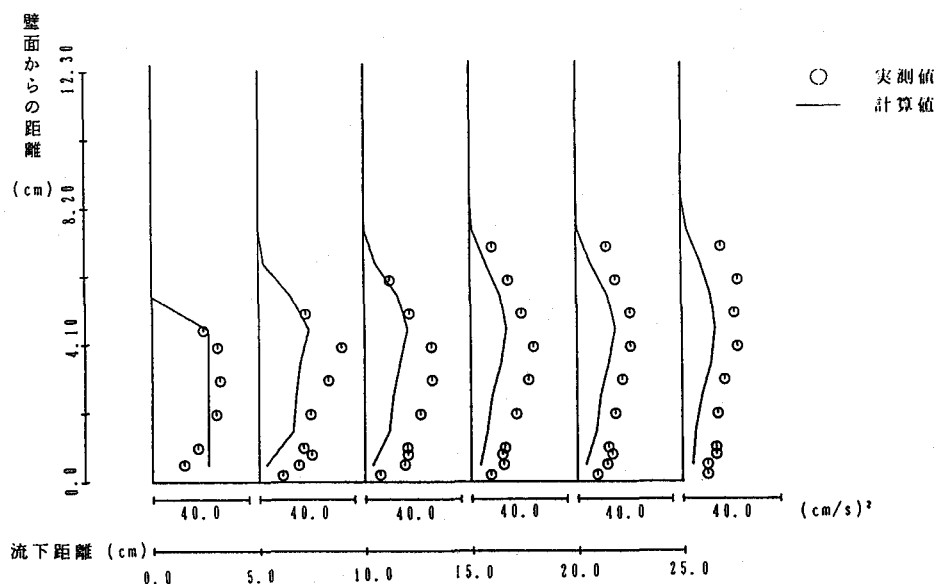


図3 (e) 乱流エネルギーの分布

6. 結論

本研究は、 $k-\varepsilon$ 乱流モデルを用いた数値計算と二成分レーザードップラー流速計を用いた実験により下層密度流の形成領域の流速分布、相対密度差分布、レイノルズ応力分布等の特性を明らかにした。その結果、 $\theta = 30^\circ$ という密度効果の小さい場合の下層密度流の形成領域に対して $k-\varepsilon$ 乱流モデルの妥当性が確かめられた。今後、更に傾斜角が小さく密度効果の大きい場合の傾斜壁面密度噴流についても検討を行う必要がある。

最後に、実験に協力された本学建設系吉原健技官、大学院渡辺政美君に謝意を表する。

7. 参考文献

- (1) 福嶋祐介：乱流モデルによる傾斜壁面密度噴流の解析、土木学会論文集、第399号/II-10, pp. 65-74, 1988.
- (2) Patankar, S. V. (水谷幸夫、香月正司訳)：コンピューターによる流れと熱移動の数値解析、森北出版、1985.
- (3) Rodi, W.: Turbulence Models and Their Application in Hydraulics, State of the Arts paper, IAHR, 1980.
- (4) Rajaratnam, N. (野村安正訳)：噴流、森北出版、1980.