

流砂の非平衡の論理とその応用

Non-Equilibrium Sediment Transport

金沢大学 工学部	辻 本 哲 郎	Tetsuro TSUJIMOTO
北海道大学工学部	森 明 巨	Akinori MORI
徳島大学 工学部	岡 部 健 士	Takeshi OKABE
九州大学 工学部	大 本 照 憲	Terunori OHMOTO

Transient process of sediment transport is one of currently fascinating research topics in fluvial hydraulics. Direct effects of flow unsteadiness or/and nonuniformity and indirect effect due to "relaxation process" take place on transient process of sediment transport, but they are different each other in the mechanism as well as the effect itself. A convolution-integral model with an impulse response is effective as a perspective framework of describing a relaxation process.

Although a lag distance of bed-load motion is short, it plays an important role on small scale phenomena and on instability of bed undulation and bed-surface composition. With development of sand waves and sorting process, the lag of bed-load motion becomes the order of flow depth. The adaptation length of non-equilibrium suspended sediment transport as for not only transport rate but also concentration profile often reaches a hundred times flow depth. Furthermore, the transformation process of bed configurations is also a typical example of "relaxation processes".

Keywords: non-equilibrium sediment transport, transient process, relaxation, impulse response

1. 序 論

移動床流路においては流れの変化に対する流砂や移動床過程の応答の遅れに起因して流砂の非平衡が出現してしばしば移動床現象に大きな影響を与える。にもかかわらず、様々な種類・スケールの非平衡が存在し、またそれらが重畳するためケースバイケースで扱われたり、また条件によっては、複雑な非平衡の概念を持ち込まないで済ませられる場合もあり、移動床現象の非平衡過程の記述方法について何らかの整理をしておくことが大事であるように思われる。

河床材料と流れの条件が与えられると“平衡な”流砂量が存在し、充分長い一様な条件の水路では流砂量がこれに等しくなる。しかしながら一般に流砂の境界条件が様々であったり水理条件が場所的、時間的に変化するなど流砂現象を取りまく環境が非一様であるためこのような平衡状態が出現しないことも多い。また流砂量は河床の“有効”掃流力の関数として表されるものであるにもかかわらず、便宜的に水深や平均流速の関数として表されている場合これらと“有効”掃流力の間の関係の非一対一対応も見かけ上出現し、これらが移動床過程に固有の遅れ特性と混在する場合も多い。こうした点に鑑み、最近では空間的・時間的に非一様な場での流砂過程が注目を浴びようになり、各種の移動床水理学に関する国際シンポジウムの主要課題に選ばれたりそうした場でいくつかの（非定常・不等流効果と非平衡性の重要性を指摘する）啓蒙的な論文の発表がみられる（Jain 1987, Di Silvio 1987, Klaassen 1988, Yen 1988）。

とくに流砂機構や移動床過程に内在する遅れについては緩和過程という概念が有効であり、こうした骨組みをもとにした移動床に現われる主要な非平衡現象の機構とその記述、それに必要なパラメータの評価が検討されている。本論文では、空間的・時間的に非一様な場での流砂過程から、とくに流砂機構や移動床過程に内在する遅れをまず抽出し、その緩和過程としての記述を流砂、移動床現象の機構と関連づけて検討する。

2. 緩和過程の記述

移動床現象における従属変数（例えば流量），独立変数（水理条件などを表す一つのパラメータ）をそれぞれ Φ , Ψ と表す。これらは時間又は空間（ ζ で表す）の関数である。もっとも移動床過程においては緊密な相互作用系が形成されているための変数も厳密には必ずしも独立変数と言えないが，ここでは記述上の問題とする。すなわち Ψ の時間的又は空間的変動に対し Φ がそれに対応しようとして応答する状況を考える。最も単純な例として図-1 に示すように Ψ の矩形状変化を考えると，先に述べたような（例えば河床波が成長するのに時間がかかるというような）遅れ機構のため Φ の変化 ($\Phi_R(\zeta)$) は“緩和”過程を示す。遅れを経て漸近的に収束した Φ が新しい Ψ に対する平衡値でそれに至るまでの過程が非平衡状態である。すなわち Ψ が Ψ_1 から Ψ_2 に急変したとき， Φ が Ψ_1 に対する平衡値 Φ_1 から Ψ_2 に対する平衡値 Φ_2 に遅れをもって対応する過程である。 Φ のこのような挙動はしばしば次のような指数関数で近似的に表現される。

$$\Phi_R(\zeta) - \Phi_1 = (\Phi_2 - \Phi_1) \exp(-\zeta/\Lambda_R) \quad (1)$$

ここで， Λ_R は緩和過程の時間的又は空間的スケールということができよう。新たな平衡値への適応という意味から例えば Φ_1 と Φ_2 の差の90%あるいは99%達成されるのに要する距離又は時間をもって adaptation length(time) を定義する (Kessens et al. 1979, Di Silvio & Armanini 1981) こともある。これは， Λ_R の3から5倍程度となる。式 (1) は次のようにも書き換えられる。

$$d\Phi/d\zeta = (\Phi_e - \Phi)/\Lambda_R \quad (2)$$

すなわち， Φ の変化率が，その時点の Φ とその平衡値の差に比例する（線形）という“近似”である。ここに添字 e は平衡状態の値を示す。このように Ψ の矩形状変化に対する Φ の応答挙動が定式化されれば， Ψ の変化に対する Φ の応答に対するインパルス応答 $g_R(\zeta)$ は次のようにして求められ，とくに Φ_R が式 (1) のような指数式で表されている場合，式 (3) の最右辺のように表される。

$$g_R(\zeta) = (d\Phi_R/d\zeta)/(\Phi_2 - \Phi_1) = (1/\Lambda_R) \exp(-\zeta/\Lambda_R) \quad (3)$$

このようにインパルス応答が定式化されると，任意の Ψ の変動に対する Φ の応答を次式のような畳み込み積分によって記述することができる。

$$\Phi(\zeta) = \int_0^{\infty} \Psi(\zeta - \varepsilon) g_R(\varepsilon) d\varepsilon \quad (4)$$

式 (2) は指数型のインパルス応答と対応しているが， $d\Phi/d\zeta$ は必ずしも $(\Phi_e - \Phi)$ と線形関係になく，非線形の場合がより現象の説明に有効である場合も少なくなく（第6章の河口砂州の例を参照），こうした場合はそれに応じたインパルス応答を求めればよい。

流量だけでなく例えば河床粗度の急変による Reynolds 応力の変化も近似的にこのような緩和過程として表現が可能であり（図-2 参照：Jacobs 1936 のデータを式 (1) タイプで表現したもの），こうした近似式を用いると様々な河床条件下での Reynolds 応力の空間分布ならびに流速分布の概要を推定できることになる。Reynolds 応力の緩

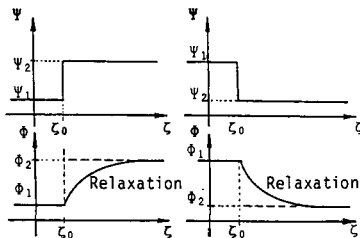


図1 緩和過程

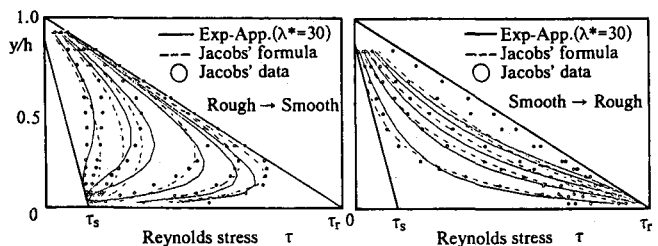


図2 粗度急変部における Reynolds 応力の緩和

和の例でわかるように機構を支配する運動方程式から原理的にインパルス応答は求められるのであるが、様々な条件への適用を考えると、上述のシナリオのように矩形状の入力変化に対する応答を理論又は実験によって求めてから式(2)あるいは(3)と(4)を適用していくのが有効な手段と考えられる。

簡単な例として Ψ が次式のように微小振幅で正弦波状に変動する場合の Φ の応答を考える。

$$\Psi(\zeta) = \Psi_0(1 + a_\Psi \sin \kappa \zeta) \quad (5)$$

ここに、 Ψ_0 : Ψ の平均値、 $a_\Psi \Psi_0$: Ψ の変動振幅、 κ : 角波数または角周波数である。これを式(4)に代入して整理すると、次のようになる。

$$\Phi(\zeta) = \Phi_0[1 + r_\Phi a_\Psi \sin(\kappa \zeta - \phi)] \quad (6)$$

ただし、 Φ_0 は Ψ_0 に対する平衡値、 $r_\Phi a_\Psi \Phi_0$: Φ の変動振幅、 ϕ : Φ の変動の Ψ に対する位相遅れで、これらは次式のように求められる。

$$r_\Phi = 1/\sqrt{1 + (\kappa \Lambda_R)^2}; \quad \sin \phi = \kappa \Lambda_R / \sqrt{1 + (\kappa \Lambda_R)^2}; \quad \cos \phi = 1/\sqrt{1 + (\kappa \Lambda_R)^2} \quad (7)$$

求められた位相差は常に第1象限に属する。このように位相遅れが出現することが緩和過程の特徴で、 Ψ と Φ の関係は、 Ψ ~ Φ 面で平衡状態に対する Ψ ~ Φ 関係の周りにループを描くことが示され(楕円の方程式が決まる)、Allen (1974)らが指摘するようなヒステレシスの出現が記述される(中川・辻本 1981)。

3. 流れの非定常性・不等流性の効果と非平衡効果

一般に流れの変化は流砂量の変化をもたらすが、流れの強さ(Ψ)が時間的に又は空間的に変化しているときその時間又は空間微係数($d\Psi/dt, d\Psi/dx$)が流れの強さと流砂量の関係に対し新たなパラメータとして加わることが予想されるし、また前章で述べた“非平衡性”(移動床現象固有の緩和特性)も重量する。いま簡単のため流れの非定常性又は不等流性の“直接効果”と緩和過程による“間接的效果”の本質的相違を考えるため、次式のように正弦波状に変動する Ψ が与えられたときの Φ の変動について、これらのいずれかのみが卓越する場合を想定して両者を比較する(辻本・グラフ 1988)。

$$\Psi(x, t) = \Psi_0[1 + a_\Psi \sin(\omega t - \kappa x)] \quad (8)$$

ここに、 ω : 角周波数、 κ : 角波数であり、また $a_\Psi \Psi_0$: Ψ の振幅とする。

まず、非定常・不等流条件下でも平衡状態の Ψ ~ Φ 関係が成り立つとすると、式(8)で表される Ψ の変動に対する Φ の挙動は次式で表される。

$$\Phi(x, t) = \Phi_0[1 + \beta a_\Psi \sin(\omega t - \kappa x)] \quad (9)$$

ここに、 β は $(d\Phi/d\Psi)_0(\Psi_0/\Phi_0)$ のように流砂量式(Ψ ~ Φ 関係式)によって Ψ_0 に対して評価される。このとき流砂量の変動は流れの変動と同位相である。

線形近似を用いると、非定常流の直接的効果を受けた場合の Ψ ~ Φ 関係は形式的に次のように書ける。

$$\Phi(x, t) = \Phi_0\{1 + \beta[(\Psi'/\Psi_0) + p_1 h(\partial\Psi/\partial x) + (p_2 h/u_{*0})(\partial\Psi/\partial t)]\} \quad (10)$$

ここに、 h : 水深、 u_* : 摩擦速度であり、添字0は平衡状態の値、'はそれからの振動を示す。また、 p_1, p_2 は非定常流れの運動方程式(と砂の運動方程式)から Ψ_0 の関数として定められる。このとき Ψ の正弦波状の変動に対する Φ の応答は、

$$\Phi(x, t) = \Phi_0[1 + \alpha_1 \beta a_\Psi \sin(\omega t - \kappa x - \phi_1)] \quad (11)$$

のように表され、ただし、

$$\alpha_1 = \sqrt{1 + \lambda_0^2}; \quad \phi_1 = \arctan \lambda_0; \quad \lambda_0 = \kappa p_1 - \omega p_2 / u_{*0} \quad (12)$$

となる。この結果の概要は、図-3に示されるように平衡状態の流砂量式を適用した場合(式(9))に比べ、振幅の増加と位相のずれとして特徴づけられる。位相ずれはパラメータ p_1, p_2 に依存して(よって Ψ_0 に依存して)

正にも負にもなる。こうした例としては、礫を用いて急勾配水路において非常に短いハイドログラフに対して掃流砂量の時間的変動を実測した Graf & Suszka (1985) のデータがあげられる (図-4)。

一方、緩和過程が卓越する場合を考える。すなわち系のインパルス応答が式 (3) で表されるとすると、 Ψ の式 (8) のような変動に対する Φ の応答挙動は、

$$\Phi(x,t) = \Phi_0 [1 + \alpha_2 \beta \alpha \psi \sin(\omega t - \kappa x - \phi_2)] \quad (13)$$

のようになり、ただし、

$$\alpha_1 = 1/\sqrt{1 + (\kappa \Lambda_R)^2}; \quad \phi_1 = \arctan(\kappa \Lambda_R) \quad (14)$$

である。この結果は図-5に示すように振幅の減少と位相遅れとなって現われる。このような性状は砂を用い比較的緩勾配で、 Ψ の時間・空間微分の小さい緩やかなハイドログラフのもとで、それゆえ河床波の変形を許した条件で掃流砂量変動を実測した Phillipps & Sutherland (1985) のデータ (図-6) に認めることができる。

以上に示されたように、流れが変化する場での流砂量の挙動は、流れの非定常性・不等流性の効果と非平衡性効果の2つの相異なる機構によっており、両者は性状も機構も異なることに注意しなければならない。図-4, 6 の例ではこれらのどちらかが卓越して出現しているが、一般にはこれらは重畳する。

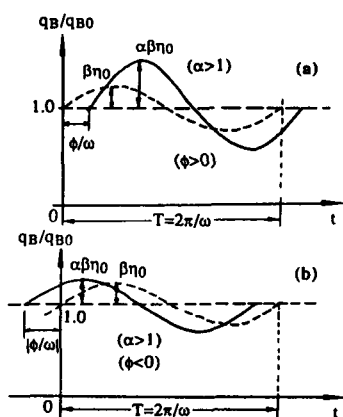


図3 掃流砂量に及ぼす非定常効果

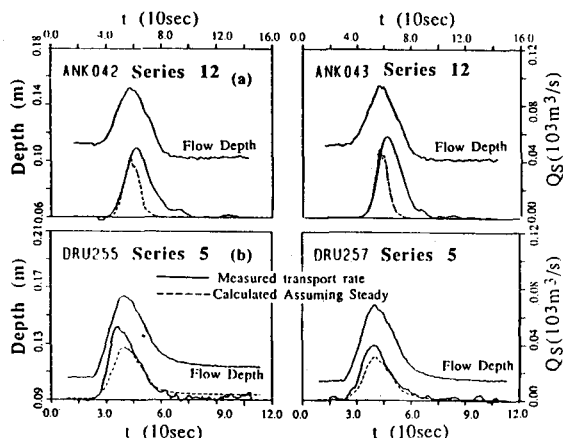


図4 流れの非定常効果の現われた実験データ

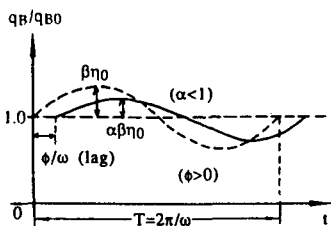


図5 掃流砂量に及ぼす非平衡効果

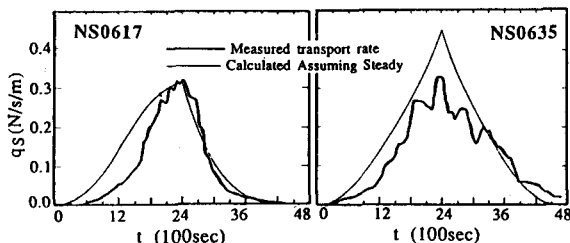


図6 非平衡効果の現われた掃流砂実験データ

4. 掃流機構における非平衡性

流砂過程は、一般に河床からの砂粒の離脱（ピックアップ）と落下（あるいは河床への停止）の2つの素過程からなっており、場所的に変化する流砂量 $q_B(x)$ について、それらの単位時間・単位面積当りの離脱・落下体積をそれぞれ E , D と表すとき質量保存則より次の式が書ける。

$$dq_B/dx = D(x) - E(x) \quad (15)$$

この式によると E はその地点の流れの強さに対応して決まるが、 D はその点での流砂量に関係するだろうから、ある地点の流砂量は上流側の影響を受けていることがわかる。すなわち流砂量には緩和機構あるいは非平衡性が内在している。河床におけるピックアップレイト（単位時間当りの離脱確率密度）を p_s とすると、 E は、

$$E = (A_3/A_2)p_s d \quad (16)$$

と表され（ A_2, A_3 ：砂の形状係数、 d ：砂粒径）、また D を掃流砂の平均ステップレングス Λ を用いて $q_B(x)/\Lambda$ のように類推すると、 q_B についての（非同次）常微分方程式が得られ（椿・斎藤 1966, 林・尾崎 1980）、非平衡掃流砂式のひな形が得られる。

$$dq_B/dx = q_B/\Lambda - (A_3/A_2)p_s d \quad (17)$$

平衡流砂量 q_{Be} が $(A_3/A_2)p_s \Lambda d$ と書けることを用いると、上式は次式のようにも表されるが（式（2）に相当）、福岡・山坂（1983）は直感的にこの形式で非平衡流砂量式を書いている。

$$dq_B/dx = [q_{Be} - q_B(x)]/\Lambda \quad (18)$$

中川・辻本（1980）はピックアップレイトとステップレングスからなる掃流砂モデル（stochastic model）のより忠実な適用から次の非平衡掃流砂量式を得ている。

$$q_B(x) = (A_3/A_2)d \int_0^\infty p_s(x-\varepsilon) \int_\varepsilon^\infty f_X(\xi) d\xi d\varepsilon \quad (19)$$

ここに $f_X(\xi)$ ：ステップレングスの確率密度関数であり、上式は式（17）を満足する。式（19）を緩和過程を表す一般式（4）と比較すると、ピックアップレイトと掃流砂量の関係に対するインパルス応答が次式のようにステップレングスの分布関数となっていることがわかる。現象論的にはステップレングスによって上流側の流砂状況が下流に伝達されていることになる。

$$g_R(\varepsilon) = (A_3/A_2)d \int_\varepsilon^\infty f_X(\xi) d\xi \quad (20)$$

非平衡流砂則は本来、 dx 間の質量保存則（式（15））と運動量（あるいはエネルギー）保存則から定められるのが正しいが、流砂の存在密度が著しく高くない限り、流砂の運動特性のうちピックアップレイトやステップレングスなどは平衡状態にある流砂のそれと変わらないものとしてよいだろう（後述の実験結果図-9, 11を参照）から、平衡状態の流砂の議論（運動量保存則の適用）によってこれらを推定できるものとする。 dx 間の流砂の持つ運動量の変化を表す式は、非平衡状態でも流砂の粒子速度が一定（後述の図-11参照）とすると式（15）と全く一致し何ら新しい情報を提供してくれない。すなわち、流砂の運動量の増加は流れの方から補給されているはずである。しかしながら、同じ粒径の砂で構成される平坦河床上の流れの抵抗が固定床と移動床でどれほど違うかは明確でないなど、流れの相をも取り込んだ保存則の適用では議論がはやけてしまう。芦田・道上（1972）は、Bagnold（1957）の理論をもとに、せん断応力を流体の受け持つ分と流砂の受け持つ分に分けており、長谷川（1981）はこうした考えから非平衡状態のピックアップレイトの変化を推測しているが、後述の実験結果（図-10b）ではその変化は有意ではない。流体と流砂の2相に対して運動量保存則を適用した議論としては、Parker（1975）の非平衡流動層の考え方があがるが、後述する砂面の不安定性の出現の説明などに対し、必ずしも掃流過程の非平衡性の表現に成功しているとは言いがたい。

中川・辻本（1980）によるとピックアップレイトは次のように局所無次元掃流力 τ_* と関係付けられる。

$$p_{s*} = p_s \sqrt{d/(\alpha p - 1)g} = F_0 \tau_* (1 - k_2 \tau_{*c}/\tau_*)^m \quad (21)$$

ここに、 $\tau_* = u_*^2 / [(\alpha p - 1)gd]$ ：無次元掃流力、 αp ：砂の比重、 g ：重力加速度、また実験定数は次のように決められている $F_0 = 0.03$, $k_2 = 0.7$, $m = 3$ 。またステップレングスは、平坦河床においては平均値を粒径の 80-250 倍

程度とする指数分布に従うことが明らかにされている。ステップレングスが指数分布するとき限り、式(19)は式(17)、(18)とも一致する。ピックアップレート推定式が力学的に合理的なモデルにもとづいているのに対し、平均ステップレングスについては、力学的な考察からこれと流れのパラメータを結び付ける適切なモデルが得られていない。ただし前述のように非平衡状態でも平衡状態と同様であるとするなら、非平衡流砂量式(19)の極限として得られる平衡流砂量に従来頻用される流砂量式を適用し、これと式(21)のピックアップレート推定式からの逆算によって評価することができる。

中川ら(1978a)は最も単純な非平衡状態として、固定床に接続する平坦移動床において(図-7)、ピックアップレート、デポジットレート($p_d = D/(A_2 d^2)$)、局所流砂量を16mmフィルム解析によって測定した(固定床と移動床の接続部の河床低下あるいは洗掘が進まないまでに測定を終わらせている)。図-8は局所流砂量が次式のように指数関数的に平衡流砂量に漸近していることを示す。

$$q_B(x) = q_{Be} [1 - \exp(-x/\Lambda)] \quad (22)$$

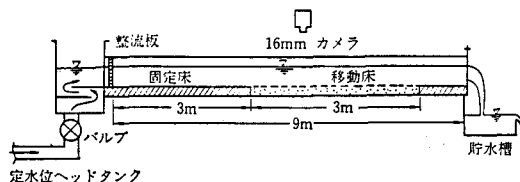


図7 非平衡掃流過程に関する実験

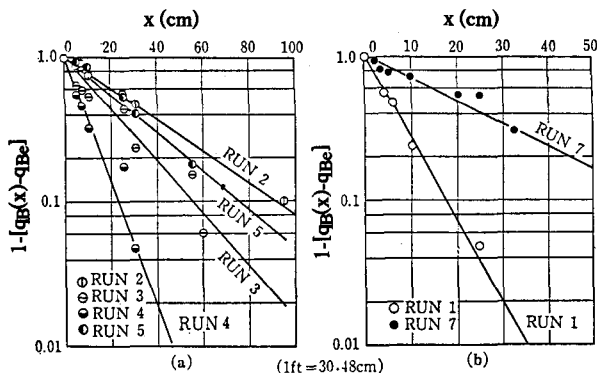


図8 非平衡掃流砂量 (Nakagawa & Tsujimoto)

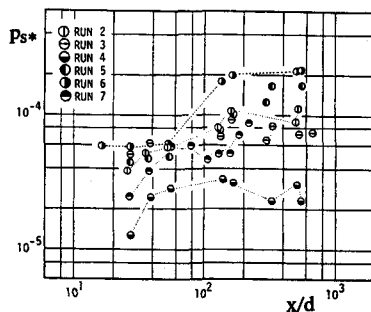


図9 非平衡状態での pick-up rate

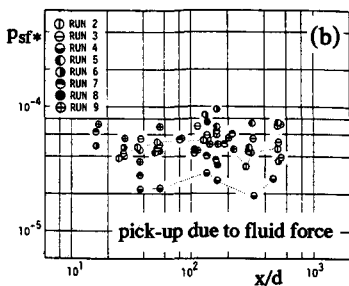
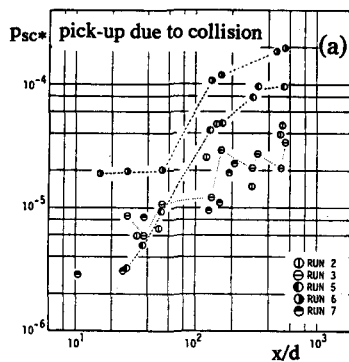


図10 pick-up rate に占める衝突と流体力の効果

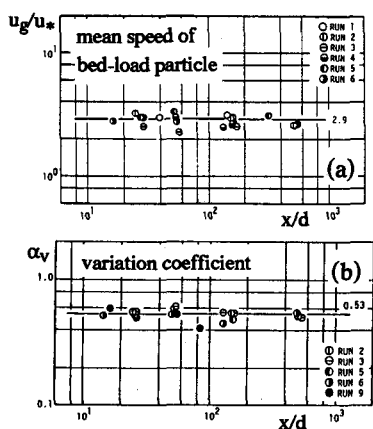


図11 掃流粒子速度

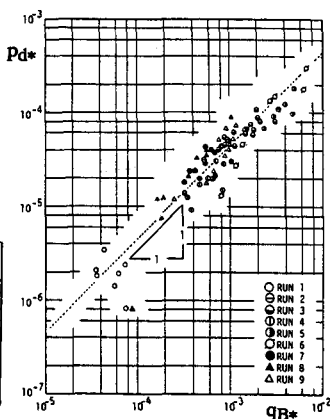


図12 局所流砂量と deposit rate の関係

これは式 (19) の非平衡流砂量式でピックアップレイトの矩形状変化を想定し、ステップレングスを指数分布に従うとして解析的に得られる結果と合致する。実測されたピックアップレイトは、図-9 に示すように非平衡状態においてわずかに増加傾向を示す（平衡状態において p_s の約 1 割を占める、上流から運ばれてくる砂粒の衝突の効果による分が増加する；図-10a, b に衝突によるピックアップレイト p_{sc} と、衝突によらず純粹に流体力によるそれ p_{sf} を分離して場所的变化を示している）ものの、流砂量の変化に比べほぼ一定とみなせる（ p_{s0} ）。図-11 には、粒子速度（ u_g ）の場所的变化の実測例を示すが、非平衡にかかわらずほぼ一定である。また分布するステップレングスを用いる流砂モデルでは p_d は次式で表され、とくにステップレングスが指数分布するときには次式の最右辺に示すように、局所的に流砂量と比例する（式 (17) を得るための仮定が成立）。

$$p_d(x) = \int_0^{\infty} p_s(x-\varepsilon) f_X(\varepsilon) d\varepsilon = p_{s0} [1 - \exp(-x/\Lambda)] \quad (23)$$

図-12 は図-8 とともにステップレングスが指数分布することを支持しており、これらから逆算した平均ステップレングスはトレーサーテストなどから知られた値の、あるいは Einstein (1950) が指摘したオーダー、粒径の 100 倍程度（厳密には掃流力とともに 80-250 倍に増加）となっている。

上述より、掃流砂の adaptation length はせいぜい粒径の 1000 倍程度の比較的“短い”ものとなって、大規模な移動床現象では無視できることが多い。すなわちとくに相対水深が大きくて水深スケール以上の規模の現象を扱うときは、掃流砂の非平衡性は無視できるが、相対水深を至ませた小さな模型や、実験水路内の移動床基礎実験では掃流砂の非平衡性を免れないことが多い。すなわち、逆に言えば、実験室規模の非平衡性に強く影響された現象からこの非平衡性を抜き差って原型現象を外挿せねばならない。福岡ら (1984) は 1 次元斜面の河床低下過程を式 (18) 型の非平衡流砂量式で解析してその適用性を議論しているが、その例とされる実験室内移動床過程はまさに非平衡性が強く効いている（実現象スケールでは多分無視できよう）。また辻本 (1987a) は漸拡・漸縮を繰り返す流路において、実験室規模の小スケールの現象では、掃流砂の遅れ距離が現象の支配スケール（例えば流路変化の波長や水深）のオーダーにもなり、洗掘部・体積部の繰り返しパターンがそれに支配されることを、実験と理論によって強調している。図-13 は、こうした流路でピックアップレイトの変化と局所流砂量の間の河床材料のスケールの遅れが流路変化のスケールと同程度となって出現していることを、ビデオフィルム解析結果によって示したものである。

掃流砂の非平衡性は、小規模河床形態の発生機構においては重要な役割を果たす。すなわち、式 (19) を用いることで局所流砂量が局所底面せん断応力に対してもつ位相差（ $\kappa\delta$ ）が次のように定められ、Kennedy (1963) によってスタートした河床不安定解析を掃流砂特性の面から発展させた（中川・辻本 1980）。

$$\sin \kappa\delta = \kappa\Lambda\sqrt{1+(\kappa\Lambda)^2}; \quad \cos \kappa\delta = 1/\sqrt{1+(\kappa\Lambda)^2} \quad (24)$$

上記の結果によると、底面せん断応力に対する局所流砂量の位相差は第 1 象限に属し、河床形態と底面せん断応

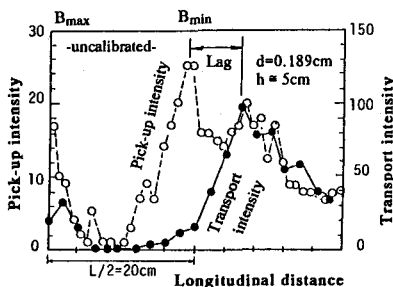


図13 非一様水路での pick-up rate と流砂量との位相遅れ

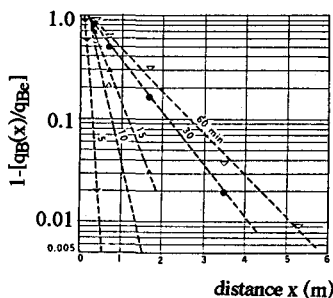


図14 非平衡掃流砂量 (Bell & Sutherland)

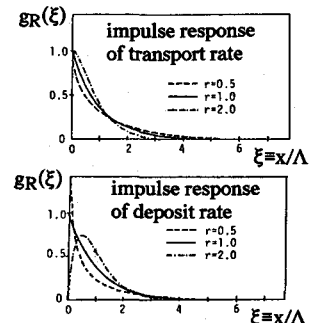


図15 pick-up rate に対する流砂量と deposit rate の impulse response

力の位相差が upper regime では約 180 度, lower regime では第 4 象限というように推定されるから, 結局 upper regime では主として上流に遡上する河床波 (antidunes) が形成され易く, lower regime では下流に伝播する河床波 (dunes 又は ripples) が発達する可能性が説明された。また式 (19) のような畳み込み積分はフーリエ積分すると解析計算が容易になり, これと対応して, 河床波のスペクトルの発達が巧みに記述されるに至った (中川・辻本 1984)。

図-14 は Bell & Sutherland (1983) による 非平衡掃流砂量の測定値で, 時間とともに adaptation length が増加し, (時間的) 平衡状態での (空間的) 非平衡距離は初期のその 7-8 倍にもなっており, 掃流砂の場合でもかなり長い adaptation length を考える必要のあることが指摘されている (Jain 1987, Di Silvio 1987)。しかしながら, これは Bell & Sutherland の実験では固定床の直下流で局所洗掘孔が発達しており, また河床波 (dunes) の発達を許しており, これらの時間的変化 (一種の緩和過程) が重畳しているからであると考えられる。河床波の発達した水路では砂粒のステップレングスは河床波の波長に支配され (中川・辻本 1979, Hung & Shen 1979), それゆえもはや砂粒径でなく水深オーダーのスケールとなる。そして平坦河床に通水した場合, 河床波の発達とともに河床波の波長, それゆえステップレングスの時間的増加が見られる。ただしこの時のステップレングスの分布はもはや指数分布というより形状母数が 4.0 程度のガンマ分布に従う (中川・辻本 1979)。ピックアップレイトに対する流砂量のインパルス応答はステップレングスの分布関数であり (図-15), 一方デポジットレイトのそれはその密度関数であるから形状母数が 1.0 であるとき (指数分布) を除いて両者のインパルス応答は異なり, それゆえ, デポジットレイトが局所流砂量に比例するとの仮定は成立しないことがわかる。

河床形態との関連では, 交互砂州の形成や側岸侵食の問題を対象とすると, 横断勾配によって非平衡性が助長される場合がある。これらについても同様な取り扱いがなされるが, 長谷川 (1981), 福岡・山坂 (1983), 中川ら (1985) の研究がある。

河床が混合砂からなる場合, 非平衡掃流砂量式は次のように粒径別に扱われる。

$$q_{Bi}(x) = (A_3/A_2)d_i \int_0^{\infty} p_i(x-\varepsilon) p_{si}(x-\varepsilon) \int_0^{\infty} f_{Xi}(\xi) d\xi d\varepsilon \quad (25)$$

ここで, p_i : 粒径 d_i の砂の表層 (交換層) における体積占有率, また添字 1 は粒径の各フラクションに対する値を示す。混合砂の粒径別運動特性量については Egiazaroff (1965) の研究以来いくつかなされているが, とくに粒径別ピックアップレイト, ステップレングスについては中川ら (1982) により, 均一砂の場合の式が修正されている。上記の粒径別非平衡流砂量式と河床における砂の離脱・落下による表層粒度の変化を記述するモデルを併用して上流からの給砂のない場合に観察されるアーマールコート (armor coat) の形成・伝播過程が説明される (中川ら 1977)。このような“分級”現象が混合砂の流送における重要な性質である。上流からの給砂が 0 ではないものの制限される場合

の表層の粗粒化はアーマールコートと区別してベープメントと呼ばれることがある (Parker & Klingeman 1982) が, その形成過程についても上式を用いて同様に説明される (辻本・本橋 1988)。混合砂の場合, 給砂量が制限されると表層粒度の自己調整 (粗粒化) によって自らの流砂量を給砂量に等しくする。図-16 に示すように $t=0$ では初期粒度構成に応じた平衡流砂量に漸近する特性を示すが, 時間とともに粗粒化が進み減少した空間的平衡流砂量に漸近するようになり, いわゆる動的平衡では空間的・時間的に平衡な表層粒度構成と流砂量に到達する。図-16 より明らかなように, 河床粒度の時間的変化に伴うため流砂量の adaptation length が分級現象を考慮しないものに比べ遥かに大きくなっていることがわかる。

さらに混合砂の粒径別非平衡流砂量式を用いることで, 表層粒度の“不安定現象”として生ずると推測される縦断交互分級 (しばしば“グラベルシート”とよばれる), 分級縦筋などの形成機構も論じられる (辻本・本橋 1989, 辻本 1989)。掃流砂の“遅れ距離”は大きくないものの, 砂粒径, 水深スケールの様々な移動床現象の“きっかけ”が, こうした非平衡性によって生ずる“位相差”がもたらす“不安定現象”であることは興味深いことである。なお図-17 は交互縦断分級河床上での粒径別流砂量の変動の実測例 (池田・伊勢屋 1986) を, 混合砂の非平衡流砂量則で計算したもの (辻本ら 1989) と比較したものである。

Pavement Formation

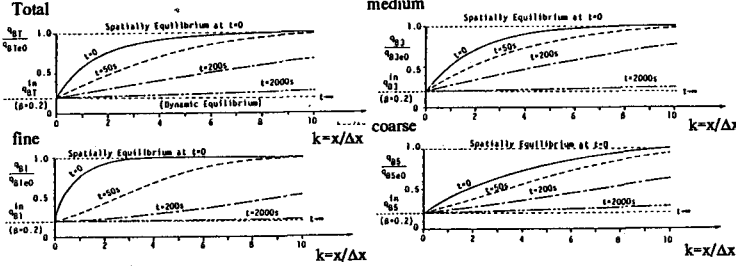


図16 混合砂の非平衡掃流砂量

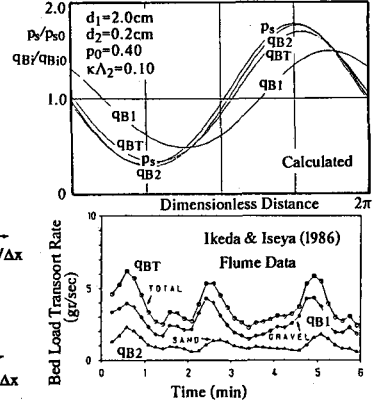


図17 交互分級河床での粒径別流砂量変動

5. 浮遊砂の非平衡流送過程

浮遊砂の流送においてはその excursion length (浮遊砂として河床に落下するまでの移動距離) が長いことから adaptation length が長く、非平衡性の果たす役割の重要なことが容易に推測される。Yalin & Finlayson (1973) による2次元定常等流のもとで固定床から移動床に接続したところでの浮遊砂濃度分布の発達過程の実験 (図-18) は浮遊砂の非平衡流送が活発に研究される足がかりとなった点で注目される。

浮遊砂量についても式 (15) は成立し、D が平均 excursion length Λ_S によって局所浮遊砂量と線形に関係付けられるとすると、式 (17) あるいは (18) の非平衡流砂量式が得られる。またピックアップレイトを掃流砂濃度と掃流から浮遊への遷移確率密度の積に、またステップレングスの確率密度関数を excursion length のそれに置き換えることによって式 (19) に相当する非平衡流砂式を得ることもできる。流れが等流で固定床から移動床に接続する場では excursion length の確率密度関数は場所的に不変であるから式 (19) の適用は容易である。

2次元等流場での excursion length 分布は stochastic simulation の手法で調べられており (大本ら 1987, 辻本・山元 1988), 平均 excursion length は水深の数倍から数10倍に達すると予測されている。また変動係数は、沈降速度と摩擦速度の比 (w_0/u_*) が大きい場合は 1.0 より小さく、(w_0/u_*) が 0 に近づくに連れて 2.0 程度まで大きくなる。excursion length は、第一次近似としては、掃流砂から浮遊砂へ遷移した高さを沈降速度で落下する間に移動する距離とイメージできるが、そのため掃流層の上限付近での流砂挙動の詳細についての研究の集積が待たれる。なお adaptation length は平均 excursion length の 3-5 倍程度であるから水深の数10倍から 100 倍程度にまでなる。

先にも述べたように、浮遊砂の流送を考えるとときには河床近傍の流砂挙動がキーポイントとなっており saltation 運動の研究などはその基礎として重要である。このような観点から、河床の砂、掃流砂、浮遊砂の間の交換現象に着目すると bed material load としての非平衡流砂量則は次のように書ける (辻本 1987b)。

$$q_B(x) = (A_3/A_2)d \int_0^\infty [p_S(x-\xi) + p_{ds}(x-\xi)] \left[\int_0^\infty f_{XS}(\zeta) d\zeta \right] F_{TR}(\xi) d\xi \quad (26)$$

ここに、 $F_{TR}(\xi)$: 河床材料粒子が離脱してきただけ移動する間に (掃流砂から) 浮遊砂に遷移しない確率、 $p_{ds}(x)$: 浮遊砂が河床に落下して掃流砂に逆戻りする粒子数を河床表面単位面積当りの砂の個数で除したものであり、浮遊流砂量 $q_S(x)$ と $p_{ds}(x)$ については次式が書ける。

$$q_S(x) = \int_0^\infty [q_B(x-\xi)/u_g(x-\xi)] p_T(x-\xi) \left[\int_0^\infty f_{XS}(\zeta) d\zeta \right] d\xi \quad (27)$$

$$p_{ds}(x) = [A_2/(A_3d)] \int_0^\infty [q_B(x-\xi)/u_g(x-\xi)] p_T(x-\xi) f_{XS}(\xi) d\xi \quad (28)$$

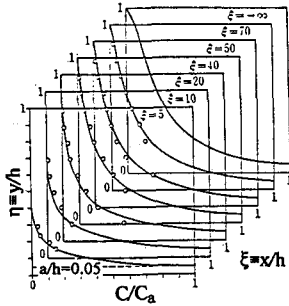


図18 浮遊砂濃度分布の発達過程
(Yalin & Finleyson)

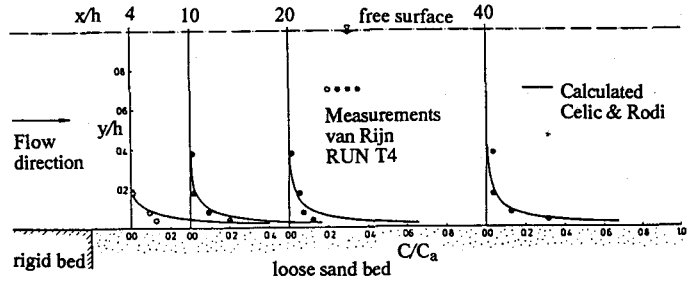


図19 浮遊砂濃度分布の発達過程 (van Rijn)

ここに、 $f_{XS}(\xi)$: excursion length の確率密度関数、 p_T : 単位時間当り掃流砂が浮遊砂に遷移する確率密度、 u_g : 掃流砂の運動速度である。なお、 $F_{TR}(\xi)$ は次のように近似されよう。

$$F_{TR}(\xi) = \exp[-(p_T/u_g)\xi] \quad (29)$$

これからもわかるように掃流砂から浮遊砂への遷移機構が重要なポイントで、とくに最近 logistic equation を用いた saltation 軌跡の不安定という立場からの研究がなされている (辻本 1987b, 中川ら 1988)。

2次元等流の条件での浮遊砂の濃度分布の発達あるいは減衰過程については Yalin & Finleyson (1973) のほか、van Rijn (1981, 図-19)、芦田・岡部 (1982, 図-20)、福嶋・福田 (1988) らによって実験データが集められている。図-18, 20 を見ても、浮遊砂の非平衡状態においては流砂量そのもののみならず濃度分布の“形”の平衡状態のそれからのずれも大きな特徴である。ちょうど図-2 に示した Reynolds 応力の緩和過程とよく似ていることが注目されるだろう。すなわち河床近傍では比較的素早く河床条件、従って水理条件に応答し、それが遅れをもって上方へ伝播していく、言い換えれば河床からの距離が大きいほど緩和距離が大きい“現象”である。2次元の場合での緩和過程としてやはりインパルス応答を用いた方法も有効であろう。すなわち、浮遊砂濃度の2次元分布 $C(\xi, \eta)$ は平衡相対濃度分布を $C_e^*(\eta)$ とするとき、次のように書ける。

$$C(\xi, \eta) = C_e^*(\eta) \int_0^\infty C_a(\xi - \epsilon) g_R(\epsilon | \eta) d\epsilon \quad (30)$$

ここに、 ϵ , η は水深 h で無次元化した流下方向距離と河床からの鉛直距離であり、 $C_a(\xi)$ は底面 (基準) 濃度の場所的変化、 $g_R(\epsilon | \eta)$ は η ごとに与えられる流下方向の緩和に対するインパルス応答である (緩和距離も水深で無次元化してある)。ここでは緩和距離は η の関数となり河床でも 0 ではない (図-2 に示した Reynolds 応力の緩和過程については、高さの条件付き緩和距離が水深に比例するとした)。平衡状態にあっても基準面濃度は単にその地点で浮遊砂に遷移する量だけで決まるのではなく上流から運ばれてくる量によっても (むしろ後者の貢献が大きい) 依存することが、Murphy (1985) が提案した非同次拡散方程式に基づいた議論によって明らかにされている (辻本・山元 1988)。

非平衡な浮遊砂の濃度分布の挙動を表すのに、次式の拡散方程式の適用がオーソドックスな手法である。

$$u \frac{\partial C}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\epsilon_s \frac{\partial C}{\partial y} \right) + w_0 \frac{\partial C}{\partial y} \quad (31)$$

芦田・道上 (1970) はその境界条件を次のように仮定している。

$$\left(\epsilon_s \frac{\partial C}{\partial y} + w_0 C \right)_{y=h} = 0 ; \quad \left(\epsilon_s \frac{\partial C}{\partial y} + w_0 C \right)_{y=0} = w_0 (C_a - C_{ae}) \quad (32)$$

ここで、 u : 流速、 ϵ_s : 浮遊砂の拡散係数であり、また添字 e は平衡状態での値を示す。河床において沈降フラックスが平衡状態と異なるところがポイントである。道上ら (1981) は、摩擦速度 u_{*1} に対する平衡状態の濃度分布が形成されているところから急激に摩擦速度が u_{*2} に変化した場合の濃度分布の変化を数値計算によって求めた。図-21 はその1例であり、また図-22 は95%達成で定義した adaptation length (L_A) を示す。図中 h は水深

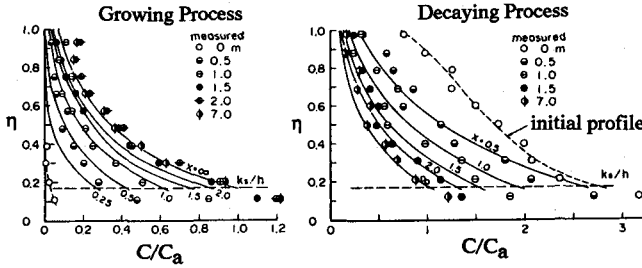


図20 浮遊砂濃度分布の発達・減衰過程

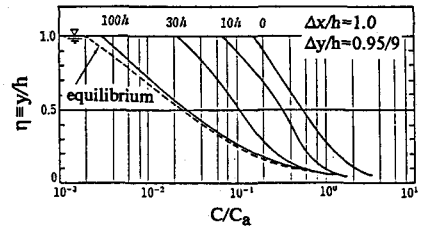


図21 摩擦速度の急変に対する
浮遊砂濃度分布の追従

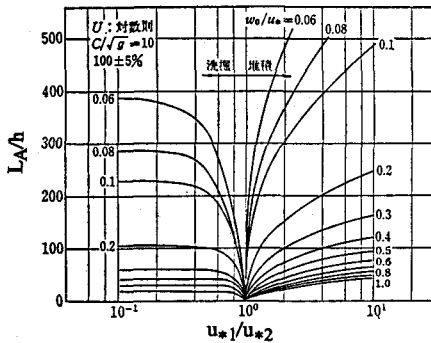


図22 摩擦速度の急変に対する浮遊砂濃度分布の
adaptation length

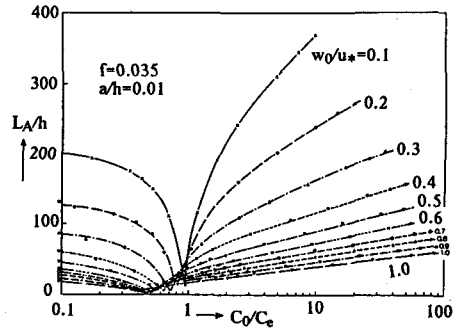


図23 上流側浮遊砂濃度を境界条件とした
浮遊砂濃度分布の adaptation length

である。同様な試みは Kerssens ら (1979) や Celic & Rodi (1984) らによってもなされている。図-19の浮遊砂濃度分布の発達過程のデータには Celic & Rodi (1984) の計算結果を併示している。Kerssens ら (1979) は、上流から運ばれてくる浮遊砂濃度 (水深平均) を境界条件として与えた場合の adaptation length を求めている (図-23) ほか、浮遊砂によるトレンチの埋め戻し過程の解析に応用している。

非平衡状態の浮遊砂の濃度分布の形の平衡状態のそれからのずれは1次元化された解析を行なう際でもちょうど Coriolis 係数のように効いてくる (Di Silvio & Armanini 1981, Galappatti & Vreudenhil 1985) ので、非平衡状態の (発達過程でやせた、減衰過程ではらんだ) 濃度分布の形を把握しておくことは1次元河床変動の計算においてすら重要である。こうした点から、黒木ら (1988) は非平衡状態における濃度分布の平衡状態からのずれ分を、境界条件を満足する指数関数の形で求めることを提案している。すなわち平衡状態の濃度分布を指数型で表すとき、非平衡濃度分布は次式で表される。

$$C(\eta) = C_a \exp(-R\eta) + R(C_a - C_{ae})\eta \exp[-(R+1)\eta] \quad (33)$$

ここに第1項が平衡浮遊砂濃度分布で、第2項がそれからのずれを表す。また $R = w_0 h / \epsilon_s$ である。図-24は上式と従来の実験データ (Dobbins 1952, Yalin & Finleyson 1973) とを比較したもので、非平衡によって歪んだ濃度分布の形をかなりうまく説明できている。なお、この表現は先に述べた簡便な2次元緩和過程モデルからの結果とほぼ一致している。

最近の乱流モデルとの関連では、福岡・福田 (1988) が $k-\epsilon$ モデルの浮遊砂の非平衡状態への適用を試みている。もう1つのアプローチは stochastic simulation であり、Bechteler & Fäber (1985)、芦田・藤田 (1986) らによって試みられている。Bechteler & Fäber (1985) によって計算された一例を図-25に示す。これらは今後、あるいは現在、河床波上の浮遊砂濃度分布の議論へと進められている。こうした場合、河床での、とくに剥離域部分における流砂についての境界条件がポイントとなってくると考えられる。逆に、マクロな立場から河床波が存在するときの底面濃度の評価の問題が、このようなミクロな流砂の議論から、合理的に決められれば工学的には大きな成果となるだろう。

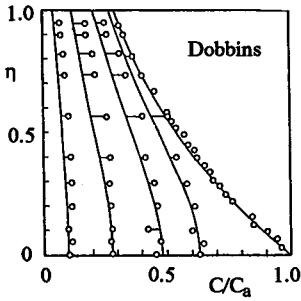


図24 非平衡浮遊砂濃度分布の近似的表現の例

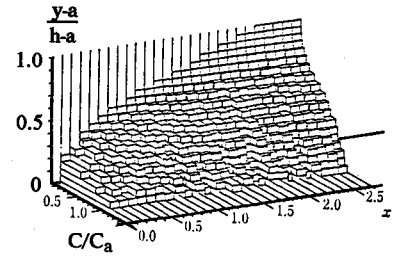
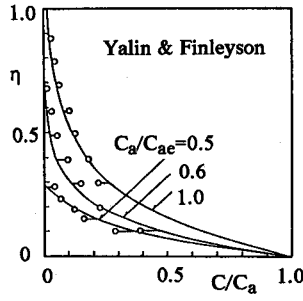


図25 非平衡浮遊砂濃度分布の確率シミュレーションの例

6. 河床形態の変形の応答遅れに伴う非平衡過程

河床波が河床を覆う場合の水・流砂の特性は、河床波のスケールに大きく支配される。例えば図-26は、Allen (1976) が示した実河川での河床波の波高と流量の関係に現われるヒステシスループである。平衡状態の（充分に発達した）河床波の波高と流量の関係は図-27aに示されるようなもので、流量の変動幅により様々なループの出現は容易に想像される（図-27）。こうした非平衡状態の河床波の波高についてもインパルス応答を用いて記述される。中川・辻本（1981,1983）はその手法を非平衡掃流過程とのアナロジーで説明している。とくに平坦河床からの河床波（dunes）の発達過程を指数関数で近似して、Fredsøe (1979) と同様の線形解析で正弦波状の流量変動に対する波高及び水深の位相遅れを明らかにしている（図-28）。そこでは次式のような指数型のインパルス応答が用いられている。

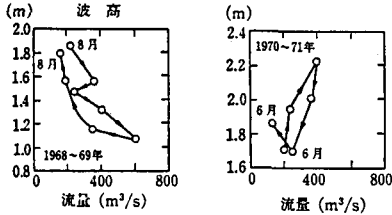


図26 実河川における河床波の応答特性

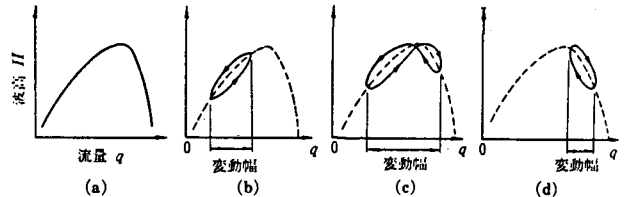


図27 流量変動に対する河床波波高の応答パターン

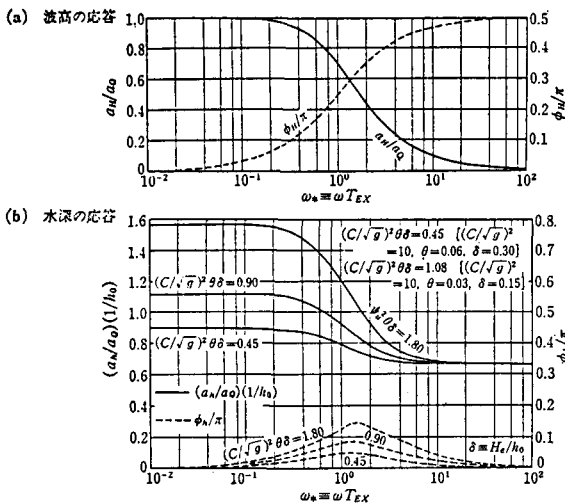


図28 流量変動に対する河床波波高・水深の位相遅れ特性

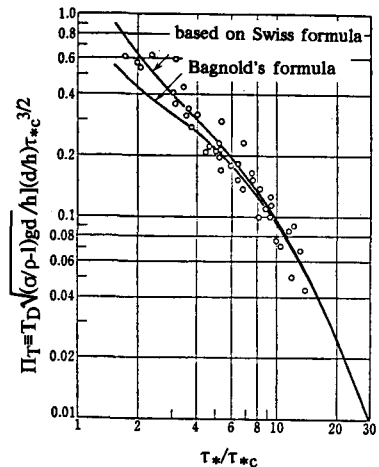


図29 河床波の発達時間スケール

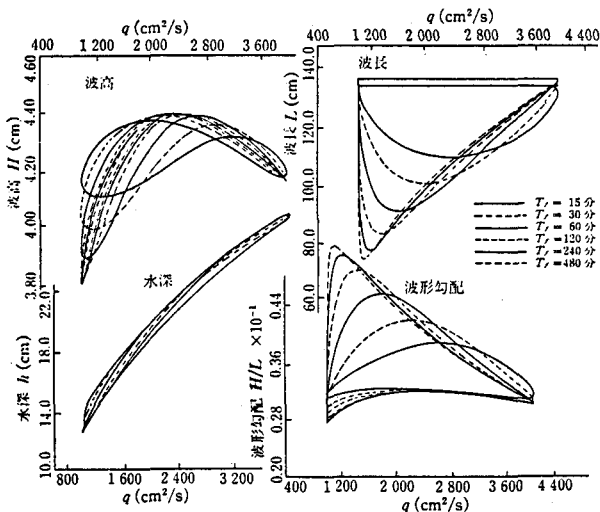


図30 流量変動に対する移動床系の応答特性

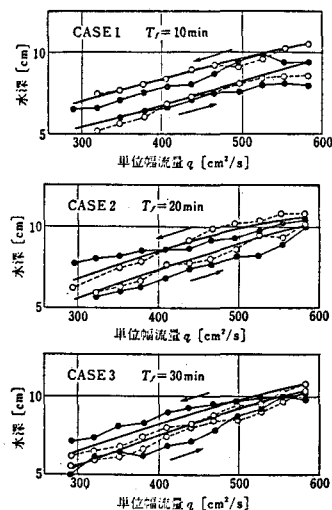


図31 河床波を伴う非定常流れの水深変化

$$g_R(t) = [H_e/(q_0 T_{EX})] \exp(-t/T_{EX}) \quad (34)$$

ここで、 T_{EX} ：河床波が平坦河床から平衡波高に達するのに要する時間、 H_e ：平衡波高、 q_0 ：平均流量であり、これらの推定が、非平衡状態の記述の第一関門である。すなわち平坦河床からの河床波の発達過程の研究（Yalin & Bishop 1975, 中川・辻本 1976）の重要性が指摘される。dunesの平衡波高については減衰領域も含めてのものととして Fredsøe (1975), Yalin & Karahan (1979) の実験式が使い易い。図-29 (Yalin & Bishop 1975) は dunesの発達時間スケールを求めた例である（同様な図が中川・辻本 1983 によっても得られている）。

流量の変動幅が小さくないときはインパルス応答が時間的に変化する、線形の時のように解析的な解は得られないが、数値計算によって現象の追跡が可能である。また dunesの成長期・減衰期で応答速度（process rate）が異なる様々な水路実験の集積（中川ら 1978b, 芦田・沢井 1980, Weibenga & Klaassen 1981）からこれらを評価している現況である。例えば、辻本・中川（1984）は dunesの波長 L ・波高 H の変化率を次のように実験的に決めている。

$$dL/dt = \beta_L \{q_B / [(1-\rho_0)H]\} [1 - (L-L_0)/(L_e-L_0)] \quad (35)$$

$$dH/dt = \beta_H \{q_B / [(1-\rho_0)L]\} (1 - H/H_e) \quad (36)$$

ここに、 β_H, β_L ：実験定数、 ρ_0 ：砂の空隙率、 L_0 ：初期波長であり、添字 e は平衡状態の値を示す。実験定数については、dunesの成長期には $\beta_H=0.36, \beta_L=0.24$ 、崩壊期で $\beta_H=0.72, \beta_L=0$ と定めている。図-30はこのようにして定められた応答速度を用いて計算された例（線形解析では再現されなかった 8 の字ループなどが説明できる）であり、図-31はその一部を水路実験結果と比較した例である（辻本・中川 1984）。このような河床波のスケールとそれに支配される水深の応答遅れは流砂量にも反映されると考えられるが、顕著な特徴は実験水路では抽出されていない。

河床形態の変形過程（成長・崩壊）は dunesに限らずしばしば上述のような取り扱いで近似される。ここではもう 1 つの例として、河口砂州の成長・崩壊過程の記述について述べる。河口砂州は河川流量に支配される開口部の流送能力と、主として波浪特性に支配される漂砂の河口部への堆積量のアンバランスによって成長・崩壊を繰り返している。平常時の水深が大きい最上川、江の川では河口部断面積の変化は開口幅の変化として現われる場合が多く（図-32, 須賀 1985）、とくに崩壊過程では側岸侵食が卓越することが知られている。このような場合、河口部での土砂収支式は次のように書ける。

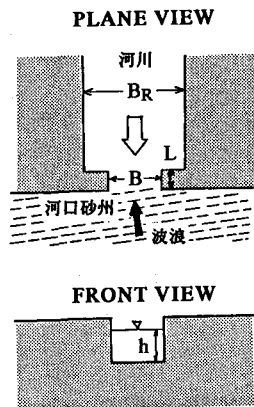


図33 河口砂州の変形過程のモデル化

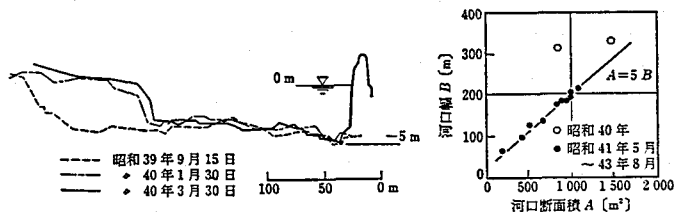


図32 最上川における河口砂州の変形過程

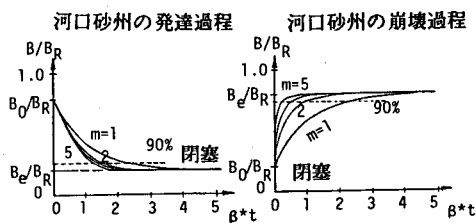


図34 河口砂州の発達と崩壊

$$(1-\rho_0)[d(BhL)/dt] = (f_1 - f_2 - f_3)B \quad (37)$$

ここに、 B ：河口部開口幅、 L ：河口砂州幅、 f_1 ：総流によって強められた河川流による河口部単位幅当たり土砂の排除土砂体積、 f_2 ：河川流による河口部への単位幅当たり流入土砂量、 f_3 ：波浪によって河口部に流入する単位幅当たりの漂砂の体積、 B_R ：河川幅である（図-33参照）。こうした1次元的なモデリングは青田・首藤（1980）が提案しており、小川ら（1984）、田中・須賀（1985）によっても検討されている。いま L も h も一定とし、また一定の河川流量と波浪強さの条件で、河川流による流量が単位幅流量の m 乗に比例するとすると、河口部開口幅 B の変化を記述する式として次の微分方程式が得られる。

$$dB/dt = -\beta^*B + \alpha^*B^{-m+1} \quad (38)$$

ただし、 $f_1 = \alpha_0 B^{-m}$ 、 $f_2 + f_3 = \beta_0$ 、 $\alpha^* = \alpha_0/A^*$ 、 $\beta^* = \beta_0/A^*$ 、 $A^* = (1-\rho_0)hL$ とした。上式は非線形ではあるが Bernoulli 型で容易に解け、次のような解が得られる。

$$B(t) = \{B_0^m \exp(-m\beta^*t) + (\alpha^*/\beta^*)[1 - \exp(-m\beta^*t)]\}^{1/m} \quad (39)$$

ただし初期条件は $t=0$ で $B=B_0$ とし、また B_e は t を無限大にして得られる平衡開口幅（ $dB/dt=0$ ）でありこれは α^* と β^* の比の $1/m$ 乗として与えられる。よって式（39）は次のようにも書ける。

$$(B_e - B)^m = (B_e - B_0)^m [1 - \exp(-m\beta^*t)] \quad (40)$$

式（1）で表した緩和過程の簡単な表示（線形）は $m=1$ の場合ということになる。流量や波浪に対する砂移動量の関係式、すなわち、 f_1 、 f_2 、 f_3 の関数形が決まれば、これらの任意の変化に対する河口砂州の応答変化が記述される。図-34は流量・波浪条件が一定の場合の成長・崩壊過程の概要を図示したもので、パラメータ m が大きいほど成長に比べ崩壊（洪水による河口砂州の破壊）の方が急激な現象であることを再現できる。

7. 結 論

本論文では移動床現象を取りまく環境が、時間的・空間的に非一様な場合の流砂現象（transient process of sediment transport）について、とくに非平衡性の効果とその記述について述べた。まず、非平衡現象を、条件の変化に対する応答の緩和過程として表現し、流れの非定常性、不等流性の直接効果とは異なる効果をもたらすことを示した。

掃流過程については、掃流機構と非平衡性の緩和過程としての表現との関連を議論した。掃流過程における非平衡性は直感的に流砂のステップレングスによってもたらされるもので、一般には粒径の数100倍のオーダーと小

さいものであるが、とくに実験室規模ではしばしばこの効果から免れない。また河床波が形成されればステップレングスが河床波スケールに支配されるようになり非平衡距離が延びること、混合砂の場合は分級作用による河床粒度の時間的变化と相俟って均一砂で予想されるものより非平衡距離が長くなることなどが指摘された。さらに、少しの遅れ距離でもそれによって産み出される位相差が原因となって、河床波の発生や、交互分級の形成などのきっかけとなる不安定現象を誘起することも、非平衡性の果たす重要な役割である。

浮遊砂の場合は、excursion length が長いので、非平衡性の問題は深刻であり、また流砂量のみならず濃度分布の形状の非平衡状態での至りも重要となる。緩和過程の概念から直接至る濃度分布や流砂量の場所的变化を予測・記述する方法を示唆する一方、拡散方程式の河床での境界条件を工夫した取り扱いについて述べた。とくに浮遊砂の場合 adaptation length という概念がよく用いられるが、先に述べたアプローチから明らかにされたその評価についても紹介した。

河床形状の応答は、とくに時間的な緩和過程の代表的な例で、移動床流れの抵抗・流砂量に大きな影響を与える dunes の発達・崩壊の緩和過程のモデリングについて述べた。また同じ手法を、河口砂州の発達・崩壊に適用した例にも言及し、緩和過程の非線形モデルの例となっていることを示した。

以上をまとめると、transient process は一般に複雑であるが、最も単純でしかも本質的特徴を備えたケース（例えば入力矩形変化をするもの）を想定し、理論的な取り扱い（力学機構に基づいた取り扱い）あるいは詳細な実験によってその機構を明らかにして、現象を記述できるようにすることが第 1 に重要で、もしそれがうまく行けばそこから process rate 式あるいはインパルス応答を求め、あるいはその近似式を得て、これと畳み込み積分で表される一般式とによって、複雑かつ任意の外力変化に対する移動床現象の応答が説明または予測できるというフレームワークがここに検討されたことになる。大雑把なフレームワークといえども、今後の研究によって本質的かつ詳細な機構についての議論がその各サブルーチンを充実させるものと期待する。

最後に、本研究グループに対して終始暖かい励ましと助言をいただいた 道上正規 鳥取大学教授に謝意を表す。

参 考 文 献

- 1) Allen (1974) : Reaction, relaxation and lag in natural sedimentary systems: General principles, examples and lessons. *Earth Science Review* 10.
- 2) Allen (1976) : Time-lag of dunes in unsteady flows; An analysis of Nasner's data from the River Weser, Germany. *Sedimentary Geology* 15.
- 3) 青田・首藤 (1980) : 河口断面積変化過程の数値モデル, 第24回水講演文集.
- 4) 芦田・藤田 (1986) : 平衡・非平衡浮遊流砂量算定の確率モデル, 土木学会論文集 375.
- 5) 芦田・中川・加藤 (1982) : 流量変化に伴う河床波の応答に関する研究, 京大防災研年報 25B-2.
- 6) 芦田・道上 (1970) : 浮遊砂に関する研究 (1) -河床付近の濃度-, 京大防災研年報 13B.
- 7) 芦田・道上 (1972) : 移動床流れの抵抗と掃流砂量に関する基礎的研究, 土木学会論文集 206.
- 8) 芦田・岡部 (1982) : 非平衡な浮遊砂濃度の算定法に関する研究, 第26回水講演文集.
- 9) 芦田・沢井 (1980) : 河床波の変形過程に関する研究, 京大防災研年報 23B-2.
- 10) Bagnold (1957) : The flow of cohesionless grains in fluids. *Philosophical Trans. Royal Society of London* 249.
- 11) Bell & Sutherland (1983) : Nonequilibrium bedload transport by steady flows. *Proc. ASCE-HY* 109.
- 12) Bechteler & Färber (1985) : Stochastic model of suspended solids dispersion. *Proc. ASCE-HY* 111.
- 13) Celik & Rodi (1984) : A deposition-entrainment model for suspended sediment transport. *Sonderforschungsbereich 215, Univ. of Karlsruhe*
- 14) Di Silvio (1987) : Adaptation process through the surface of sedimentary streams. *Euromech* 215.

- 15) Di Silvio & Armanini (1981) : Influence of the upstream boundary conditions of the erosion-deposition processes in open channel. *Proc. 19-IAHR Congr.*
- 16) Dobbins (1952) : Effect of turbulence on sedimentation. *Trans. ASCE*105.
- 17) Egiazaroff (1965) : Calculation of nonuniform sediment concentration. *Proc. ASCE-HY*91.
- 18) Einstein (1950) : The bed-load function for sediment transportation in open channel flows. *Tech. Bull., U.S.D.A.* 1025.
- 19) Fredsoe (1975) : The friction factor and height-length relation in flow over a dune-covered bed. *Progress Report 37, Technical Univ. of Denmark*
- 20) Fredsoe (1979) : Unsteady flow in straight alluvial stream, Part 1. *J.F.M.* 91.
- 21) 福岡・山坂 (1983) : 直線流路の交互砂州, 第27回水講演文集.
- 22) 福岡・山坂・安倍 (1984) : 強い非平衡流砂運動を伴う河床変動, 第28回水講演文集.
- 23) 福岡・福田 (1988) : 乱流モデルによる非平衡浮遊砂流の解析, 第32回水講演文集.
- 24) Garappatti & Vreugdenhil (1985) : A depth-integrated model for suspended sediment transport. *J.H.R.* 28.
- 25) Graf & Suszka (1985) : Unsteady flow and its effect on sediment transport. *Proc. 21-IAHR Congr.*
- 26) 長谷川 (1981) : 非平衡性を考慮した側岸侵食量式に関する研究, 土木学会論文集 316.
- 27) Hayashi & Ozaki (1980) : On the unit step length of saltation of sediment particles in the bed-load layer. *Proc. 3rd Int. Sym. Stochastic Hydraulics*
- 28) Hung & Shen (1979) Statistical analysis of sediment motion on dunes. *Proc. ASCE-HY*105.
- 29) 池田・伊勢屋 (1986) : 混合砂れきの流送に伴う縦断分級, 第30回水講演文集.
- 30) Jain (1987) : Sediment transport under nonequilibrium conditions. *NATO Workshop on Movable Bed Physical Models.*
- 31) Jacobs (1936) : Uniformung eines turbulenten Geschwindigkeits Profils. *ZAMM*19.
- 32) Kennedy (1963) : The mechanics of dunes and antidunes in erodible-bed channels. *J.F.M.* 16.
- 33) Kerssens, Prins & van Rijn (1979) Model for suspended sediment transport. *Proc. ASCE-HY*105.
- 34) Klaassen (1988) : On time scale of transient processes in rivers. *Proc. Int. Conf. Fluvial Hydraulics.*
- 35) 黒木・史・岸 (1988) : 非平衡浮遊砂理論とその応用, 第32回水講演文集.
- 36) 道上・平井・海賀 (1981) : 非平衡状態の浮遊砂の濃度分布特性について, 土木学会第36回年講要集.
- 37) Murphy (1985) : Equilibrium boundary condition for suspension. *Proc. ASCE-HY*111.
- 38) 中川・辻本 (1976) : 河床波の発達性状に関する考察, 京大防災研年報 19B-2.
- 39) Nakagawa & Tsujimoto (1979) : Characteristics of sediment transport process on duned beds analyzed by stochastic approach. *Bull. D.P.R.I., Kyoto Univ.* 29.
- 40) Nakagawa & Tsujimoto (1980) : Sand bed instability due to bed load motion. *Proc. ASCE-HY*106.
- 41) 中川・辻本 (1981) : Lower regime における非定常移動床流れの抵抗の遅れ性状, 第25回水講演文集.
- 42) Nakagawa & Tsujimoto (1983) : Time-lag appearing in unsteady flow with sand waves. *J.H.H.E.* 1.
- 43) Nakagawa & Tsujimoto (1984) : Spectral analysis of sand bed instability. *Proc. ASCE-HY*110.
- 44) 中川・辻本・原 (1977) : 混合砂れき床面の粗粒化過程について, 京大防災研年報 20B-2.
- 45) 中川・辻本・宮本 (1978a) : 16mm 撮影による掃流砂運動の特性量解析と流砂の平衡状態について, 京大防災研年報 20B-2.
- 46) 中川・辻本・村上 (1985) : 側岸における非平衡流砂過程, 第29回水講演文集.
- 47) 中川・辻本・村上・後藤 (1988) Saltation 粒子の浮遊砂への遷移機構, 第32回水講演文集.
- 48) Nakagawa, Tsujimoto & Nakano (1982) : Characteristics of sediment motion for respective grain sizes of sediment mixtures. *Bull. D.P.R.I., Kyoto Univ.* 32.
- 49) 中川・辻本・矢田 (1978b) : 河床形状と流砂の相互関係と河床波の変形過程について, 京大防災研年報 20B-2.

- 50) 小川・藤田・首藤(1984): 河口断面・河口地形の変化について, 第28回水講演文集.
- 51) 大本・平野・石丸(1986): 開水路流れにおける粒子運動の数値シミュレーション, 第30回水講演文集.
- 52) Parker(1975): Sediment inertia as cause of river antidunes. *Proc. ASCE-HY*, 101.
- 53) Parker & Klingeman(1982): On why gravel bed streams are paved. *Water Resources Res.*, 18.
- 54) Philips & Sutherland(1985) Numerical modelling of spatial and temporal lag effects in bed load transport. *Proc. 21-IAHR Congr.*
- 55) 須賀(1985): 河口砂州と開口部の特性, 流砂の水理学(吉川編).
- 56) 田中・須賀(1985): 波と流れを考えた河口部の平衡断面, 第29回水講演文集.
- 57) 椿・斉藤(1967): 流れによる Sand Waves の発生限界, 九大工学集報 40-5.
- 58) 辻本(1987a): 漸拡・漸縮を繰り返す流路における流砂量と河床変動, 第31回水講演文集.
- 59) Tsujimoto(1987b): Sediment suspension and transition from saltation to suspension. *Proc. Euromech 215*.
- 60) 辻本(1989): 2次流による分級縦筋の形成, 第33回水講演文集.
- 61) 辻本・グラフ(1988): 流れの非定常性の掃流砂量への影響, 第32回水講演文集.
- 62) Tsujimoto & Motohashi(1988): Sorting process and dynamic equilibrium of graded material transport. *Memo., Fac. of Tech., Kanazawa Univ.* 22.
- 63) 辻本・本橋(1989): 混合砂礫床における縦断方向の交互分級の形成とその卓越波長, 第33回水講演文集.
- 64) 辻本・本橋・井上(1989): 縦断分級河床上の流れと流砂量変動, 昭和63年度土木学会中部支部年講概要集.
- 65) Tsujimoto & Nakagawa(1984): Unsteady behaviour of dunes. *Channels and Channel Control Structures*, Springer.
- 66) Tsujimoto & Yamamoto(1988): Sediment suspension affected by transition from bed-load motion into suspension. *J.H.H.E.* 6.
- 67) van Rijn(1983): Entrainment of fine sediment particles; Development of concentration profiles in a steady, uniform flow without initial sediment load. *Delft Hydraulic Laboratory, Report M1531*.
- 68) Wijnnga & Klaassen(1983) Changes in bedforms under unsteady flow conditions in a straight flume. *Delft Hydraulic Laboratory, Publication 260*.
- 69) Yalin & Bishop(1977): On the physical modelling of dunes. *Proc. 18-IAHR Congr.*
- 70) Yalin & Finlayson(1973): On the development of the distribution of suspended load. *Proc. 16-IAHR Congr.*
- 71) Yalin & Karahan(1979): Steepness of sedimentary dunes. *Proc. ASCE-HY105*.
- 72) Yen(1988) Significance of nonuniform, unsteady and nonequilibrium conditions in fluvial channels. *Proc. Int. Conf. Fluvial Hydraulics*.