

2次流による分級縦筋の形成

Formation of Longitudinal Stripes Due to Lateral Sorting by Cellular Secondary Currents

金沢大学工学部 辻 本 哲 郎 Tetsuro TSUJIMOTO

In a stream composed of sand and gravel, we often observe longitudinal stripes of alternate lateral sorting and cellular secondary currents. They are promoted or suppressed each other. In this paper the interaction between them is investigated mainly from the view point of mechanics of bed-load transport of heterogeneous size material affected by a secondary current.

A secondary current brings about a lateral bed-load transport from a "rough" part to a "smooth" part, and alternate sorting develops when the finer material is predominantly transported laterally. A transport model constituted by pick-up rate and step length for each grain size is prepared and the mechanics of lateral sorting is described. Based on it, a criterion of occurrence of longitudinal stripes of sorting is clarified. Considering the decrease of the exposed fine material in the "rough" stripes with the progress of sorting, the equilibrium stripes of sorting are also investigated.

Keywords : bed-load transport, sorting, longitudinal stripes, cellular currents, secondary flow

1. 序 論

縦断方向に連続する粗面部と滑面部の繰り返しは、粗面部から滑面部への横断方向流れを誘起し、しばしば縦渦（並列らせん流）を発達させる（Müller & Studerus 1979, 柳津・中川 1985）。とくに粗面部と滑面部の間隔が水深オーダーのときこの縦渦は明確に存在が認められる。混合砂礫床では縦断方向に連続した横断方向の交互分級がきれいに観察され（写真1），“縦筋”（河床高さの変化というよりも分級の著しいもの）を認めることができる。本研究ではこれを“分級縦筋”と呼ぶことにする。分級縦筋と縦渦の形成は互いに促進あるいは抑制し合う相互作用系を成しており、流れと混合砂の流砂機構の両面からの研究が必要であるにもかかわらず、流れの縦渦構造下での流砂や分級現象そのものの研究はこれまでにあまりなされていない。本研究では混合砂の流砂機構とそれに伴う分級機構に着目して分級縦筋の形成条件およびその平衡状態の性質を明らかにする。

こうした横断方向の分級機構を考えるため図1に示すような分級縦筋の半波長を対象とし、それを粗面部と滑面部（河床表層における平均粒径の相対的表現）の2領域A, Bに区分するとA領域からB領域へ向かう横断方向（ z 方向）の流速が存在する。これによって底面流向は縦断方向（ x 方向）から偏倚する（ γ ）。この2次流の強さは粗面領域と滑面領域の粗度差によると考えられるが、定量的に粗度差と2次流流速の関係は知られるに至っ



写真1 横断方向の分級による縦筋の実例

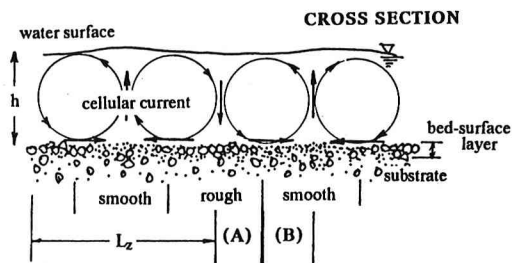


図1 並列らせん流と分級縦筋

ていない。従来の2次流測定結果によるとそれによる横断方向流速は主流方向の最大流速のたかだか5%程度であり、底面付近の縦断方向流速は30%程度であるから、偏倚角の概略値は推定できる。流向の偏倚によって河床材料は粗礫領域（A領域）から細砂領域（B領域）へ運ばれる。

混合砂では一般に細砂の方が粗礫よりも離脱しやすいがステップレングスは粗礫の方が長いので、A領域からB領域へ移動する河床材料の割合は相対的に細砂が卓越する場合、粗礫が卓越する場合の両方のケースがありうる。前者の条件ではA領域とB領域の粒度の差は助長され、後者の条件では抑制される。換言すれば、横断方向分級による表層粒度分布は前者で不安定、後者で安定、すなわち、前者がここで考えている分級縦筋の形成条件となる。以下ではこうした考えを混合砂の運動機構に基づいて定式化し、河床が細砂と粗砂の2粒径からなるとするモデル河床における分級縦筋の形成条件ならびに平衡分級縦筋の表層粒度および粒径別流砂量の横断方向分布を求める。

2. 分級縦筋河床における混合砂の運動機構

混合砂の運動を粒径別のピックアップレイトとステップレングスによって記述することが混合砂の非平衡流送やそれに伴う分級現象を記述する上で便利である（中川ら 1977, 辻本・本橋 1988, 1989）。

中川・辻本（1980）のピックアップレイト推定式を粒径別に適用すると次式が得られる。

$$P_{si}^* = P_{si} \sqrt{d_i / (\sigma/\rho - 1)g} = F_0 \tau_{*i} (1 - k_2 \tau_{*ci} / \tau_{*i})^m \quad (1)$$

ここに P_{si} : 粒径別ピックアップレイト, $\tau_{*i} = u_*^2 / [(\sigma/\rho - 1)gd]$: 無次元掃流力, τ_{*c} : 無次元限界掃流力, σ/ρ : 砂の比重, g : 重力加速度, u_* : 摩擦速度であり、また添字 i は各粒径 (d_i) のフラクションに対する値を示す。式(1)中の実験定数は次のように決められている。 $F_0=0.03$; $k_2=0.7$; $m=3$ （中川・辻本 1980）。粒径別の限界掃流力はEgiazaroff式（1965）または芦田・道上（1972）によるその修正式の適用も考えられるが、図2に示す実験結果を見れば次式の方が簡単である上、より合理的であると判断される。

$$\tau_{*ci} / \tau_{*cm} = (d_i / d_m)^{-1} \quad (2)$$

ここに τ_{*cm} は混合砂中に占める平均粒径の砂の無次元限界掃流力であり、添字 m は平均粒径の砂に対する値であることを示す。式(2)は中川ら（1982）がEgiazaroffにならった解析を数値シミュレーションで想定したランダムな配列の混合砂に対して行なって得た結果の良い近似になっているし、またParkerら（1982）も流砂量データの回帰により式(2)によく似た結果を得ている。式(2)によるとどの粒径の河床材料も同じ摩擦速度を移動限界としていることになる。中川ら（1982）の結果から知られるように、 τ_{*cm} の均一砂の無次元限界掃流力 ($\tau_{*c0}=0.05$) に対する比 α_{cm} は混合砂の粒度分布の広がりを出すパラメータに依存しているものと思われる。このようにして与えられる粒径別限界掃流力をピックアップレイト推定式に用いることとすると、式(2)は次のように書ける。

$$P_{si}^* = P_{si} \sqrt{d_i / (\sigma/\rho - 1)g} = F_0 \alpha_{cm} \tau_{*c0} \eta_m (1 - k_2 / \eta_m)^m (d_i / d_m)^{-1} \quad (3)$$

ここに $\eta_m = \tau_{*m} / \tau_{*cm}$ である。この式より次の関係が得られる。

$$P_{si} / P_{sm} = (d_i / d_m)^{-3/2} \quad (4)$$

並列らせん流による分級縦筋は2次流の横断方向成分による混合砂の横断方向の流送に因っており、ここでは図3に示すような2種ストライプモデルで比較的粗なA領域（河床表層における粗砂成分の卓越）から比較的滑らかなB領域への2次流による横断方向流送を考える。2次流による横断方向流速の横断方向分布については詳しくは知られていないので、A、B領域の境界で底面流向 (γ) を概略的に評価し、また河床の横断方向勾配は無視して γ を流砂方向角と一致しているものとする。ただし流砂はA領域からB領域を越えては運ばれることがないことを考慮した。すなわち横断方向のステップレングスを想定し、これが通常の一方向流れ場でのその $\Gamma (= \tan \gamma)$ 倍であるとする。中川ら（1982）による実験の結果、粒径別のステップレングスは、各粒径の20倍程度を平均値

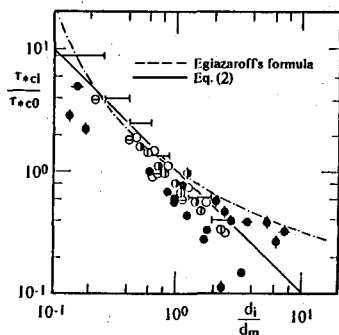


図2 粒径別無次元限界掃流力

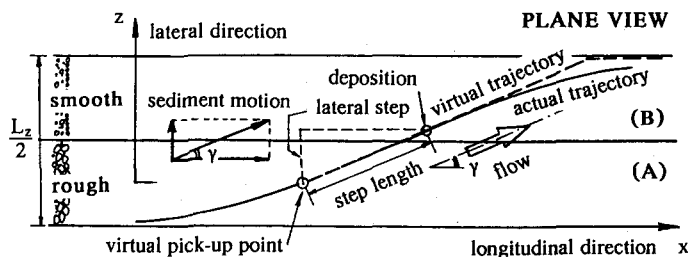


図3 2次流とそれによる砂粒子の運動

(Λ_i) とする指数分布に従う。ただしこの場合、流砂がB領域を越えることになるものはB領域のA領域とは反対側の境界に“掃き寄せる”こととする。このときA領域でピックアップされる粒径 d_i の砂がB領域にまで運ばれる確率 PT_i は次のように表される。

$$PT_i = \int_{L_z/8}^{\infty} f_{X_i}(z) dz = \int_{L_z/8\Lambda_i\Gamma}^{\infty} \frac{1}{8\Lambda_i\Gamma} \exp\left(-\frac{z}{\Lambda_i\Gamma}\right) dz = \exp\left(-\frac{L_z}{8\Lambda_i\Gamma}\right) \quad (5)$$

$$\frac{PT_i}{PT_m} = \exp\left[-\frac{L_z}{8\Lambda_i\Gamma} \left(\frac{d_m}{d_i} - 1\right)\right] \quad (6)$$

ここで L_z は縦筋間隔、 $f_{X_i}(z)$ はステップレングスの横断方向成分の確率密度関数であり、A領域における砂のピックアップ現象をA領域の中心に想定して計算してある。また $z > 3L_z/8$ となる確率を $z = 3L_z/8$ の確率密度に“掃き寄せ”である。このとき単位時間当たり、単位縦断方向距離当りの、A領域からB領域へ運ばれる砂の実質体積 V_i は次のように表される。

$$\frac{V_i}{V_m} = \frac{P_{si}}{P_{sm}} \frac{PT_i}{PT_m} = \left(\frac{d_i}{d_m}\right)^{-3/2} \exp\left[-\frac{L_z}{8\Lambda_i\Gamma} \left(\frac{d_m}{d_i} - 1\right)\right] \quad (7)$$

分級縦筋が形成されているとき、A領域からB領域へ運ばれる砂の存在ため流砂量は横断方向に変動する。すなわちA領域でピックアップされる砂は一部分A領域の流砂量に貢献する ($QBAA$) もの残りの分はB領域の流砂量の一部 ($QBBA$) となる。一方、B領域でピックアップされる砂はすべてB領域を流送される ($QBBB$)。すなわちA、B領域の流砂量はそれぞれ $QBA = QBAA$ 、 $QBB = QBBA + QBBB$ と表される。粒径別のピックアップレートとステップレングスを用いて先と同様に横断方向流砂を考慮すると、粒径別の流砂量成分は次のように表される (図3参照)。

$$QB_{iAA} = \theta_{EiA} P_{siA} \Lambda_i \{1 - \exp[-L_z/(8\Lambda_i\Gamma)]\} \quad (8)$$

$$QB_{iBA} = \theta_{EiA} P_{siA} \Lambda_i \exp[-L_z/(8\Lambda_i\Gamma)] \quad (9)$$

$$QB_{iBB} = \theta_{EiB} P_{siB} \Lambda_i \quad (10)$$

ここに θ_E は河床表層 (交換層) の厚さ、添字 A, B はそれぞれ A, B 領域の量を表す。

3. 分級縦筋の発生条件

ここでは粒径 d の砂に粒径 βd の礫が体積割合で p_0 含まれている2粒径混合砂礫を対象として、比較的粗な領域から滑らかな領域への2次流の横断方向成分による混合砂礫の選択的流送が、河床表層粒度の横断方向の交互分級を促進するか抑制するかによって分級縦筋の形成の有無を判断する。

表層での礫の体積占有率を p とするとき、表層の平均粒径は次式で表される。

$$d_m = [(1-p) + \beta p] d \quad (11)$$

A 領域の表層での礫の体積占有率を p_A とするとき、A 領域から B 領域へ運ばれる混合砂の総流送体積に対する礫の流送体積の比を r_C とすると、これは式 (7) から次のように書ける。

$$r_C = p_A \beta^{-3/2} \exp[L^*(1-1/\beta)] / [1 - p_A + p_A \beta^{-3/2} \exp[L^*(1-1/\beta)]] \quad (12)$$

ここに $L^* = L_z / (8\Lambda_F \Gamma)$ であり、また添字 C, F をそれぞれ粗礫および細砂分に対して用いることとする。 r_C が B 領域の表層における礫の体積占有率 p_B よりも小さければ、河床表層粒度の横断方向分布は不安定となる。このとき分級縦筋が発達する。分級縦筋の発生条件は、上述の条件を $p_A = p_B$ (初期擾乱を十分に微小なものと考え) として定式化して次のように求められる。

$$M^*(\beta) = \beta^{-3/2} \exp[L^*(1-1/\beta)] < 1.0 \quad (13)$$

図4は $\Psi_1 = \exp[L^*(1-1/\beta)]$ と $\Psi_2 = \beta^{3/2} \beta$ とを描いたもので、これらの交点として中立条件が β と L^* の組み合わせとして図5のように求められる。図の不安定領域 (斜線部分) が分級縦筋の発生条件を満たしている。一般に並列らせん流 (縦渦) の場合、 $L_z \approx 2h$ (h = 水深) 程度が発達しやすいと言われており、このように縦筋間隔が与えられる場合図5は β (混入粗礫の粒径と細砂の粒径の比) が大きいほど容易に分級縦筋が形成され、河床掃流力、粗礫の初期混入率には無関係であることを示している。

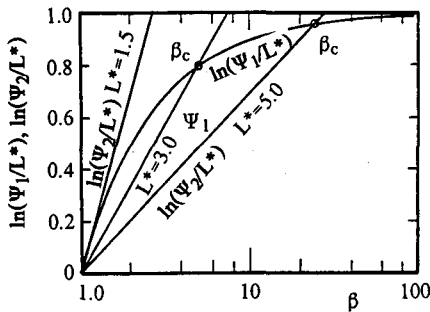


図4 河床粒度不安定性の中立条件の決定

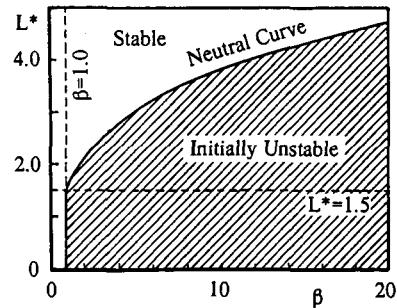


図5 河床粒度構成の初期不安定領域

4. 平衡状態での分級縦筋

分級の進行にしたがって p_A と p_B の差は大きくなり、 $p_A = p_B$ なる仮定で求めた分級縦筋の発達条件は成立しなくなる。現象論的に言えば、A 領域の表層に占める細砂の減少によって A 領域から B 領域へ運ばれる細砂がもはや分級をそれ以上に促進しなくなる。

分級の進行による p_A と p_B の変化を無次元のパラメータ ψ_p で次のように表す。

$$p_A = p_0(1 + \psi_p); \quad p_B = p_0(1 - \psi_p) \quad (14)$$

p_0 は河床表層の初期の、あるいは河床全体における粗礫の体積占有率である。分級の進行後 (p_A と p_B が式 (14) で表されるとき) の河床表層粒度の横断方向分布の不安定基準 (分級縦筋の発達基準) は、次のように書き換えられる。

$$M^*(\beta) < \xi(p_0, \psi_p) \quad (15)$$

$$\xi(p_0, \psi_p) = 1 - 2\psi_p / \{(1 + \psi_p)[1 - p_0(1 - \psi_p)]\} \quad (16)$$

式 (13) は上式で $\psi_p = 0$, よって $\xi = 1.0$ としたものと一致する。

分級の進行とともに ξ が減少し $L^* - \beta$ 面における河床表層粒度分布の不安定領域は図6に示すように狭くなっ

てゆき、いずれ平衡状態に達する。すなわち、平衡状態は次のように考えられる。 L^* と β が与えられると、初期微小擾乱の状態 ($p_A \approx p_B$) で分級縦筋が発生するかどうか図5によって判断される。発生可能な1条件を図6に点Kで示してある。点Kは $\xi = 1.0$ における中立曲線より下 (不安定領域内) であるが、分級が進行すると ξ が減少して中立曲線が下がってき、それがちょうど点Kを通る段階で平衡状態となる。中立曲線が点Kを通るときの ξ の値を ξ_e と書く。すなわち、与えられた L^* と β に対して ξ_e は次のように与えられる。

$$\xi_e = \beta^{-3/2} \exp[L^*(1-1/\beta)] \quad (17)$$

平衡状態での ψ_p の値 ψ_{pe} は次の方程式の解 (ただし $0 < \psi_{pe} < 1.0$) として求められる。

$$\xi_e = 1 - 2\psi_{pe} / \{1 + \psi_{pe}[1 - p_0(1 - \psi_{pe})]\} \quad (18)$$

この解は次のように書かれる。

$$\psi_{pe} = (1 + \xi_e - \sqrt{D_e}) / [2p_0(1 - \xi_e)] \quad (19)$$

ただし、

$$D_e = [1 - 4p_0(1 - p_0)](1 - \xi_e)^2 + 4\xi_e \quad (20)$$

このとき平衡分級縦筋の表層の粒度構成、平均粒径の横断方向分布などは次のように表される。

$$p_{Ae} = p_0(1 + \psi_{pe}) ; \quad p_{Be} = p_0(1 - \psi_{pe}) \quad (21)$$

$$d_{mAe}/d = [1 + (\beta - 1)p_0\psi_{pe}] / [(\beta - 1)p_0 + 1] ; \quad d_{mBe}/d = [1 - (\beta - 1)p_0\psi_{pe}] / [(\beta - 1)p_0 + 1] \quad (22)$$

ただし添字 e は平衡状態を示す。

図7は、平衡状態の分級縦筋の粗いほうの綫における表層の砂含有率 p_{Ae} と β との関係 L^* と p_0 をパラメータにして示したものであり、図8は平衡状態における粗い綫と細かい綫の平均粒径の比についての結果であり、各綫間の河床の粗度の違いを表すものである。

平衡状態の分級縦筋河床における流砂量の各綫間の比は次式のように計算される。

$$\Gamma_{Bie} = \frac{q_{BiBe}}{q_{BiAe}} = \frac{(1 + \psi_{pe}) \exp[-L_z/(8\Lambda_i \Gamma)] + (1 - \psi_{pe})(d_{mAe}/d_{mBe})^{3/2}}{(1 + \psi_{pe}) \{1 - \exp[-L_z/(8\Lambda_i \Gamma)]\}} \quad (23)$$

図9には砂と砂のそれぞれについて上式を計算した結果ならびにこれらより得られる混合砂の総流砂量についての計算結果を示した。縦筋の滑らかな部分と粗い部分における流砂量の比は β の増加、 L^* の減少とともに増加する。本モデルでは縦筋の滑らかな部分と粗い部分の粗度の差と2次流の強さの関係を従来の流れ計測資料が充分でないため一定にしている。このため分級の進まない条件でも計算結果には両綫間に流砂量の差が現われている。分級の発達する条件を考慮するとこれらの計算結果は、概略的には図の点線のように修正されること

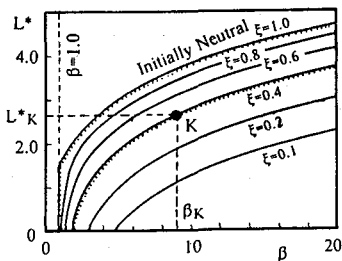


図6 分級の進行による不安定性の変化

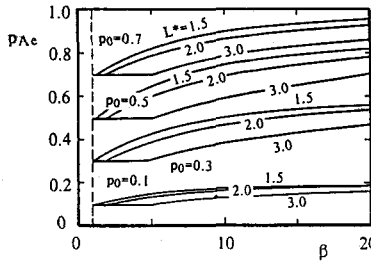


図7 平衡分級縦筋の表層粒度構成 (1)

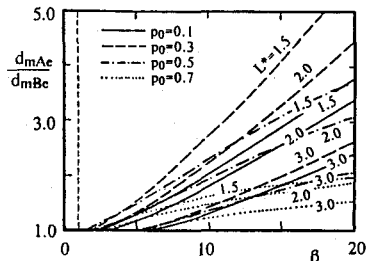


図8 平衡分級縦筋の表層粒度構成 (2)

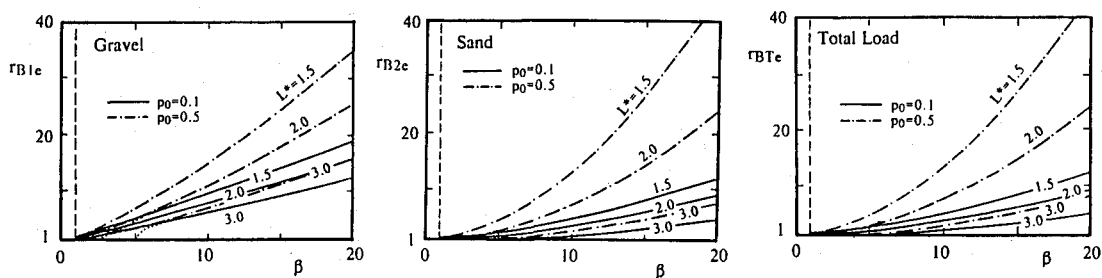


図9 平衡分級縦筋河床での粒径別流砂量

になる。こうした点の改良のためには、底面流向 γ の (d_{mA}/d_{mB}) との間の関数関係を明らかにせねばならず、今後の研究課題とした。すなわち分級縦筋の発達過程における詳細な2次流計測と流砂運動の丹念な観察がなされねばならないだろう。

5. 結 論

砂と礫からなるような水路ではしばしば並列せん流（縦渦）と横断方向に交互に繰り返す分級（分級縦筋）が互いに相互作用を及ぼし合って発達する。本論文では両者の相互作用を、主として2次流に影響された混合砂の流砂とそれに伴う分級機構といった観点から検討した。横断方向の河床表層粒度の微小変化は2次流を誘起しその横断方向成分によって運ばれる混合砂の分級過程をモデル化した。これによって分級縦筋の発生条件を明らかにし、さらにこうした過程の平衡条件についても検討し平衡縦筋河床での表層粒度構成、平均粒径のみならず粒径別ならびに混合砂礫の総流砂量の横断方向分布も記述することができた。

参 考 文 献

- 1) 芦田・道上 (1972) 移動床流れの抵抗と掃流砂量に関する基礎的研究, 土木学会論文報告集, 第195号。
- 2) Egiazaroff (1965): Calculation of nonuniform sediment concentration. *Proc. ASCE*, 91, HY4.
- 3) Müller & Studerus (1979): Secondary flow in an open channel. *Proc. 18th Congress of IAHR*.
- 4) Nakagawa & Tsujimoto (1980): Sand bed instability due to bed load motion. *Proc. ASCE*, 106, HY12.
- 5) 中川・辻本・原 (1977) 混合砂れき床面の粗粒化について, 京大防災研年報, 第20号B-2.
- 6) Nakagawa, Tsujimoto & Nakano (1982): Characteristics of sediment motion for respective grain sizes of sediment mixtures. *Bulletin, Disast. Prevent. Res. Inst. Kyoto Univ.*, 32.
- 7) Nezu & Nakagawa (1984): Cellular secondary currents in straight conduit. *Proc. ASCE*, 110, HY2.
- 8) Parker, Klingeman & McLean (1982): Bedload and size distribution in paved gravel-bed streams. *Proc. ASCE*, 108, HY4.
- 9) Tsujimoto & Motohashi (1988) Sorting process and dynamic equilibrium of graded material transport. *Memoirs, Fac. of Tech., Kanazawa Univ.*, 21-2.
- 10) 辻本・本橋 (1989) 混合砂れき床における縦断方向の交互分級の形成とその卓越波長, 第33回水講演文集。