

円柱群が河床の形成に与える影響

The Effect of Staggered Array of Piles
on Equilibrium Bed Form in Sandy Rivers

宇都宮大学工学部 ○池田 裕一 Hirokazu IKEDA

東京大学 工学部 浅枝 隆 Takashi ASAEDA

宇都宮大学工学部 須賀 喬三 Kyouzo SUGA

Laboratory experiment and theoretical analysis are performed focusing on the two effect of pile-array or tall vegetations on sediment transport in sandy rivers. The one is additional resistance which reduces velocity and bed shear force, making erosion and bed load decrease. The other is increase of diffusivity of the flow field by means of the wake behind them.

In the experiment, it is shown that the bank region is made shifted toward the center of the river with those two effects. And, taking account of them into the theoretical analysis, the general features of equilibrium bed form are well explained.

Keywords: Vegetation, Resistance, Diffusivity, Bank region, Bed-form

1. はじめに

河川では、護岸や流路の固定のために、河岸付近に種々の水制工法を施すことが多い。が、その効果を定量的に予測・評価するには十分な研究がなされているとは言えない。また、高水敷に樹木などが存在する場合、それらが河川における流砂現象に及ぼす影響を探ることは、河川工学上非常に重大な課題である。

水制や樹木の存在する領域では、それらの付加抵抗により流速が減少し、河床面剪断力が低下するので、河床面での砂の巻き上げや掃流作用が抑えられる。同時に、水制や樹木などの背後に生ずる渦動の影響によって、浮遊砂の河岸方向への拡散が活発になる。そのため、水制等が河岸に存在する場合には、側岸部が河川のより内側で形成されて流路が固定されるものと考えられる。

本研究は、以上のメカニズムに着目して、水制や樹木などが流れ場と河床の形成に与える影響を定量的に扱おうとするものである。水制などのモデルには単純な直立円柱群を用い、理論的取扱いの容易な平衡状態を考えることにする。

2. 実験装置および方法

実験には、幅50cm・長さ15mの水路を用い、特に流れ場のみに与える影響も考えるために、移動床のみでなく平坦固定床の場合についても測定を行なった。実験中は下流端の堰によって水深を調節し等流状態が保てるようにしてある。円柱はその直径が1cmであり、水路の片側半分の領域（幅25cm）に、縦断方向の等流状態が実現できるように、上流から下流まで一様な千鳥配置とする（図1）。円柱の間隔は、縦断・横断方向とも等しくとり（ $L_x = L_y = 1$ ）、3、5、7cmの3通りとした。移動床の実験では河床材料に粒径0.2mmの標準砂を用い、これを通水前に水路全域に平坦に敷ならした。勾配・流量などは浮遊砂が生ずるように適宜調節した。通水後約1日間放置し、河床形状がほとんど変化しないことを確認してから、上流端より10~12mmの区間で測定を行なった。流速分布・河床形状の測定にはそれぞれ、直径3mmのプロペラ流速計と非接触式砂面計を使用し、数断面について測定した結果を平均した。

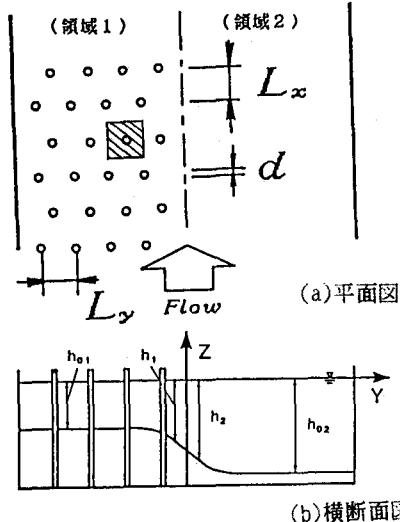


図1 円柱の配置

3. 運動方程式の定式化

円柱の存在する領域では円柱群としての付加抵抗だけでなく、後流による渦動粘性係数の増加や円柱の存在による流体体積の欠損などを考慮しなければならない。図1(a)の斜線部の力の釣合を考えると、円柱の配列が一様な場合

$$ghI - \frac{1}{2} \left(f_b + f_d \frac{h}{l} \right) u^2 + \nu_T \frac{d}{dy} \left(h \frac{du}{dy} \right) = 0 \quad (1)$$

$$f_d = \frac{dl}{l^2 - \frac{\pi}{4} d^2} \quad (2)$$

となる¹⁾。ここに、 ρ ：流体の密度、 g ：重力加速度、 I ：河床勾配、 f_b ：底面抵抗係数、 C_D ：円柱の抗力係数、 ν_T ：渦動粘性係数である。

この式は円柱1本の抗力を単純に重ね合わせて平均化したものであるが、その限界は $1/d = 3 \sim 5$ であるといわれている。また、抗力係数 C_D の値は

$C_D = 1.2$ 程度であるという報告があり、²⁾今回の実験結果をプロットした図3を見てもその妥当性がうかがえる。今後の計算においてはこの値を用いることとする。

渦動粘性係数 ν_T は早川ら³⁾の定式化に基づき、

$$\nu_T = \alpha' l u_{\infty} \quad (3)$$

とする。ただし、 α' は d/l の値により変化する関数である。円柱の存在しない領域では単純に

$$\nu_T = 0.03 \Delta u_{\infty} \quad (4)$$

とし、2つの領域で値を使い分けることとする。

図2は、平坦固定床の場合の流速分布を示したものである。●は測定値を表し、円柱群の領域では付加抵抗のために流速が低下し、流速の速い円柱の存在しない領域との境界で著

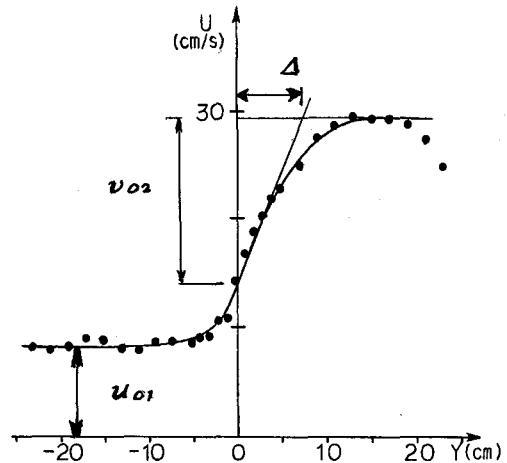


図2 流速分布の例（固定平坦床）

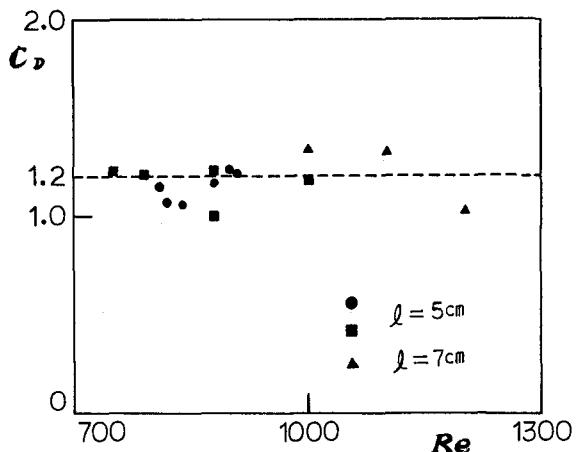


図3 円柱群の抗力係数

しい剪断層を形成している。実線は、式(1)に基づいて計算した結果であり、⁴⁾実験結果とよく適合している。

4. 平衡河床形状の解析

横断面内の河床形状を測定した例を図4に示す。水路幅、とくに円柱の存在しない領域が側壁により限られているため、水際線を持った明確な平衡断面形状は得られなかった。しかしながら、円柱の存在しない領域からほぼ同一の水深のまま、ある程度円柱群の領域の奥に入ったところで水深が大きく変化しており、

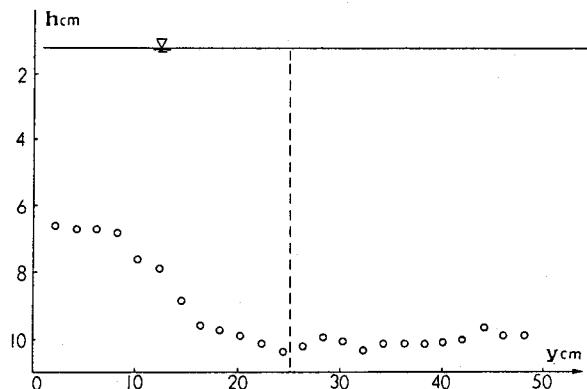


図4 断面形状の測定例

ここで「側岸」が形成されているものと解釈することが出来る。今回の実験のような円柱の密度が高い場合、円柱群の付加抵抗が非常に大きく、円柱群の領域の殆どで底面剪断力が限界掃流力程度にまで低下しているので、本来ならば2領域の境界部でただちに側岸が形成されるべきであるが、室内実験ということもあって浮遊砂量が少なく、また初期形状を平坦床として通水を始めているので、円柱群の領域を埋め尽くさぬうちに疑似平衡状態に達しているのだと考えられる。このように、浮遊砂量が著しく少ない場合や、浮遊砂量に対して円柱密度が低い場合には、2領域の境界部ではなく円柱群領域の内部で側岸が形成されると言える。

浮遊砂量が少ないときには浮遊砂濃度の絶対量のために、円柱密度が低いときには2領域の境界面近傍で相対的にそれほど差が生じないために、境界面を通しての浮遊砂および掃流砂フラックスはほとんど無視できることを考えられる。そこで今回は簡単のためもあり、円柱群領域のみで平衡しているとして、問題を定式化し解析を行なうこととする。

平衡状態を仮定しているので、支配方程式は横断面内における、定常な浮遊砂の拡散方程式と、浮遊砂・掃流砂フラックスの釣合の二式となる⁵⁾。

$$\frac{dF_L}{dy} = E - D \quad (5)$$

$$F_L + q_{BL} = 0$$

ここに F_L は水深方向に積分した浮遊砂フラックスで、横断方向の拡散係数 κ_y と浮遊砂濃度 C を用いて次のように書ける。

$$F_L = -\kappa_y \frac{dc}{dy} \quad \zeta = \int_0^h C dx \quad (6)$$

とする。Dは浮遊砂の沈降量であり、浮遊砂濃度の水深方向分布を指数型と仮定して

$$D = \frac{v_s^2}{\kappa_z} \zeta \quad (7)$$

と書くことが出来る。ここに、 κ_z は水深方向の拡散係数、 v_s は砂粒子の沈降速度である。Eは河床面からの巻き上げであり、Engelund⁶⁾ の式を書き換えて

$$E = 0.092 \tau^{*1.5} v_s \quad (8)$$

とする。ここに τ^* は無次元掃流力 ($= \tau / R_s g d_s$) である。 q_{BL} は、横断方向の掃流砂フラックスであり、Ikeda⁷⁾ の式を Parker⁸⁾ に倣い次のように近似する。

$$\frac{q_{BL}}{\sqrt{R_s g d_s}} = .0085 \left(\frac{\tau^*}{\tau^*_c} \left(\frac{\tau^*}{\tau^*_c} - 1 \right) \right)^{.5} \frac{dh}{dy} = .0085 \frac{\tau^*}{\tau^*_c} \frac{dh}{dy} \quad (9)$$

ここに、 R_s ：砂粒子の水中重量、 d_s ：粒径、

τ^* ：無次元限界掃流力である。

ところで、横断方向の拡散係数 κ_y は早川ら³⁾の結果により

$$\kappa_y = a u_o \alpha_o \quad (10)$$

とすることができる。水深方向の拡散係数については詳細に検討した報告が現時点では入手できなかったので、今回は単純に両者が比例関係にあると考える。図5は、早川らの実験結果をもとに κ_y と κ_z をプロットしたものであり、これより κ_y と κ_z のおおまかな関係

$$(11)$$

$$\kappa_z = .67 \kappa_y$$

を得る。また、底面剪断力 τ は本来ならば運動方程式 (1) を同時に解いて求めなければならないが、ここでは渦動粘性係数よりも円柱の抗力の方が非常に大きいとして、

$$\tau = \frac{\rho g h I}{1 + \alpha_o \frac{h}{I}}, \quad \alpha_o = \frac{f_o}{f_s} \quad (12)$$

と近似する。しかし、このままでは解を求めるのが困難なので、さらに

$$\tau = \frac{\rho g h I}{\delta^2} H^A, \quad \delta^2 = 1 + \alpha_o \frac{h_o}{I} \quad (13)$$

と近似し、Aを良好な近似が得られるように

$$A = \frac{\delta^2 - 1}{\delta^2} \left(1 - 2 \ln \frac{\delta}{\delta^2 - 1} \right)^{-1} - 1 \quad (14)$$

と定める。図6に式(13)の近似の度合を示す。

以上の式(6)～(14)を式(5)に代入し、側岸領域の幅 L_o 等で、

$$h = h_o H, \varsigma = \varsigma_o Z, y = L_o \eta$$

$$\frac{\overline{q}_{BL}}{\sqrt{R_s g d_s}} = .0085 \frac{\tau^* \alpha_o}{\tau^*_c} \frac{h_o}{L_o} \quad (15)$$

$$F_L = \kappa_y \frac{\varsigma_o}{L_o}$$

として無次元化を施すと次式を得る。

$$Ia \frac{d^2 G}{d \eta^2} = \lambda Z - G^{1.5(1-\omega)} \quad , \quad K a \frac{dG}{d \eta} = \frac{dZ}{d \eta} \quad (16)$$

ここに

$$\lambda = \frac{D_o}{E_o}, I = \frac{\overline{q}_{BL}}{L_o E_o}, K = \frac{\overline{q}_{BL}}{F_L}$$

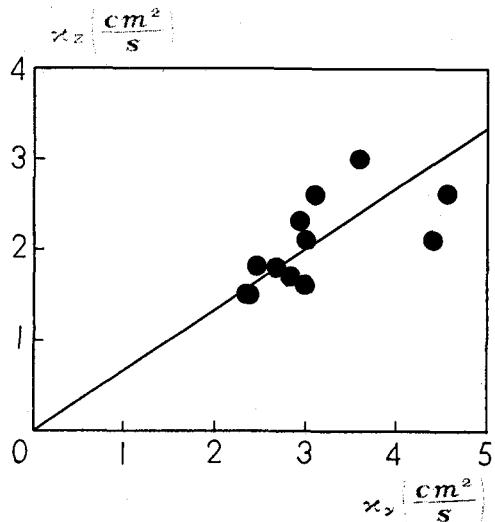


図5 κ_y と κ_z との関係

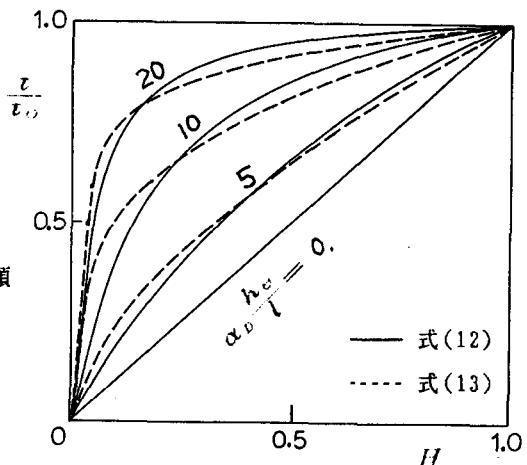


図6 底面剪断力の近似

$$a = \frac{1}{A+1}, H = G^a \quad (17)$$

である。境界条件は

$$\begin{aligned} \text{at } \eta=0 : \quad & G=0, \frac{dG}{d\eta}=0, \frac{dZ}{d\eta}=0 \\ \text{at } \eta=1 : \quad & G=1, Z=1, \frac{dG}{d\eta}=0 \end{aligned}$$

となる。

式(16b)より

$$Z=1-\Gamma a(1-G) \quad (18)$$

これを式(16a)に代入すると、境界条件(18)のもとに

$$\begin{aligned} \Gamma a \left(\frac{dG}{d\eta} \right)^2 &= G - \frac{Ka}{2} (1-G)^2 - \frac{1}{C} G^c \\ & - 1.5 \frac{1-a}{C} \\ & = \Psi(G) \end{aligned} \quad (20)$$

$$C = 2.5 - 1.5a$$

$$K = \frac{3}{a} \frac{1-a}{C}$$

が得られる。ここに値が定められたKはその定義から

$$K = \frac{9.77}{\alpha^2} \frac{f_B}{2} \left(\frac{d_s}{L} \right)^2 R, I^{-\frac{3}{2}} \delta^a \left(\frac{d_s}{h_o} \right)^{\frac{1}{2}}$$

となり、これより河床領域の水深を求めることが出来る。図7にKとaとの関係を示すが、円柱密度が高くなりaが1に近付くにつれて、浮遊砂フラックスが掃流砂を上回ってより多く堆積し、側岸が河川の内側へ移動していくことが予測される。また Γ はその定義から

$$\Gamma = 2.31 R, I^{-1} \tau^* \delta^{-\frac{1}{2}} \left(\frac{d_s}{h_o} \right) \left(\frac{h_o}{L_o} \right)^2$$

と表され、側岸領域の幅Lに関係してくるもので、河床領域との境界をH=.99とすれば

$$\sqrt{\Gamma a} \int_0^{H=0.99} \frac{dG}{\Psi(G)} = 1 \quad (23)$$

から求めることが出来る。図8にaと Γ の関係を示す。Lは単純に Γ とのみ関係しているわ

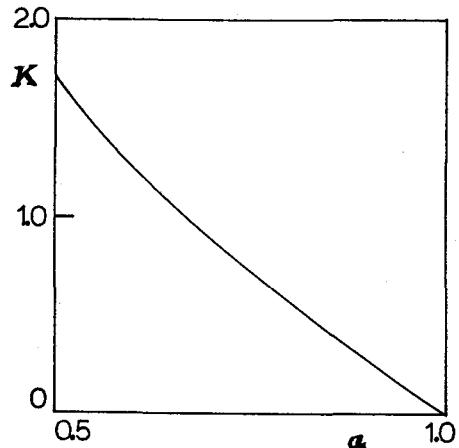


図7 Kとaとの関係

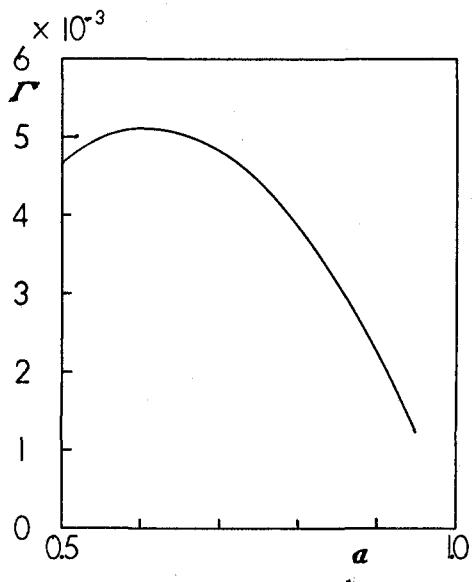


図8 Γ とaとの関係

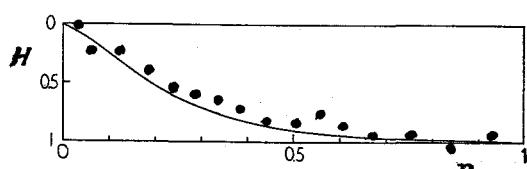


図9 断面形状の計算例

けでわないので、 a が1に近付くにつれて Γ が小さくなり、円柱密度が高くなるにしたがい、側岸部の横断勾配が大きくなっていくのがわかる。

5. 実験との比較

さきに述べたように今回の実験では側壁の影響で「側岸」を越えて水面が存在している。その領域ではすでに限界掃流力を下回っているので、水深そのものではなく、左岸側の一様水深 h_0 を差し引いた有効水深を用いて比較を行なった。

図9に式(20)を用いて計算した河床形状を示す。●は測定値を表す。無次元化してあるのでその形状のみであるが、水際線付近で切り立たず滑らかに水深が変化するのがわかる。図10は式(21)から得られた水深と実測値との比較を示したものである。大きく散らばっているものの、その傾向はよく一致しており、基本的メカニズムは表せていると考えられる。

6. おわりに

河岸付近に存在する水草や樹木を円柱群によりモデル化して実験・解析を行なった。円柱群による付加抵抗と拡散係数の増加のメカニズムを適切に組み込むことで、実験結果をよく説明することが出来た。

参考文献

- 1) Taylor.R.P et al. "Prediction of Turbulent Rough-Wall Skin Friction Using a Discrete Element Approach", Journal of Fluids Engineering, Vol.107/251, 1985
- 2) Ruh-Ming Li and Hsieh W.Shen "Effect of Tall Vegetation on Flow and Sediment", Journal of Hydraulics Division, 1973
- 3) 白山昌義・早川典生・中村由行・増山幸衛 "海洋拡散水理模型における柱状粗度の効果について", 第30回水理講演会論文集, 1986
- 4) 山崎真一・石川忠晴・金丸督司 "開水路せん断流に関する実験的研究", 第33回土木学会年講, II-473-474, 1984
- 5) Gary Parker "Self-formed straight rivers with equilibrium banks and mobile bed. Part 1. The sand-silt river", J. Fluid Mech., Vol.89, 1978.
- 6) Engelund,F., "Instability of erodible beds", Jour. Fluid Mech., 42, 225-244, 1970
- 7) Syunsuke Ikeda "Lateral Bed Load Transport on Side Slopes", Journal of Hydraulics Division, Vol.108, 1982

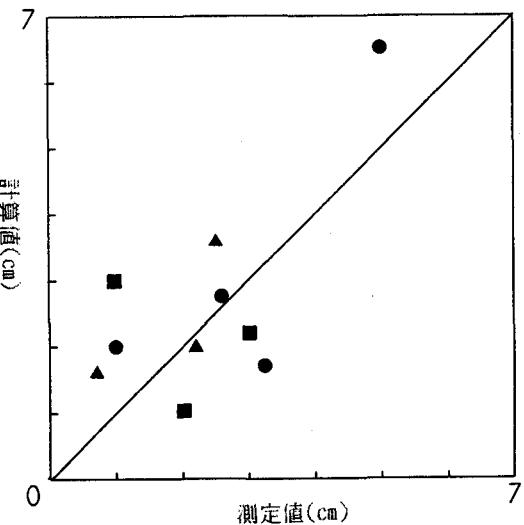


図10 河床領域水深の測定値と計算値