

蛇行流路部における離間大型粗度の偏倚流速に対する影響

Influence of Detached Large Roughness on Velocity in Meandering Reach

立命館大学理工学部 小 沢 功 一 Koichi OZAWA
東京大学 工学部 玉 井 信 行 Nobuyuki TAMAI

The longitudinal transition of the main flow in meandering channels is studied. Laboratory tests are carried out using the meandering channel with detached large roughness at the particular part of the channel. The centerline of the channel follows to so-called a sine generated-curve. The velocity of the main flow are measured at about 200 points under the condition of roughness set up near the left bank at locations $ks = \pi / 2, 0$ and $-\pi / 2$. The influence of roughness on the flow is investigated. Moreover, the first order solution by purterbation technique is compared with experimental results.

Keywords : detached roughness, meandering, main flow, purterbation.

1. はじめに

実際河川における平面形状は曲がりくねっているのが普通であり、長い直線部分は稀である。このように蛇行した河道は必ずしも規則的な形状をしていない。それは河岸を構成する材料が均一でなかったり、橋脚、水門等の構造物があったり、あるいは水衝部に施される護岸や水流を導く水制があったりして、水流に対する影響が場所的に異なることも関係していると考えられる。

蛇行流路における流れは三次元的であり、主流速度も流下方向へ周期的に変化し、また横断方向へも一樣ではない。この流れの遷移過程¹⁾についての検討はレイノズル方程式を差分法で解くとか、特性曲線法で取扱うとかあるいは摂動展開から求めるようなことも行われている。

蛇行流路の水衝部に護岸を施したり、根固め・床固めの補強工事をしたりするとその部分は粗度が部分的に異なることになる。このような人工構造物は蛇行流路の流れにどのような影響を与えるのであろうか、また、こうした粗度要素の設置位置を変えると、流れはどのように変わってくるのであろうか。こうした問題は河道の維持管理あるいは河道の改修に当っては重要な課題であるが、従来、定量的な知見が得られていない。

本論文においては摂動解の1次解を基礎として、人工構造物の粗度因子の大きさを定め、実験結果と比較することにより解析の妥当性を確める。

2. 流れの解析

(1) 摂動法による1次解

蛇行水路の中心線は蛇行流路曲線 $= \theta_0 \sin ks$ に従うとし、水路床は摂動パラメーターとして $\epsilon = (B_0 / 2) / R$ を用いて、 $\eta = \eta_0 + \eta_1 \epsilon$ と表わしたとき

$$\eta_0 = 0$$

$$\eta_1 = n (a_0 \sin ks + a_1 \cos ks) \quad (1)$$

とすることができる。

ここに θ_0 は最大偏角、 B_0 は水路幅、 R は代表的曲率半径 $R = L / (2 \pi \theta_0)$ 、 L は蛇行長、 $k = 2 \pi R / L$ 、 $s =$

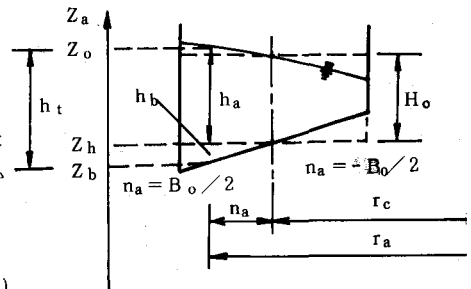


図 1 横断面

S_c/R , S_c は水路中の流下方向への座標, η は h_b/H_0 である。 h_b は図-1のように横断方向への任意点 n_a における平均河床面からの掘れ, H_0 は平均水深, $n = n_a/(B_0/2)$, a_0 , a_1 は定数である。

平衡な河床形としてはEngelundや池田等によると

$$\eta = (1 + n_a/r_c)^{\Phi} - 1 \quad (2)$$

と表わされる。ここ r_c は水路中心の曲率半径で $1/r_c = (1/R) \cos ks$, Φ は定数である。

Φ の値としては $\Phi = 0$ の短形断面からEngelundによる $\Phi = 7 \tan \phi$ 程度までのうちでたとえば $\Phi = 1$ とすると

$$\eta = n \varepsilon \cos ks \quad (3)$$

となり, 式(1)における定数は $a_0 = 0$, $a_1 = 1$ となる。

a) 従来の解

池内・玉井の振動展開によると0次解は $v_0 = 0$, $h_0 = 1$, $u_0 = 1$ であり, 1次解は次のように求められる。すなわち支配方程式は

$$\text{流量の連続式; } \int_{-1}^1 (u_0 h_1 + u_1 h_0) dn = 0 \quad (4)$$

$$\text{連続式; } \frac{\partial}{\partial s} \{u_0 (h_0 + \eta_0)\} + \frac{\partial}{\partial n} \{(h_0 + \eta_0) v_1 + v_0 (h_0 + \eta_0) n \cos ks + v_0 (h_1 + \eta_1)\} = 0 \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \text{Sa方向の運動量方程式; } u_0 \frac{\partial u_1}{\partial s} + u_1 \frac{\partial u_0}{\partial s} + v_0 \frac{\partial u_2}{\partial n} + (v_1 + v_0 n \cos ks) \frac{\partial u_1}{\partial n} + (v_2 + v_1 n \cos ks) \frac{\partial u_0}{\partial n} + \\ (u_0 v_1 + u_1 v_0) \cos ks = -Fr^2 \frac{\partial h_1}{\partial s} - \frac{1}{2} \frac{C}{h_0 + \eta_0} (2 u_0 u_1 - u_0^2 \frac{h_1 + \eta_1}{h_0 + \eta_0} + u_0^2 n \cos ks) \end{aligned} \quad (6)$$

$$\text{na方向の運動量方程式; } u_0 \frac{\partial v_0}{\partial s} + v_0 \frac{\partial v_1}{\partial n} + v_1 \frac{\partial v_0}{\partial n} - u_0^2 \cos ks + Fr^{-2} \frac{\partial h_1}{\partial n} = 0 \quad (7)$$

であり, 境界条件は i) $n = \pm 1$ で $v_1 = 0$ ii) $s = S_0$ で $u_1 = n u_{1i}$ iii) $s = S_d$ で $(1/2) \int_{-1}^1 h_1 dn = 0$ として式(4), (5), (6), (7)を解くと

$$v_1 = 0 \quad (8)$$

$$h_1 = n Fr^2 \cos ks \quad (9)$$

$$u_1 = n (A \sin ks + B \cos ks + C_3 e^{-Cs}) \quad (10)$$

が得られる。ここに v は na 方向の鉛直平均速度を断面平均流速で無次元化した2次流, h は平均河床面からの水深 h_a を平均水深 H_0 で無次元化した水深, u は Sa 方向の鉛直平均流速を断面平均流速で無次元化した主流速度である。 Sa は na 点から流下方向にとった座標, Fr は $Fr = V/\sqrt{gH_0}$ であり, A , B , C_3 それぞれ

$$A = \frac{kC}{2(k^2 + C^2)} (1 + Fr^2 + a_1) + \frac{a_0 C^2}{2(k^2 + C^2)} \quad (11)$$

$$B = \frac{1}{k^2 + C^2} \left\{ \frac{C^2}{2} (Fr^2 - 1 + a_1^2) - k^2 - \frac{Ck}{2} a_0 \right\} \quad (12)$$

$$C_3 = (u_{1i} - A \sin ks_0 - B \cos ks_0) e^{CS_0} \quad (13)$$

である。ここに C は $C = fR/H_0$, f は摩擦損失係数, S_0 , S_d はそれぞれ s の上, 下流端での値である。

b) 離間粗度を付す場合

粗度をつけた場合の u_1 については次のようにして求める。すなわち離間粗度をつけたことによる影響も考慮した無次元の摩擦損失係数を Cr として, 既知の v_0 , h_0 , u_0 , v_1 , h_1 を式(6)に代入すると次のようになる。

$$\frac{\partial u_1}{\partial s} + Cr u_1 = n \{k \sin ks + Cr (Fr^2/2) \cos ks\} \quad (14)$$

このとき $Cr = (f + fs_n)(R/H_0)$ であり, fs_n が離間粗度による付加抵抗を摩擦損失係数で表現したも

のとなる

粗度をつける位置については $ks = \pi/2, 0, -\pi/2$ の3通りを考え、横断方向にはそれぞれにつき左岸側であるとする。各々の場合について u_1 を求めると次のようになる。

i) $ks = \pi/2$ に付す場合

付加的な摩擦損失係数 f_s の縦断方向への関数形としてはフーリエ近似を用いて表わす。すなわち $g(s)$ が、周期 2π をもつ周期関数でその1周期を $2N$ 等分した $2N$ 個の分点座標

$$Sr = r(\pi/N)(r = -N+1, \dots, -1, 0, 1, \dots, N-1, N)$$

上での関数値を $g_r = g(Sr)$ とする。この関数の n 次の近似式は $n \leq N$ に対して

$$y(s) = A_0 + \sum_{k=1}^n (A_k \cos ks + B_k \sin ks) \quad (15)$$

と表わすことができる。 $n=N$ のとき係数を最小二乗法

$$E = \sum_{r=-N+1}^N \{g_r - y(Sr)\}^2 \rightarrow \min \quad (16)$$

から決定する。

$N=6$ (30° 間隔) として図-2のように $S_3 = \pi/2$ において $f_1 = g(\pi/2)$ で他の Sr においては $0 = g(Sr)$ として、この場合の近似関数 f_s を求めると次のようになる。

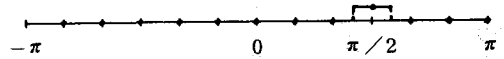


図-2 粗度の配置

$$f_s = (f_1/12)(1 + 2 \sin ks - 2 \cos^2 ks - 2 \sin^2 ks + 2 \cos^4 ks + 2 \sin^4 ks - \cos^6 ks) \quad (17)$$

これを図に示すと図-3のようである。

横断方向には左岸で f_1 、水路中心で $f_1/2$ 、右岸で 0 となる正弦曲線 $f_n = f_1 \{1/2 + (1/2) \sin(n\pi/2)\}$ を用いることにする。

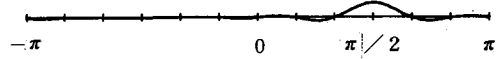


図-3 f_s の縦断変化

したがって結局 f_{sn} としては

$$f_{sn} = (f_1/12)(1 + 2 \sin ks - 2 \cos^2 ks - 2 \sin^2 ks + 2 \cos^4 ks + 2 \sin^4 ks - \cos^6 ks) \{1/2 + (1/2) \sin(n\pi/2)\} \quad (18)$$

と表わすことになる。ここに f_1 は付加的損失係数の最大値である。

式(18)を式(14)に代入し近似的に $\int C r ds \approx (C + Cn/2)s$ として式(14)を s について積分すると

$$u_1 = n \{ k / (\zeta^2 + k^2) \} \{ (\zeta \sin ks - k \cos ks) + C Fr^2 / \{ 2(\zeta^2 + k^2) \} (\zeta \cos ks + k \sin ks) + Fr^2 Cn / \{ 48(\zeta^2 + 25k^2) \} (\zeta \cos ks + 5k \sin ks) + Fr^2 Cn / \{ 24(\zeta^2 + 36k^2) \} (\zeta \sin ks - 6k \cos ks) - Fr^2 Cn / \{ 48(\zeta^2 + 49k^2) \} (\zeta \cos ks + 7k \sin ks) \} + C'e^{-\zeta s} \quad (19)$$

となる。ここに $\sin ks \cdot \cos ks = (1/2) \sin 2ks$, $\cos^2 ks \cdot \cos ks = (1/2)(\cos 3ks + \cos ks)$ 等としている。

$$\text{また} \quad \zeta = C + Cn/2 \quad (20)$$

$$Cn = f_1(R/Ho) \{1/2 + (1/2) \sin(n\pi/2)\} \quad (21)$$

である。積分定数 C' は上流端の境界条件 ii) から決める。結果はつぎのようになる。

$$C' = ne^{\zeta s_0} \{ u_{i1} - k / (\zeta^2 + k^2) \} \{ (\zeta \sin ks_0 - k \cos ks_0) - C Fr^2 / \{ 2(\zeta^2 + k^2) \} (\zeta \cos ks_0 + k \sin ks_0) - Fr^2 Cn / \{ 48(\zeta^2 + 25k^2) \} (\zeta \cos ks_0 + 5k \sin ks_0) - Fr^2 Cn / \{ 24(\zeta^2 + 36k^2) \} (\zeta \sin ks_0 - 6k \cos ks_0) + Fr^2 Cn / \{ 48(\zeta^2 + 49k^2) \} (\zeta \cos ks_0 + 7k \sin ks_0) \} \quad (22)$$

ii) $ks = 0$ に付す場合

前項と同様にして

$$f_{sn} = (f_1/12)(1 + 2 \cos ks + 2 \cos^2 ks + 2 \cos^4 ks + 2 \cos^6 ks + 2 \sin^4 ks + \cos^6 ks) \{1/2 + (1/2) \sin(n\pi/2)\} \quad (23)$$

となり、 u_1 は式(19)と同様に求められる。

iii) $ks = -\pi/2$ に付する場合

f_{sn} は次のようになり、 u_1 は式(19)と同様に求められる。

$$f_{sn} = (f_1/12)(1 - 2 \sin ks - 2 \cos^2 ks + 2 \sin^2 ks + 2 \cos^4 ks - 2 \sin^4 ks - \cos^6 ks) \{1/2 + (1/2) \sin(n\pi/2)\} \quad (24)$$

これまでは粗度をつける位置として横断方向には左岸側であるとしてきたが、右岸側につける場合、左右両岸とする場合には式(25)においてそれぞれ

$$C_{nr} = f_1(R/H_0) \{ (1/2) - (1/2) \sin(n\pi/2) \} \quad (25)$$

$$C_{nb} = f_1(R/H_0) \{ (1/2) - (1/2) \cos(n\pi) \} \quad (26)$$

として C_n の替りに式(25), (26)を使うことになる。

断面平均流速で無次元化した主流の鉛直平均流速 u は等流に相当する 0 次項も考慮することによって

$$u = u_0 + u_1 \varepsilon \quad (27)$$

となる。偏倚流速というのは $u_1 \varepsilon$ に相当しているが今後 $u_0 (=1)$ を加えた u についての性状を検討して行くことにする。

3. 実験的検討

実験水路は図-4に示されているような幅30cmの蛇行水路曲線に従う3連続蛇行水路を用いた。最大偏角は

20度で1蛇行長は1.7mである。測定は2番目の蛇行部

図-4 蛇行水路
($ks = \pi/2$ に粗度を付す場合を例示)

において、粗度をつけた場合とつけない場合について、横断方向に2.5cm間隔に11点、流下方向には蛇行長の6/100間隔に上下流端も含めて18点で主流速度を測った。鉛直方向には水深の6割の位置での値を使った。測定は直径が5mmのプロベラ式の流速計を使い、1点で0.1秒間隔に100個の値をとり平均した。取りつける粗度については図-5のように5mm角で4cmの長さの角柱を鉛直に千鳥状の配置とし18本立てて使用した。このような粗度を蛇行水路の $ks = \pi/2$, 0 , $-\pi/2$ の位置の左岸近傍にとりつけた。出来るかぎり流下方向へ平衡な流れとなるように3蛇行水路のすべての該当する位置に配置した。

図-5 粗度

流量は $2 \ell/s$ とした。水深は平均値として3.3cm、フルード数は1.5平均で0.35であった。

水路床形については平衡河床形であるとし、式(2)において $\Phi = 1$ とした場合の式(1)の係数 a_0 , a_1 が $a_0 = 0$, $a_1 = 1$ となる形状とした。このような形状に近似的になるように塩ビを組合せて調整した。

(1) 実験結果の特徴

粗度を $ks = \pi/2$, 0 , $-\pi/2$ の位置につけた場合とつけない場合とで主流速度の縦断方向への分布を比較しているのが図-6～8である。これらはそれぞれ左岸側 ($n = 0.5$)、水路中心 ($n = 0$)、右岸側 ($n = -0.5$) における値である。

粗度をつけたときの左岸側の流速の流下方向への遷移について考察する。まず $ks = \pi/2$ の位置に離間粗度をつけた場合は、粗度をつけないならば流速が下流方向へ増加する傾向があるところに粗度をつけることになっており、左岸側の流速をほとんど一様に低下させる効果となって現われてきている(図6(a))。

左岸側の $ks = 0$ の位置はもともと流速が遅い所であるが、ここに粗度をつけるとその位置より下流で少し流速が遅くなるが、縦断方向への遷移としては粗度をつけないときと同様周期的である(図7(a))。

さらに $ks = -\pi/2$ の位置につけた場合は、その位置の下流側の

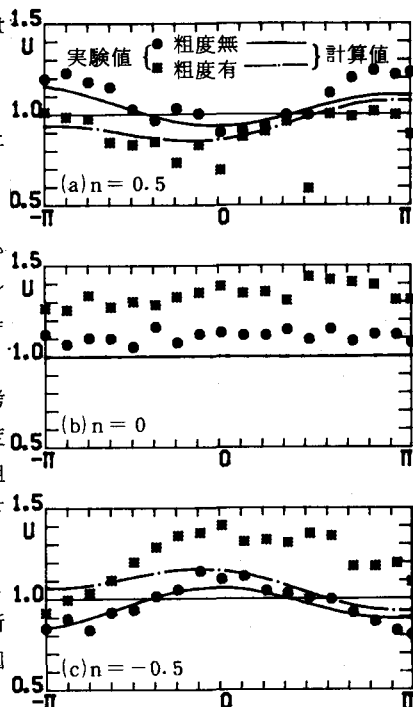


図-6 実験値と計算結果(粗度位置: $\pi/2$)

流速をさらに遅くする結果となり、縦断方向への流速の変動の振幅が増大してくる(図8(a))。

また水路中心部での主流速度の流下方向への遷移については粗度をつけてもつけなくてもほぼ様な形となる(図7(b))。粗度を左岸側のどの位置につけてもここでの流速は大きくなる。その量は $\pi/2$ の位置につけた場合、左岸近傍の流速が最も大きく低下するのに対応して最も大きくなる(図6(b))。

最後に右岸側の遷移については、 $\pi/2$ につけた場合は振幅はほとんど変化することなく流下方向のあらゆる位置で流速は大きくなる(図6(c))。0の位置につけた場合はその流速の遷移は多少は振幅が大きくなるが、粗度をつけない場合とあまり変わっていない(図7(c))。また $-\pi/2$ の位置につけた場合は上下流端における流速はほとんど同じであるが、中央部におけるものが大きくなり、したがって振幅としてはかなり増大する結果となる(図8(c))。

粗度をつけた影響に関して全般的に言えることは次のようである。すなわち左岸側のほんの一部に粗度をつけるだけで左岸側全体の流速が減少する。その分だけ水路中心部および右岸側で流速が増加することになる。粗度をつける位置については $ks = \pi/2$ が流速の流下方向への遷移に影響を及ぼす効果は最も大きくなる。

図-6～8には横断方向へ2, 3の点における流下方向への遷移の状況を示したが、それらの中間部あるいはさらに兩岸へ近い部分におけるものについては、左岸側の遷移状況から中心のものへ、また中心の遷移から右岸側のものへと徐々に変化して行くことが実験的に確認できた。

(2)計算結果との比較

粗度を $ks = \pi/2$ 等の位置につける場合についての計算値は式(19)等を式(27)に代入して得られる。このとき $u_0 = 1$, ϵ は実験水路の場合 $\epsilon = 0.195$ である。図-6～8に実験値と共に計算結果(一点鎖線)が示されている。またこの図には同時に粗度をつけない場合の式(10)を用いたときの計算値も示している(細実線)。上流端の境界条件から決まる u_{i1} については $u_{i1} = 1.62$ であった。摩擦損失係数 f の値については次のようにして決めた。すなわち摂動法の0次解は等流を現わしているがこのとき次式が成り立つ⁴⁾。

$$giR/V^2 = C/2$$

水路実験における平均的な値である $V = 0.20 \text{ m/s}$, $i = 1/500$, $R = 0.77 \text{ m}$, $H_0 = 0.033 \text{ m}$ から $f = CH_0/R$ の値を計算すると $f = 0.032$ となる。

また粗度を $ks = \pi/2$, 0 , $-\pi/2$ の位置につけたとする場合の f_{sn} の式(18), (23), (24)における f_1 の値としては便宜上 f と同じ $f_1 = 0.032$ として計算している。

粗度をつけない場合の実験値と計算結果とを比較すると傾向としてもまた定量的にもある程度一致してい

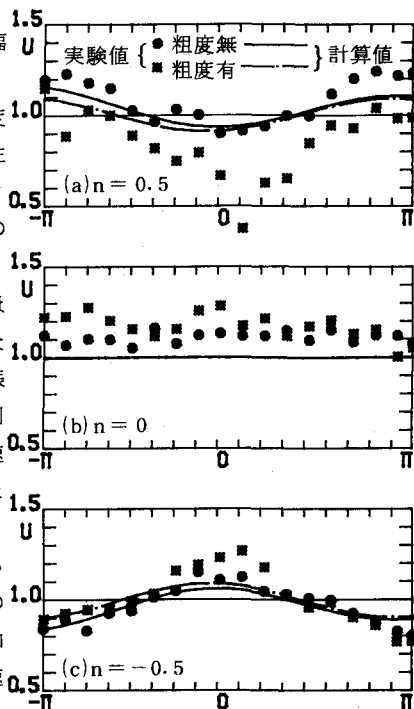


図-7 実験値と計算結果(粗度位置: 0)

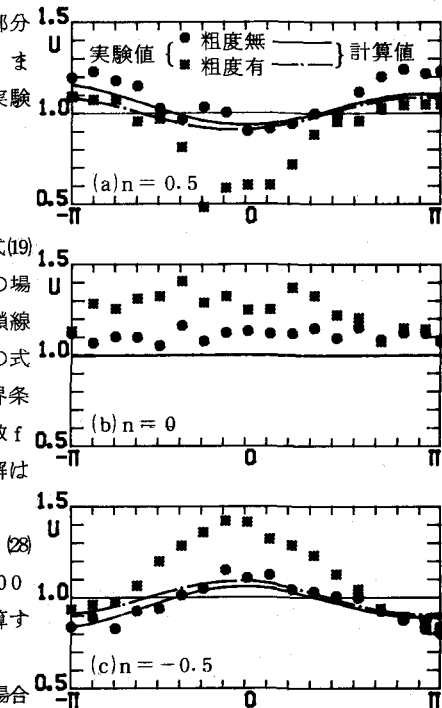


図-8 実験値と計算結果(粗度位置: $-\pi/2$)

るとみることができると思われる。

粗度をつけた場合についてそれらを比較してみると傾向としては一致していると見ることができるが定量的には必ずしも満足できる結果にはなっていない。それは粗度をつけることによってその近辺の流れは局所的な状況が出て来て蛇行流のみでは扱うことができない面が生ずるのも一因であろうと考えられる。

あるいはまた実験水路の特性によるかも知れない。すなわち図-4のような実験水路へ水が流入する位置は最も上流の蛇行部の $ks = -\pi$ の所である。ここはこの水路では左岸側の流速が速くて右岸側は遅い場所である。この所へ水槽から横断方向へ一様な流速で水が流入するような状況にあるわけであるから第2の蛇行部にも必ずしも平衡状態であるように流入していない影響が及んでいることも考えられる。

蛇行形状の同じ位相の点では同じ流速となるような平衡状態の流れは、流速の式で減衰項を0として得られる。すなわち粗度をつけない場合には式(10)で $C_3 e^{-ks} = 0$ と置くことになる。また粗度をつけた場合についてはたとえば式(19)において $C'e^{-ks} = 0$ とすれば得られる。この平衡解と減衰項も考慮した解とをたとえば $\pi/2$ に粗度をつけたときの $n = 0.5$ の位置のもので比較して

みると図-9のようである。
この図においてみられるように、上流端の境界条件から積分定数を決めて得られる減衰項を考慮した計算結果の方が平衡解よりも実験値に近い値になる。

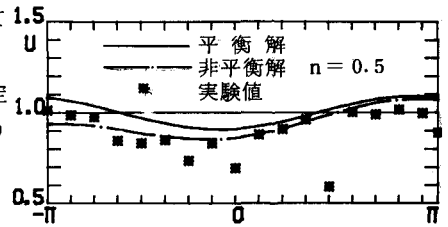


図-9 平衡解と非平衡解の例
(粗度位置: $\pi/2$)

4. おわりに

蛇行水路の左岸側に離間粗度をつけた場合、左岸側全体の流速分布はどのように変化するか、また水路中心部、右岸側へ影響がどのように出てくるのかについて、理論と実験の両面から検討を行った。

蛇行水路の $ks = -\pi$ から π までのうちの $ks = \pi/2$ の位置に粗度をつけると、左岸側の流速はかなり低下しほとんど一様な分布となった。中心部、右岸側については増加し、分布形の振幅はあまり変化しなかった。また $ks = 0$ の位置に粗度をつけた場合は左岸側の流速は全体として低下するが振幅はほとんど変らなかった。中心部、右岸側の流速はあまり変化しなかった。さらに $ks = -\pi/2$ の位置に粗度をつけた場合は左岸側の流速は全体的に低下するが、特に中央部が相当小さくなるから振幅としてはかなり大きくなった。中心部は上流端、下流端では変化がなく中央部で流速が大きくなった。右岸側においても中心部と同様な変化となり振幅が大きくなった。

摂動法による1次解と実験値とを比較すると傾向としてはよく一致する結果となった。定量的にも計算値がさらに向上するには2次解、3次解といった高次解の適用が必要と考えられる。

参考文献

- 1) Leschziner, M.A. and W. Rodi: Calculation of strongly curved open channel flow, proc. ASCE, J. Hyd. Div. Vol. 105, HY 10, 1979.
- 2) Kalkwijk, J.P.Th. and H.J. de Vriend: Computation of the flow in shallow river bends, Report No. 80-1, Communication on Hydraulics, Delft University of Technology, Dept of Civil Engineering, 1980.
- 3) de Vriend, H.J.: A mathematical model of steady flow in curved shallow channels, J. Hyd. Res. Vol. 15, No. 1, 1977.
- 4) 池内幸司・玉井信行: 蛇行水路における水深平均流れ場の遷移特性, 土木学会論文報告集 第334号 1983.
- 5) Engelund, F: Flow and bed topography in channel bends, proc. ASCE, J. Hyd. Div. Vol. 100, HY 11, 1974.
- 6) 池田駿介・日野幹雄・吉川秀夫: 河川の自由蛇行に関する理論的研究, 土木学会論文報告集, 第255号, 1976